

А.А. Александров, В.С. Охотин, К.А. Орлов

Техническая термодинамика

Учебник

**Москва
Издательство МЭИ
2023**

Рецензенты: д.т.н., проф. С.Д. Корнеев
д.т.н., проф. А.А. Сухих

А.А. Александров, В.С. Охотин, К.А. Орлов
Техническая термодинамика. — М.: Издательство МЭИ, 2023. — 457 с.

В книге приведены основные законы термодинамики и показано применение их положений для анализа эффективности процессов в различных энергетических установках. Большое внимание уделено описанию термодинамических свойств веществ, используемых в качестве рабочих тел и теплоносителей в этих процессах. Излагаются точные (инженерные) методы расчета термодинамических свойств идеальных и реальных газов, предполагающие использование специальных (инженерных) справочников. Отдельные разделы посвящены дифференциальным уравнениям термодинамики, эксергетическому анализу, а также основам химической термодинамики.

Содержание предлагаемого курса основывается на лекциях, читаемых в течение многих лет на тепловых факультетах НИУ «МЭИ».

Для студентов вузов, обучающихся по направлениям: «Теплоэнергетика и теплотехника», «Ядерная энергетика и теплофизика» и «Энергомашиностроение»

Оглавление

Оглавление.....	3
Условные обозначения и размерности величин.....	9
ВВЕДЕНИЕ.....	10
Глава 1. ПЕРВЫЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ.....	11
1.1. Основные понятия термодинамики.....	11
1.2. Аналитические выражения первого закона термодинамики.....	17
1.2.1. Свойства внутренней энергии.....	18
1.2.2. Работа.....	19
1.2.3. Свойства энтальпии.....	20
1.2.4. Уравнения первого закона термодинамики для неравновесных процессов.....	21
1.2.5. Уравнение первого закона термодинамики для потока вещества.....	23
1.3. Термодинамические свойства идеального газа.....	25
1.3.1. Элементы квантовой теории теплоемкости.....	32
1.4. Термодинамические свойства смесей идеальных газов...	34
1.5. Контрольные вопросы.....	39
Глава 2. ВТОРОЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ.....	40
2.1. Формулировки второго закона термодинамики.....	40
2.2. Круговые процессы (циклы).....	41
2.2.1. Прямой обратимый цикл Карно.....	44
2.2.2. Обратный обратимый цикл Карно.....	47
2.2.3. Теорема Карно.....	49
2.3. Энтропия.....	51
2.3.1. Свойства энтропии.....	52
2.3.2. Термодинамические тождества.....	53
2.3.3. Расчет изменения энтропии идеального газа.....	53
2.3.4. Т, s-диаграмма.....	54
2.3.5. Циклы в Т, s-диаграмме.....	56

цикл Карно 1-2-3-4-1, произвольный обратимый цикл a-b-c-d-a.....	57
2.3.6. Изменение энтропии в необратимых процессах ...	58
2.3.7. Энтропия смеси идеальных газов	61
2.3.8. Статистический характер второго закона термодинамики.....	62
2.4. Контрольные вопросы	65
Глава 3. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА.....	66
3.1. Изохорный процесс ($v = \text{const}$)	66
3.2. Изобарный процесс ($p = \text{const}$)	69
3.3. Изотермический процесс ($T = \text{const}$).....	72
3.4. Адиабатный процесс ($dq = 0$)	74
3.5. Политропный процесс ($p \cdot v^n = \text{const}, n = \text{const}$)	77
3.5.1. Обобщающее значение политропного процесса...	80
3.6. Техническая работа.....	82
3.7. Расчет адиабатного процесса с учетом зависимости теплоемкости от температуры.....	84
3.8. Контрольные вопросы	87
Глава 4. ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ТЕРМОДИНАМИКИ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ	89
4.1. Характеристические функции	89
называемую изобарно-изотермическим потенциалом или энергией Гиббса, получим уравнение	91
4.2. Дифференциальные уравнения термодинамики в частных производных	92
4.3. Характеристические функции системы с изменяющейся массой.....	95
4.4. Контрольные вопросы	96
Глава 5. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА РЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ	98
5.1. Фазовые переходы	98

5.1.1. Условия фазового равновесия	105
5.1.2. Правило фаз Гиббса.....	108
5.1.3. Уравнение Клапейрона-Клаузиуса	109
5.1.4. Уравнение линии насыщения.....	113
5.2. Термодинамические свойства реальных газов в однофазной области	115
5.3. Термодинамические свойства воды и водяного пара	122
5.4. Термодинамические процессы воды и водяного пара....	134
5.5. Уравнение состояния реального газа.....	142
5.6. Заключение	153
5.6.1. Подобие термодинамических свойств веществ ..	154
5.7. Контрольные вопросы	157
Глава 6. ВЛАЖНЫЙ ВОЗДУХ.....	158
6.1. Основные понятия и свойства влажного воздуха	158
6.2. h, d -диаграмма влажного воздуха	167
6.3. Определение состояния влажного воздуха	174
6.4. Термодинамические процессы во влажном воздухе	179
6.5. Контрольные вопросы	187
Глава 7. ЭКСЕРГИЯ	188
7.1. Эксергия термодинамических систем	188
7.2. Потеря эксергии в необратимых процессах.....	194
7.3. Контрольные вопросы	198
Глава 8. ТРЕТИЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ.....	200
8.1. Условия равновесия термодинамических систем	200
8.2. Третий закон термодинамики.....	202
8.3. Контрольные вопросы	205
Глава 9. ТЕРМОДИНАМИКА ПОТОКА ВЕЩЕСТВА	207
9.1. Основные уравнения	207
9.2. Параметры адиабатного торможения	208
9.3. Геометрическое сопло. Расчет скорости истечения	210
9.4. Скорость звука	218

9.5. Расход газа через сопло. Кризис течения.....	221
9.6. Профиль сопла. Закон обращения воздействия	228
9.7. Течение газа в суживающихся соплах.....	232
9.8. Сопло Лавалья.....	241
9.9. Процессы в диффузоре.....	246
9.10. Адиабатное дросселирование.....	253
9.11. Контрольные вопросы.....	261
Глава 10. ПРОЦЕССЫ В КОМПРЕССОРАХ.....	263
10.1. Введение. Процессы в неохлаждаемых компрессорах.	263
10.2. Процессы в охлаждаемых компрессорах	266
10.3. Процессы в многоступенчатых компрессорах	273
10.4. Контрольные вопросы	278
Глава 11. ЦИКЛЫ ПАРОТУРБИННЫХ УСТАНОВОК	280
11.1. Цикл простой паротурбинной установки — цикл Ренкина	280
11.2. Действительный цикл паротурбинной установки.....	286
11.3. Влияние параметров водяного пара на эффективность цикла ПТУ.....	291
11.4. Энергетический и эксергетический анализ паротурбинной установки	295
11.5. Цикл паротурбинной установки с промежуточным перегревом пара	306
11.6. Регенеративный цикл паротурбинной установки	315
11.7. Цикл паротурбинной установки атомной электростанции (АЭС) с реактором ВВЭР.....	326
11.8. Теплофикационные циклы.....	330
11.9. Заключение	335
11.10. Контрольные вопросы.....	336
Глава 12. ЦИКЛЫ ГАЗОТУРБИННЫХ УСТАНОВОК.....	339
12.1. Термодинамический цикл простой ГТУ	339
12.2. Цикл ГТУ с регенерацией.....	351

12.3. ГТУ с многоступенчатым сжатием и расширением рабочего тела	357
12.5. Замкнутые ГТУ	362
12.6. Циклы теплофикационных ГТУ (циклы ГТУ-ТЭЦ)	364
12.7. Контрольные вопросы	370
Глава 13. ЦИКЛЫ ПАРОГАЗОВЫХ УСТАНОВОК	372
13.1. Контрольные вопросы	384
Глава 14. ЦИКЛЫ ДВИГАТЕЛЕЙ ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ	386
14.1. Индикаторная диаграмма двигателей внутреннего сгорания	386
14.2. Цикл ДВС с подводом теплоты при постоянном объеме	388
14.3. Цикл ДВС с подводом теплоты при постоянном давлении	395
14.4. Цикл ДВС с комбинированным подводом теплоты	401
14.5. Сравнение термодинамических циклов ДВС по величине термического КПД	404
14.6. Контрольные вопросы	407
Глава 15. ОБРАТНЫЕ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ЦИКЛЫ ХОЛОДИЛЬНЫХ И ТЕПЛОНАСОСНЫХ УСТАНОВОК	408
15.1. Холодильная установка. Основные понятия	408
15.2. Обратный обратимый цикл Карно — цикл холодильной установки	411
15.3. Сравнение эффектов внутреннего охлаждения	413
15.4. Цикл простой воздушной холодильной установки	418
15.5. Цикл простой парокompрессионной холодильной установки	425
15.6. Теплонасосные установки. Основные понятия	431
15.7. Обратный обратимый цикл Карно — цикл теплонасосной установки	433
15.8. Термодинамический цикл простой парокompрессионной теплонасосной установки	435

15.9. Контрольные вопросы	439
Глава 16. ЭЛЕМЕНТЫ ХИМИЧЕСКОЙ ТЕРМОДИНАМИКИ ...	441
16.1. Термохимия	441
16.1.1. Расчет теплового эффекта реакции по данным таблиц.....	444
16.1.2. Соотношение между тепловыми эффектами реакций.....	444
16.1.3. Зависимость тепловых эффектов реакций от температуры	445
16.1.4. Зависимость теплового эффекта реакции от давления	448
16.2. Химическое равновесие	449
16.2.1. Условие химического равновесия.....	449
16.2.2. Константа равновесия	450
16.2.3. Зависимость константы равновесия от температуры	452
16.2.4. Зависимость выхода продуктов реакции от параметров.....	453
16.2.5. Влияние температуры на выход продуктов реакции	453
16.2.6. Влияние давления на выход продуктов реакции	453
16.2.7. Влияние инертных газов на выход продуктов реакции.....	454
16.2.8. Термодинамические свойства диссоциирующего идеального газа	454
16.3. Контрольные вопросы	456
Список литературы	457

Условные обозначения и размерности величин

Q	— теплота, кДж
q	— удельная теплота, кДж/кг
L	— работа расширения, кДж
l	— удельная работа расширения, кДж/кг
$L_{\text{тех}}$	— техническая работа, кДж
$l_{\text{тех}}$	— удельная техническая работа, кДж/кг
p	— давление, кПа
p_s	— давление насыщения, кПа
T	— абсолютная температура, К
T_s	— температура насыщения, К
$T_{1\text{ср}}$	— средняя температура подвода теплоты в цикле
$T_{2\text{ср}}$	— средняя температура отвода теплоты в цикле
t	— температура по шкале Цельсия, °С
V	— объем, м ³
v	— удельный объем, м ³ /кг
m	— масса, кг
U	— внутренняя энергия, кДж
u	— удельная внутренняя энергия, кДж/кг
H	— энтальпия, кДж
h	— удельная энтальпия, кДж/кг
S	— энтропия, кДж/К
s	— удельная энтропия, кДж/(кг·К)
S^0	— стандартная энтропия, кДж/(кг·К)
c_p	— удельная изобарная теплоемкость, кДж/(кг·К)
c_v	— удельная изохорная теплоемкость, кДж/(кг·К)
μ	— масса киломоля, кг/кмоль
n	— количество киломолей
\tilde{R}	— универсальная газовая постоянная, кДж/(кмоль·К)
R	— удельная газовая постоянная, кДж/(кг·К)
r	— теплота парообразования, кДж/кг
E	— эксергия, кДж
e	— удельная эксергия, кДж/кг
e_q	— удельная эксергия теплоты, кДж/кг
η_t	— термический КПД цикла
η_i	— внутренний КПД цикла
D	— расход рабочего тела, кг/с
N	— мощность, кВт
$Q_{\text{т}}$	— теплота, отдаваемая внешнему потребителю, кДж/с
$Q_{\text{х}}$	— холодопроизводительность, кДж/с

ВВЕДЕНИЕ

Термодинамика является наукой, изучающей законы превращения энергии в различных физических, химических и других процессах, сопровождающихся тепловыми эффектами. Совокупность ее разделов, посвященных в основном рассмотрению закономерностей преобразования теплоты в работу в технических устройствах, объединены в *техническую термодинамику*.

В настоящем издании излагаются основные законы термодинамики, подробно рассматриваются процессы, которые осуществляются в различного рода энергетических установках, анализируются условия их наиболее эффективного проведения. Поскольку процессы взаимного преобразования теплоты в работу осуществляются с использованием различных веществ — *рабочих тел*, — большое внимание здесь уделяется описанию их физических свойств и зависимости изменения их при изменении внешних условий. Содержание предлагаемого курса основывается на лекциях, читаемых на тепловых факультетах НИУ «МЭИ».

Авторы понимают, что содержание книги не охватывает весь спектр такой науки, как техническая термодинамика, и, по-видимому, не лишено недостатков, поэтому заранее выражают благодарность за отзывы и рекомендации, которые будут способствовать устранению пробелов и неточностей. Все замечания следует направлять по адресу: 111250, Москва, Красноказарменная ул., д. 14, Издательство МЭИ или по электронной почте ok9060830608@ya.ru.

Глава 1. ПЕРВЫЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ

1.1. Основные понятия термодинамики

Совокупность тел, могущих энергетически взаимодействовать между собой и с телами, оставшимися за границами, выделяющими эту совокупность, называется *термодинамической системой*. В зависимости от цели исследования состав системы может быть различным, в том числе это может быть отдельное тело. Характер взаимодействия системы с окружающими телами определяется условиями, наложенными на границы. Если через границы не происходит обмена веществом, то говорят о *закрытой термодинамической системе*. *Открытая термодинамическая система* такой обмен предполагает. Закрытая система, имеющая границы, не допускающие ее взаимодействия с окружающими телами в виде обмена теплотой и работой, является *изолированной* системой. Термодинамика исходит из того, что любая изолированная система всегда приходит в состояние, при котором все ее свойства не будут изменяться с течением времени, независимо от первоначального распределения этих свойств. Такое состояние называется *равновесным состоянием*, и система никогда самопроизвольно из него выйти не может. Тем самым из рассмотрения исключаются все вопросы, связанные с теорией флуктуаций.

В настоящем курсе в качестве термодинамической системы часто будет рассматриваться *рабочее тело* — вещество, посредством которого осуществляются рабочие процессы в теплотехнических устройствах. Такие системы обладают многими свойствами, которые не являются независимыми друг от друга. Для однозначного определения равновесных состояний системы используются такие понятия, как *параметры состояния*. Различают свойства *интенсивные* и *экстенсивные*. *Интенсивными* называют свойства, не зависящие от количества вещества в системе (например, температура и давление), а *экстенсивными* — зависящие от количества вещества (например, объем). Экстенсивные свойства, отнесенные к 1 кг массы вещества, называются *удельными* свойствами (например, удельный объем). В однородной системе удельные свойства приобретают смысл интенсивных свойств и также являются термодинамическими параметрами. Интенсивные свойства определяют состояния вещества и называются термодинамическими параметрами.

В качестве термодинамических параметров систем чаще всего используются абсолютная температура T и абсолютное давление p . Температура является фактором, определяющим направление самопроизвольного перехода теплоты между телами. Исчисляется она в Кельвинах (T , К) и связана с практически измеряемой различными приборами температурой по шкале Цельсия (t , °С) (МТШ-90) соотношением

$$T = t + 273,15.$$

Давление есть сила воздействия вещества на единицу ограничивающей его поверхности, направленная по нормали к этой поверхности. Единицей его измерения является

$$\text{Па} = \text{Н/м}^2.$$

Термодинамика устанавливает, что равновесное состояние однородной термомеханической системы в общем случае однозначно определяется заданием двух ее независимых интенсивных параметров, в качестве которых могут быть приняты любые термодинамические свойства. Всякое другое термодинамическое свойство системы будет определено заданием этих параметров. Математическое выражение такой зависимости называется *уравнением состояния*. Например, аналитическая зависимость между температурой, давлением и удельным объемом называется *термическим уравнением состояния*

$$F(p, v, T) = 0.$$

Его можно представить в виде

$$v = f(p, T),$$

или

$$p = f(v, T).$$

Графические представления этих зависимостей могут быть приведены или в пространственных координатах в виде *термодинамической поверхности*, или на плоскости в координатах двух (из трех) независимых параметров в виде *диаграмм состояния*.

Величина, значение которой определяется состоянием системы, независимо от того, каким путем пришла система в это состояние, называется *функцией состояния*. Поскольку для задания состояния системы необходимо указать два параметра, такую функцию можно представить как

$$z = f(x, y), \tag{1.1}$$

где z — любая функция состояния;

x, y — параметры системы.

Ее приращение является полным дифференциалом

$$dz = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y \cdot dx + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x \cdot dy, \tag{1.2}$$

а вторые смешанные производные одинаковы

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}. \tag{1.3}$$

Изменение функции состояния при переходе от состояния 1 к состоянию 2 (рис. 1.1) может быть вычислено как

$$\Delta z = \int_1^2 dz(x, y) = z_2(x_2, y_2) - z_1(x_1, y_1). \quad (1.4)$$

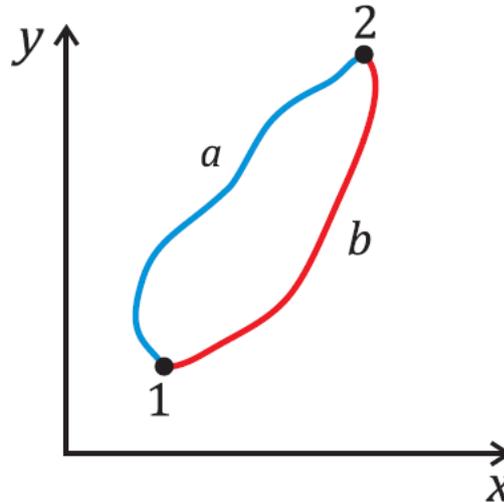


Рис. 1.1. Пути изменения функции состояния

При графическом представлении в координатах x, y равновесному состоянию системы соответствует точка. Поэтому изменения функции состояния в процессах $1a2$ и $1b2$ будут одинаковы. Если система посредством ряда процессов возвращается в исходное состояние — совершает цикл, то изменение функции состояния равно нулю (рис. 1.2).

$$\oint dz(x, y) = 0. \quad (1.5)$$

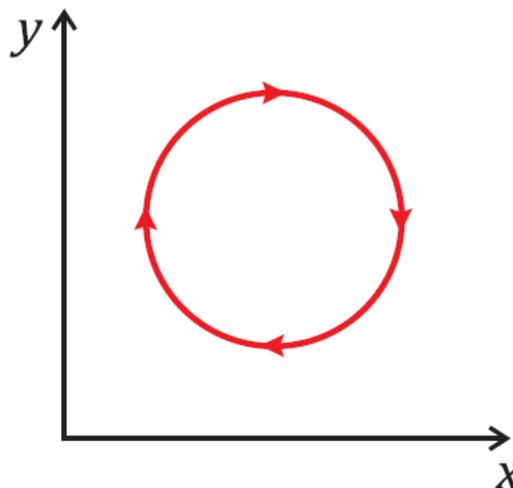


Рис. 1.2. Термодинамический цикл

Между частными производными уравнения состояния существует важное соотношение. Показать это можно следующим образом: при описании

термодинамических свойств веществ используется группа величин, называемых термическими коэффициентами:

– изобарный коэффициент расширения

$$\alpha = \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p,$$

где $0 > \alpha \geq 0$;

– изотермический коэффициент сжатия

$$\beta = -\frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial p} \right)_T,$$

где $\beta \geq 0$;

– изохорный коэффициент давления

$$\gamma = \frac{1}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v,$$

где $0 > \gamma \geq 0$.

В изобарном процессе при $p = \text{const}$

$$dp = \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v dT + \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_T dv = 0.$$

Откуда

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial v} \right)_p \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial p} \right)_T = -1. \quad (1.6)$$

или

$$\alpha = \beta \cdot \gamma \cdot p.$$

Если параметры системы не остаются неизменными во времени, то говорят, что система совершает процесс (рис. 1.3). При этом система может энергетически взаимодействовать с телами, находящимися за ее пределами. Количественная мера передаваемого в каком-либо процессе через границы системы упорядоченного движения называется *работой* L , сам такой вид обмена энергией также называется *работой*.

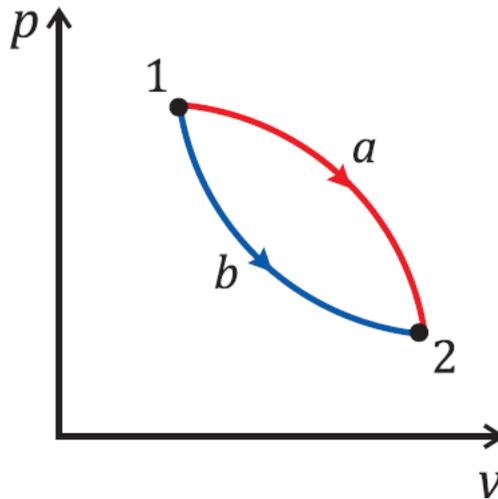


Рис. 1.3. Термодинамические процессы

Количественная мера передаваемого в каком-либо процессе через границы системы неупорядоченного движения называется теплотой Q , а процесс передачи энергии такого движения — теплообменом. Подчеркнем, что теплота и работа существуют только при наличии процесса и в состоянии равновесия системы они отсутствуют. Их значения определяются тем, как протекает процесс. Поэтому и теплота, и работа являются *функциями процесса*. Дифференциал их не является полным дифференциалом

$$\int_{1a2} dL \neq \int_{1b2} dL,$$

$$\int_{1a2} dQ \neq \int_{1b2} dQ.$$

Для цикла

$$\oint dL \neq 0,$$

$$\oint dQ \neq 0.$$

Для них не применимы все приведенные раньше аналитические соотношения. Однако для простоты написания последующих уравнений будем применять для обозначения бесконечно малых изменений этих величин знак d , то есть писать dL и dQ , понимая всю условность такого обозначения.

Для теплоты и работы в технической термодинамике принято следующее правило знаков: теплота считается положительной, когда она подводится к системе, и отрицательной при отводе ее от системы (рис. 1.4). Работу же считают положительной, если она совершается системой (то есть отводится), и отрицательной, если совершается над системой.

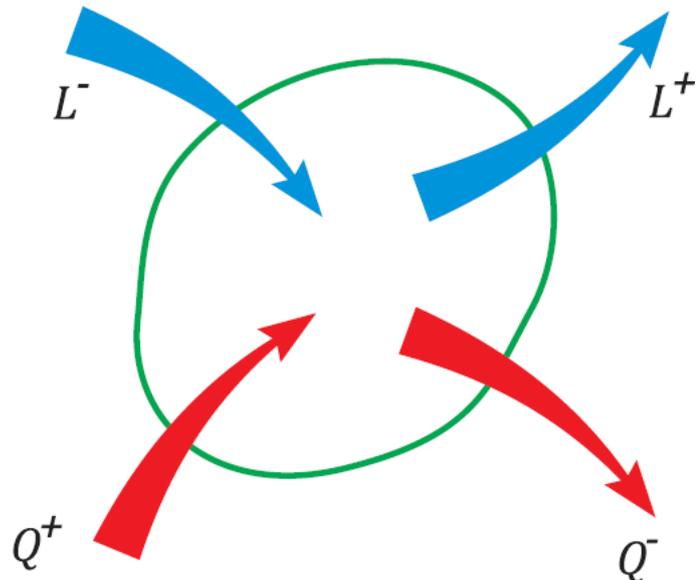


Рис. 1.4. Правила знаков теплоты и работы

По характеру протекания различают процессы равновесные (квазистатические) и неравновесные. *Равновесный процесс* осуществляется при бесконечно малой разнице сил, действующих на границы системы с внутренней и внешней сторон, и представляет собой бесконечную последовательность равновесных состояний системы. Процесс, не удовлетворяющий этим условиям, является *неравновесным*. Поскольку равновесное состояние определяется двумя параметрами, то равновесный процесс может быть представлен линией в термодинамических диаграммах (рис. 1.5).

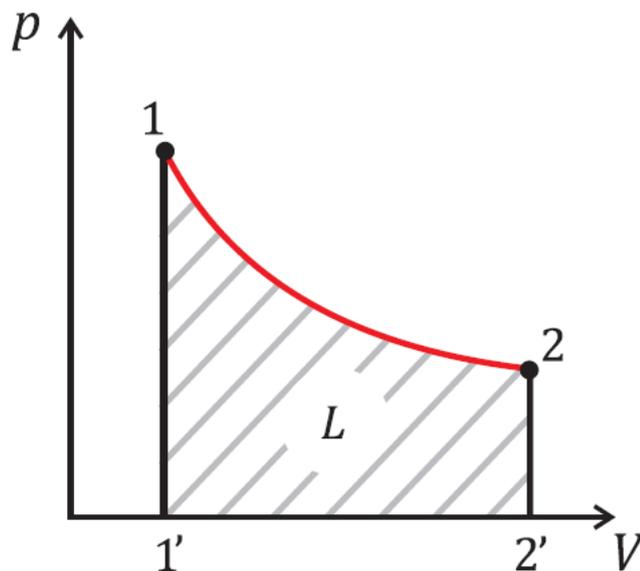


Рис. 1.5. Термодинамический процесс в координатах p, V

Теплота и работа являются функциями процесса, следовательно, если посредством ряда процессов осуществить цикл, то ни теплота, ни работа,

суммарные за цикл, не будут равны нулю. На этом и основано действие всех тепловых машин.

Понятие равновесного процесса есть некоторая абстракция, однако только такие процессы можно анализировать методами термодинамики. Получаемые при этом идеализированные энергетические характеристики (значения теплоты и работы) являются наилучшими, а отклонения от них в реальных процессах учитываются при помощи различных эмпирических коэффициентов.

1.2. Аналитические выражения первого закона термодинамики

Первым законом термодинамики является всеобщий закон *сохранения и превращения энергии*, сформулированный применительно к *тепловым системам*. Этот закон открыт в 40-х годах XIX века выдающимися учеными Р. Майером, Д. Джоулем, Э. Ленцем, Г. Гессом, Г. Гельмгольцем. Согласно ему, энергия, являющаяся количественной мерой любого движения в материальном мире, может лишь оставаться постоянной или превращаться в энергию другого вида движения.

Первый закон термодинамики устанавливает: изменение энергии системы E в результате ее взаимодействия с окружающими телами равно алгебраической сумме теплоты и всех видов работы, переданных через границы системы. С учетом установленного выше правила знаков можно записать

$$Q = E_2 - E_1 + \sum L_i. \quad (1.7)$$

Энергия, входящая в выражение (1.7), представляет собой все виды энергии, присущие тепломеханическим системам

$$E = U + E_{\text{кин}} + E_{\text{пот}},$$

где $E_{\text{кин}}$ — кинетическая энергия системы как единого целого;

$E_{\text{пот}}$ — потенциальная энергия системы в поле сил тяжести,

U — внутренняя энергия системы (суммарная энергия частиц, составляющих систему)

$$U = U_{\text{кин}} + U_{\text{пот}} + U_0,$$

где $U_{\text{кин}}$ — суммарная кинетическая энергия всех видов движения частиц, включая поступательное и вращательное движение частиц и внутримолекулярные колебания атомов;

$U_{\text{пот}}$ — потенциальная энергия взаимодействия частиц, зависящая от расстояния между ними, то есть от плотности вещества (рис. 1.6);

U_0 — энергия вещества при абсолютной температуре $T = 0$ К, включая химическую и внутриядерную энергию. Величина ее неизвестна, но это для технической термодинамики не представляет никакого затруднения, так как в уравнение первого закона входит разность энергий. Ее считают нулевой, и

часто это состояние принимают за начало отсчета энергии. Однако за начало отсчета можно выбрать и другое состояние.

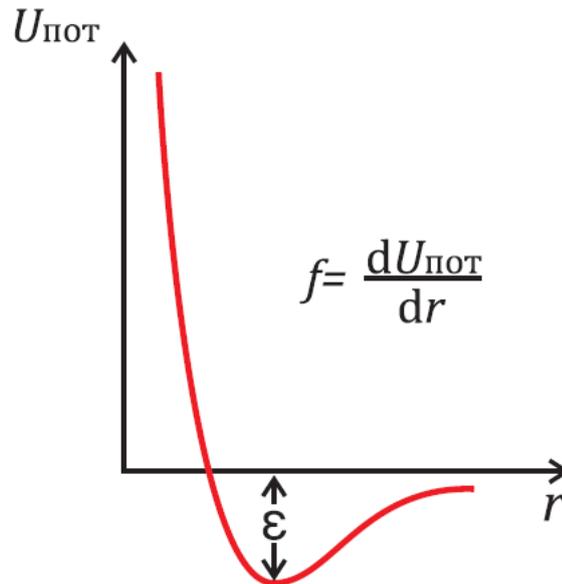


Рис. 1.6. Зависимость потенциальной энергии взаимодействия частиц от расстояния между ними

1.2.1. Свойства внутренней энергии

Внутренняя энергия является функцией состояния, значение которой известно с точностью до некоторой постоянной U_0 . Чаще всего ее представляют в переменных v и T

$$U = f(v, T) + U_0.$$

Ее приращение равно

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v dT + \left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_T dv, \quad (1.8)$$

ее изменение в каком-либо процессе

$$\int_1^2 dU = U_2 - U_1,$$

а для цикла

$$\oint dU = 0.$$

Внутренняя энергия есть величина аддитивная (суммирующая) и для разнородной системы равна сумме внутренних энергий ее частей U_i

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots$$

Для однородной системы

$$U = m \cdot u,$$

где размерность $[U]$ — кДж, а удельной внутренней энергии $[u]$ — кДж/кг.

Отсчет внутренней энергии ведут от некоторого условного начала отсчета

$$U_0(x_0, y_0) = 0,$$

так, что для состояния a

$$U_a = \int_0^a dU(x, y) + U_0.$$

1.2.2. Работа

Член $\sum L_i$ уравнения (1.7) включает все виды работ, которые могут совершаться системой (или над системой). Элементарная работа сил любой природы — механических, электрических, магнитных — определяется как произведение обобщенной силы X на изменение обобщенной координаты Y

$$dL_i = X_i \cdot dY_i. \quad (1.9)$$

В дальнейшем будут рассматриваться системы, в которых совершается только работа механических сил. В этом случае (рис. 1.7) элементарная работа, связанная с изменением объема системы — *работа расширения* — рассчитывается как

$$dL = p' \cdot dV,$$

где p' — давление внешней среды, против которого совершается работа.

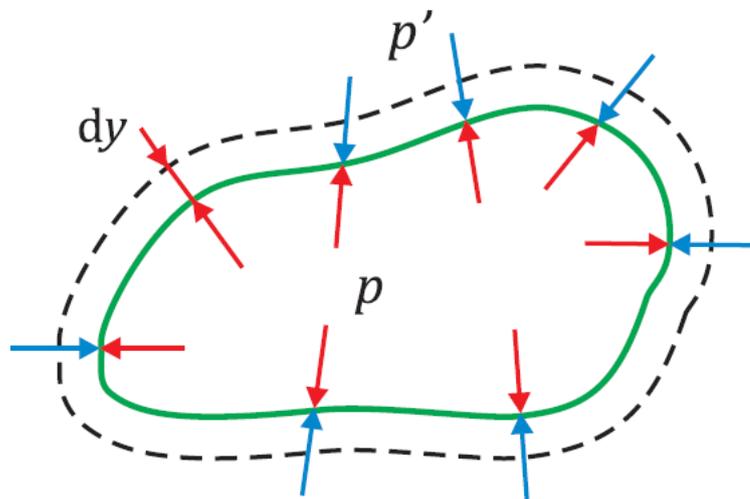


Рис. 1.7. Изменение объема системы

В случае равновесного процесса давление системы отличается от внешнего давления на бесконечно малую величину и для него справедливо

$$dL = p \cdot dV. \quad (1.10)$$

Следовательно, в p, V -диаграмме (рис. 1.5) для равновесного процесса работа расширения может быть представлена площадью под линией, изображающей процесс. На диаграмме она заштрихована

$$L = \int_{V_1}^{V_2} p dV. \quad (1.11)$$

С учетом сказанного выше, для равновесного процесса термомеханической системы уравнение первого закона термодинамики (1.7), переходя к удельным величинам, запишем

$$q = u_2 - u_1 + l, \quad (1.12)$$

$$q = u_2 - u_1 + \int_{v_1}^{v_2} p dv, \quad (1.13)$$

и в дифференциальном виде

$$dq = du + p \cdot dv. \quad (1.14)$$

Если теперь использовать простое математическое преобразование, известное в термодинамике как *преобразование Лежандра*

$$d(p \cdot v) = p dv + v dp, \quad (1.15)$$

то можно получить

$$dq = d(u + p \cdot v) - v dp,$$

и, введя новую величину — *энтальпию*, равную

$$h = u + p \cdot v, \quad (1.16)$$

представить уравнение первого закона термодинамики в виде

$$dq = dh - v dp \quad (1.17)$$

и в интегральном виде

$$q = h_2 - h_1 - \int_{p_1}^{p_2} v dp. \quad (1.18)$$

1.2.3. Свойства энтальпии

Правая часть выражения (1.16), определяющего энтальпию, содержит только функции состояния, следовательно, энтальпия также является

функцией состояния $h = f(p, T)$. Для нее справедливы все соотношения, полученные ранее для этого вида функций, в частности

$$dh = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T dp, \quad (1.19)$$

а изменение энтальпии в каком-либо процессе равняется разности ее значений в конечном и начальном состояниях

$$\Delta h = \int_1^2 dh = h_2 - h_1. \quad (1.20)$$

Энтальпия также, как и внутренняя энергия, является аддитивной величиной и для разнородной системы

$$H = H_1 + H_2 + H_3 + \dots,$$

а для однородной

$$H = m \cdot h,$$

где размерность $[H]$ — кДж, а $[h]$ — кДж/кг.

Поскольку энтальпия включает в себя внутреннюю энергию, абсолютное значение которой не известно, то она также должна быть отсчитываема от некоторого выбранного начала отсчета. Очевидно только, что для данного вещества состояние начала отсчета может быть задано лишь для одного из этих свойств — внутренней энергии или энтальпии. Отсчет другого свойства при этом производится с учетом соотношения (1.16).

1.2.4. Уравнения первого закона термодинамики для неравновесных процессов

Рассмотрим теперь, что изменится в написании уравнения первого закона при применении его к неравновесному процессу. Пусть система представляет собой цилиндр с поршнем, который при расширении газа перемещается с трением (рис. 1.8). Очевидно, что в этом случае

$$p > p'.$$

Если бы процесс был равновесным, то в p, V -диаграмме он был бы представлен кривой 1–2. При наличии трения затраченная на его преодоление работа превращается в теплоту и усваивается газом, что приводит к тому, что параметры газа изменяются не как в процессе без трения. Изобразить такой процесс в p, V -диаграмме можно лишь условно пунктирной линией 1-2д, так как для него известно лишь конечное состояние 2д, а характер изменения свойств газа не известен. Для него можно записать

$$\int_{V_1}^{V_{2д}} p \cdot dV = L + L_{тр}. \quad (1.21)$$

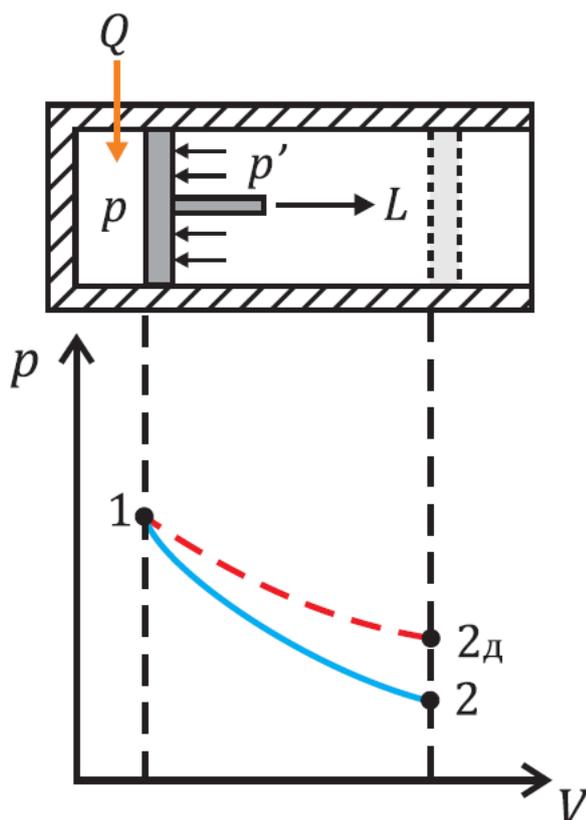


Рис. 1.8. Процессы равновесный 1-2 и неравновесный 1-2д

Заменяв работу трения теплотой трения и перейдя к удельным величинам, получим

$$l = \int_{v_1}^{v_{2д}} p dv - q_{тр}, \quad (1.22)$$

а после подстановки в (1.12) и перехода к записи в дифференциальном виде

$$dq = du + p dv - dq_{тр}. \quad (1.23)$$

К этому уравнению также можно применить преобразование Лежандра (1.15), что позволяет использовать в нем энтальпию

$$dq = dh - v dp - dq_{тр}. \quad (1.24)$$

Отметим, что внешне уравнения для неравновесного процесса (1.23), (1.24) отличаются от аналогичных уравнений для равновесного (1.14), (1.17) только присутствием в них члена $dq_{тр}$. Однако получить на их основе для процесса интегральные величины нельзя, так как при этом нужно интегрировать функции процесса по определенному пути, а он неизвестен. Поэтому провести расчет неравновесного процесса чисто термодинамическими методами невозможно. Уравнения (1.22) и (1.23) применимы лишь для качественного анализа неравновесных процессов.

1.2.5. Уравнение первого закона термодинамики для потока вещества

Рассмотрим открытую термодинамическую систему, представляющую собой участок канала, в который через сечение 1 со скоростью w_1 входит поток жидкости или газа, а через сечение 2 со скоростью w_2 выходит (рис. 1.9). Между этими сечениями к потоку подводится теплота Q , и он совершает работу на валу вращающегося механизма — техническую работу $L_{\text{тех}}$ (здесь Q и $L_{\text{тех}}$ отнесены к 1 секунде). Будем считать, что секундный расход вещества постоянен

$$m = \text{const},$$

и поток *стационарный и одномерный*, то есть параметры вещества, усредненные по сечению, изменяются вдоль канала, но в каждом сечении остаются неизменными во времени.

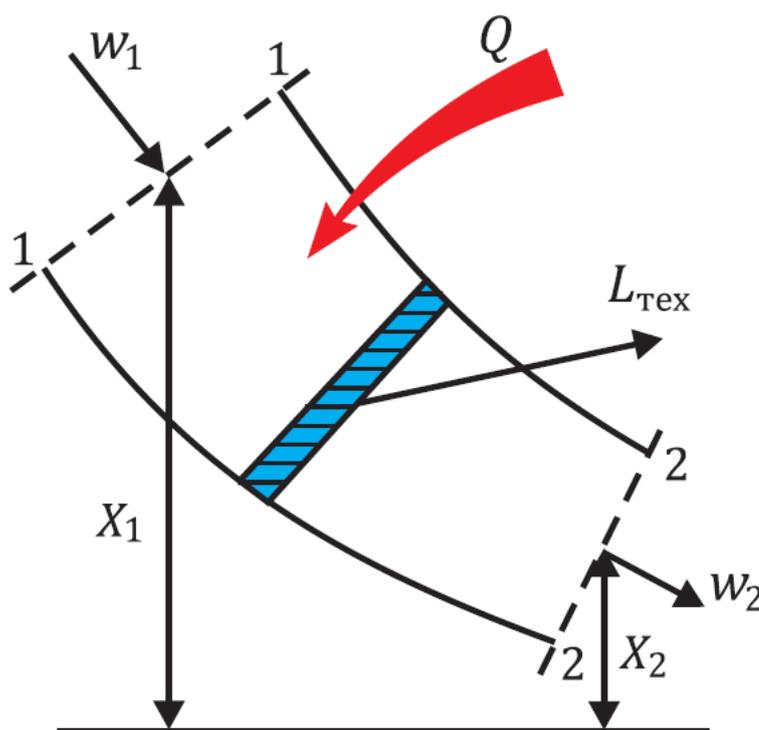


Рис. 1.9. Открытая термодинамическая система

В такой системе поток вещества, кроме внутренней энергии, обладает кинетической энергией как единое целое, равной

$$\frac{mw^2}{2},$$

и потенциальной энергией во внешнем гравитационном поле, равной

$$m \cdot g \cdot X.$$

В число работ, совершаемых потоком, кроме технической работы, входит работа, связанная с самим осуществлением потока, которую надо затратить для того, чтобы ввести через сечение 1 вещество в систему и через сечение 2 вывести из нее. Эта работа, называется *работой перемещения*. Для движения газ (жидкость) должен переместиться через сечение площадью F ,

оттеснив предыдущий слой газа и затратив работу, равную силе, умноженной на перемещение

$$L_{\Pi} = p \cdot F \cdot \left(\frac{V}{F}\right) = p \cdot V. \quad (1.25)$$

Включив все эти величины в уравнение первого закона (1.7), получим

$$Q = (U_2 - U_1) + \frac{(m \cdot w_2^2 - m \cdot w_1^2)}{2} + m \cdot g \cdot (X_2 - X_1) + L_{\text{тех}} + (p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1). \quad (1.26)$$

Теперь заметим, что в этом уравнении сумма первого и последнего членов правой части согласно (1.15) равна разности энтальпий. Поэтому, переходя к удельным величинам, запишем

$$q = h_2 - h_1 + \frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} + l_{\text{тех}} + g \cdot (X_2 - X_1). \quad (1.27)$$

В теплотехнических расчетах изменение потенциальной энергии вещества принимают во внимание очень редко (в отличие от гидротехнических расчетов) в силу того, что эта величина мала по сравнению с другими составляющими уравнения (1.26). Поэтому рабочей формой уравнения первого закона для потока вещества будем принимать

$$q = h_2 - h_1 + \frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} + l_{\text{тех}} \quad (1.28)$$

или в дифференциальном виде

$$dq = dh + d\left(\frac{w^2}{2}\right) + dl_{\text{тех}}. \quad (1.29)$$

В процессе течения работа расширения вещества складывается из работы технической и работы перемещения. В дифференциальном виде это можно записать как

$$dl = dl_{\text{тех}} + d(p \cdot v).$$

Учтя соотношение (1.15) и формулу (1.10), получим

$$dl_{\text{тех}} = -v \cdot dp \quad (1.30)$$

Следовательно, на p, v -диаграмме технической работе соответствует площадь, расположенная между кривой процесса и осью давления p (на рис. 1.10 заштрихована).

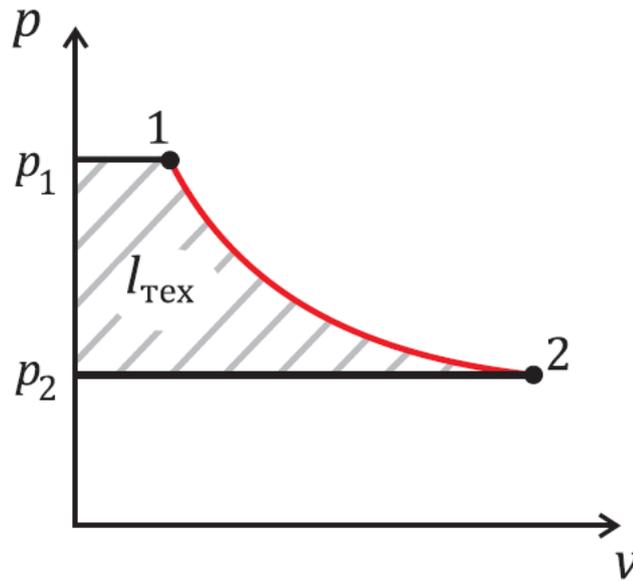


Рис. 1.10. Представление технической работы в p, v -диаграмме

Заканчивая рассмотрение уравнений первого закона термодинамики, отметим, что для применения их в расчетах термомеханических систем необходимо знать свойства вещества, используемого в качестве рабочего тела. Знакомство с ними начнем с простейшего вещества — идеального газа.

1.3. Термодинамические свойства идеального газа

Идеальный газ — газ точечных молекул, взаимодействующих по законам упругого столкновения, то есть между молекулами которого отсутствуют силы взаимодействия на расстоянии. Знание его свойств необходимо потому, что, во-первых, свойства всех реальных газов в пределе при очень малых давлениях стремятся к свойствам идеального газа и уравнения реальных газов, как правило, имеют идеально-газовую составляющую; во-вторых, в теплоэнергетических установках зачастую используются рабочие тела при невысоких давлениях (например, продукты сгорания энергетических топлив), когда технические расчеты в первом приближении можно проводить на основе закономерностей, присущих идеальному газу.

Термическим уравнением состояния идеального газа является известное из курса физики уравнение Клапейрона-Менделеева

$$p \cdot \tilde{v} = \tilde{R} \cdot T \quad (1.31)$$

где $\tilde{R} = 8,3145$ кДж/(кмоль·К) — универсальная газовая постоянная; \tilde{v} — объем киломоля газа, м³/кмоль.

Напомним, что киломолем называется количество вещества, в котором число частиц (атомов, молекул) равно числу атомов, которые содержатся в 12 кг изотопа углерода ¹²C. Это число называется числом Авогадро и равно

$$A_0 = N_A = 6,022045 \cdot 10^{26} \frac{1}{\text{кмоль}}$$

Отсюда следует, что 1 киломоль равен молекулярной массе вещества. Применительно к 1 кг газа уравнение состояния приобретает вид

$$p \cdot v = R \cdot T, \quad (1.32)$$

где $R = \frac{\tilde{R}}{\mu} = \frac{8,3145}{\mu}$ — *удельная газовая постоянная*, кДж/(кг·К).

А для произвольного количества (m , кг) идеального газа:

$$p \cdot V = m \cdot R \cdot T. \quad (1.33)$$

При практических расчетах идеального газа часто используется специфическая единица $\text{м}_\text{н}^3$ — *нормальный метр кубический газа*, который равен массе газа, занимающей при *нормальных физических условиях* объем 1 м^3 . При этом под нормальными физическими условиями понимаются: давление, равное одной физической атмосфере

$$p_0 = 760 \text{ мм рт. ст.} = 101,325 \text{ кПа},$$

и температура

$$t = 0^\circ\text{C}.$$

Для идеального газа существует *закон Авогадро* (1811 г.), суть которого заключается в том, что *равные объемы любых идеальных газов, находящихся при одинаковых давлениях и одинаковых температурах, содержат одинаковое число молекул*. Применив этот закон к 1 киломолю газа, находящегося при нормальных условиях, можно по уравнению состояния (1.31) вычислить, что при этих условиях 1 киломоль идеального газа занимает объем

$$\tilde{V}_0 = 22,414 \text{ м}^3/\text{кмоль},$$

и, следовательно, масса $1 \text{ м}_\text{н}^3$ газа равна

$$m = \frac{\mu}{22,414}, \text{ кг}. \quad (1.34)$$

Так как между молекулами идеального газа нет взаимодействия на расстоянии (то есть отсутствует потенциальная составляющая внутренней энергии), то его внутренняя энергия не зависит от плотности или давления, а является функцией только температуры. Это обстоятельство получило подтверждение и в специально проведенных лабораторных исследованиях

$$u = u(T) = \int_{T_0}^T \left(\frac{du}{dT} \right) dT + u(0). \quad (1.35)$$

Здесь $\frac{du}{dT}$ является полной производной, то есть не зависит от процесса, в котором происходит изменение внутренней энергии

$$\frac{dU}{dT} = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_p = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_x, \quad (1.36)$$

и во всех процессах, происходящих между двумя изотермами T_1 и T_2 (рис. 1.11), изменения внутренней энергии будут одинаковы

$$U_2 - U_1 = U_4 - U_3 = U_6 - U_5.$$

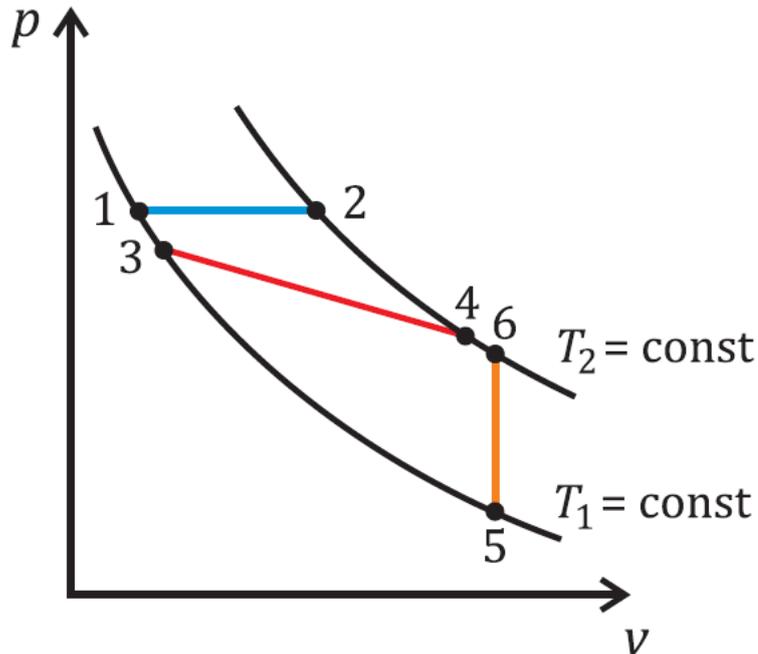


Рис. 1.11. Изотермы в p, v -диаграмме

Энтальпия, введенная как

$$u + p \cdot v$$

для идеального газа с учетом его уравнения состояния (1.32) может быть представлена в виде

$$h = u + R \cdot T, \quad (1.37)$$

и, следовательно, также является функцией только температуры

$$h = h(T) = \int_{T_0}^T \left(\frac{dh}{dT}\right) dT + h(0),$$

где $\frac{dh}{dT}$ также является полной производной

$$\frac{dh}{dT} = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_v = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_x. \quad (1.38)$$

Для того чтобы выяснить, чем определяется температурная зависимость внутренней энергии и энтальпии, вводится понятие теплоемкости.

Теплоемкостью вещества называется отношение бесконечно малого количества теплоты, подводимого к веществу в каком-либо процессе, к соответствующему бесконечно малому изменению его температуры

$$c_x = \left(\frac{\partial q}{\partial T} \right)_x. \quad (1.39)$$

Здесь индекс x обозначает процесс, в котором осуществляется подвод теплоты. В зависимости от количества вещества, к которому отнесена теплоемкость, различают массовую (удельную) теплоемкость

$$[c_x] = \text{кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}),$$

молярную теплоемкость

$$[\tilde{c}_x] = \text{кДж}/(\text{кмоль} \cdot \text{К}),$$

и так называемую «объемную» теплоемкость, относящуюся к 1 нормальному м^3

$$[c'_x] = \text{кДж}/(\text{м}_\text{н}^3 \cdot \text{К}).$$

Их связывают очевидные соотношения

$$c_x = \frac{\tilde{c}_x}{\mu},$$

$$c'_x = \frac{\tilde{c}_x}{22,414}.$$

Среди различных видов теплоемкостей в процессах наибольший интерес представляют теплоемкости, присущие веществу в изохорном и изобарном процессах. Связь их с другими свойствами можно выяснить с помощью уравнений первого закона термодинамики.

Для изохорного процесса при

$$v = \text{const},$$

продифференцировав уравнение (1.14), получим

$$c_v = \left(\frac{\partial q}{\partial T} \right)_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v. \quad (1.40)$$

Это соотношение справедливо для любого вещества, так как при дифференцировании на свойства вещества не накладывались никакие ограничения. Для идеального же газа, внутренняя энергия которого зависит только от температуры

$$c_v = \frac{du}{dT}, \quad (1.41)$$

и изменение его внутренней энергии в любом процессе можно вычислить как

$$\Delta u = u_2 - u_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_v dT. \quad (1.42)$$

Внутренняя энергия реального газа зависит от двух параметров и, соответственно, изменение его внутренней энергии вычисляется с учетом (1.8)

$$\Delta u = u_2 - u_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_v dT + \int_{v_1}^{v_2} \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T dv. \quad (1.43)$$

Выражение для теплоемкости вещества в изобарном процессе ($p=\text{const}$), справедливое для любого вещества, можно получить, продифференцировав (1.17)

$$c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p. \quad (1.44)$$

Для идеального же газа энтальпия является функцией только температуры. Поэтому для него

$$c_p = \frac{\partial h}{\partial T}, \quad (1.45)$$

и изменение энтальпии в любом процессе вычисляется как

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_p dT. \quad (1.46)$$

Изменение энтальпии реального газа следует рассчитывать с учетом соотношения (1.9)

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_p dT + \int_{p_1}^{p_2} \left(\frac{dh}{dp} \right)_T dp. \quad (1.47)$$

Таким образом, вычисление изменений внутренней энергии и энтальпии реального газа отличается от соответствующего вычисления этих величин для идеального тем, что в этом случае не только фигурируют теплоемкости реального газа, но и присутствует в правой части уравнений вторая составляющая, передающая зависимость внутренней энергии или энтальпии от другого (кроме температуры) параметра — удельного объема или давления.

Для вычисления теплоемкостей в других процессах установим их связь с изохорной теплоемкостью.

Записав для произвольного процесса $x = \text{const}$

$$dq = c_x \cdot dT,$$

и используя уравнения (1.8), (1.14) и (1.40) получим

$$c_x dT = c_v dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T dv + p dv,$$

и

$$c_x = c_v + \left[p + \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T \right] \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_x. \quad (1.48)$$

Если применить это соотношение к изобарному процессу

$$(x = p)$$

идеального газа, для которого

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T = 0,$$

а производную $\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$ можно определить по уравнению состояния (1.32)

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = \frac{R}{p},$$

то получим соотношение, называемое *формулой Майера*

$$c_p = c_v + R, \quad (1.49)$$

и для мольных величин

$$\tilde{C}_p = \tilde{C}_v + \tilde{R}. \quad (1.49a)$$

Рассмотрим теперь, откуда берутся численные значения теплоемкости идеального газа.

В известной из курса физики молекулярно-кинетической теории идеального газа величина внутренней энергии, приходящаяся на одну степень свободы поступательного или вращательного движения молекул, составляет

$$0,5 \cdot \tilde{R} \cdot T.$$

С учетом соотношения (1.41) мольная изохорная теплоемкость тогда будет равна

$$\tilde{C}_v^{\text{м.к.}} = \frac{(3+\delta)}{2} \cdot \tilde{R}, \quad (1.50)$$

где δ — число вращательных степеней свободы молекулы, а мольная изобарная теплоемкость по формуле Майера (1.49a) составит

$$\tilde{C}_p^{\text{м.к.}} = \frac{5+\delta}{2} \cdot \tilde{R}. \quad (1.51)$$

Таким образом, согласно молекулярно-кинетической теории теплоемкость идеального газа зависит только от сложности его молекулы (числа степеней свободы) и не зависит от температуры. Численные значения мольной теплоемкости приведены в табл. 1.1.

Таблица 1.1. Теплоемкость идеального газа по молекулярно-кинетической теории

Газ	\tilde{c}_v , кДж/(кмоль·К)	\tilde{c}_p , кДж/(кмоль·К)	$k = \tilde{c}_p/\tilde{c}_v$
Одноатомный	12,472	20,786	1,67
Двухатомный	20,786	29,101	1,40
Трех- и более атомный	24,943	33,258	1,33

Величины, рекомендуемые в молекулярно-кинетической теории, являются достаточно грубым приближением к значениям теплоемкости, которой обладают многоатомные разреженные газы. Экспериментальные измерения показывают, что теплоемкость таких газов зависит от температуры, возрастая при ее увеличении. Так, изобарная теплоемкость двухатомных газов при изменении температуры от 0 до 1000°С возрастает на 15÷20%. Для многоатомных газов это повышение существенно больше, что демонстрирует рис. 1.12. Кроме того, уже и при низких температурах значения теплоемкости многоатомных газов отличаются от рекомендованных в молекулярно-кинетической теории. Объясняется это тем, что многоатомные молекулы обладают энергией внутримолекулярных колебаний атомов, вносящей свой вклад в теплоемкость газа, существенно зависящий от температуры. Рассчитать его можно только в рамках квантовой теории, для чего необходимы данные спектроскопического исследования газа.

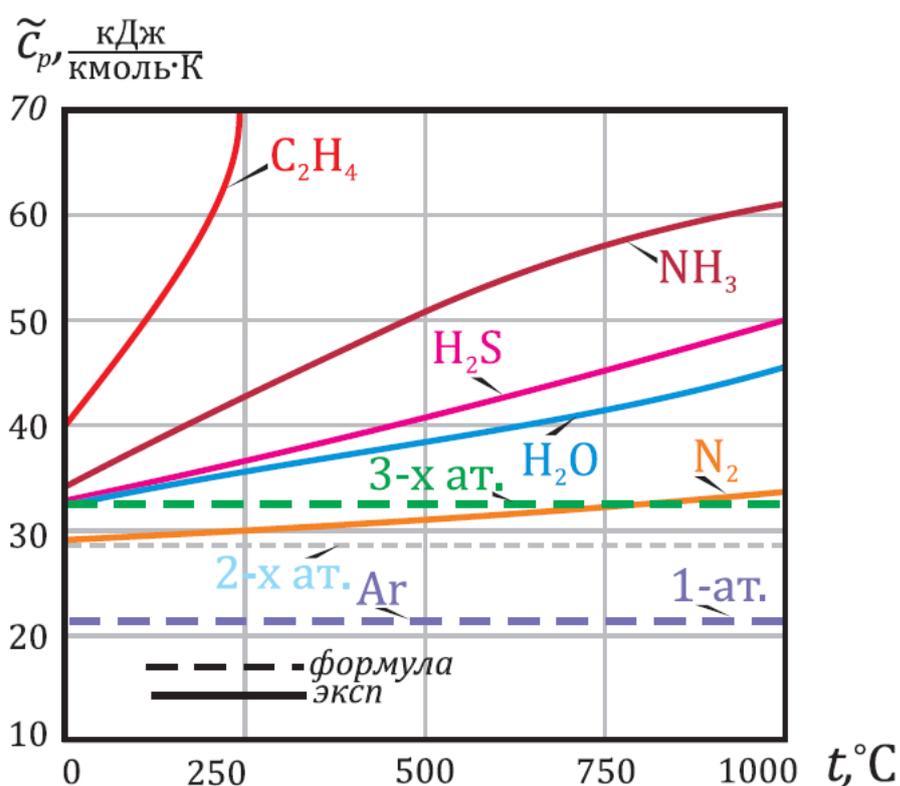


Рис. 1.12. Зависимости изобарной теплоемкости газов от температуры

1.3.1. Элементы квантовой теории теплоемкости

Колебательная составляющая теплоемкости газа в этой теории представлена формулой Эйнштейна

$$\tilde{c}_v = \tilde{R} \cdot \sum \frac{e^{\frac{\theta}{T}} \cdot \left(\frac{\theta}{T}\right)^2}{\left(e^{\frac{\theta}{T}} - 1\right)^2} = f\left(\frac{\theta}{T}\right),$$

где $\theta = \frac{h \cdot \chi}{k_B}$ — характеристическая температура;

χ — частота колебаний;

$h = 6,626176 \cdot 10^{-34}$ Дж · с — константа Планка;

$k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж — константа Больцмана.

Характер изменения функции Эйнштейна при изменении температуры показан на рис. 1.13.

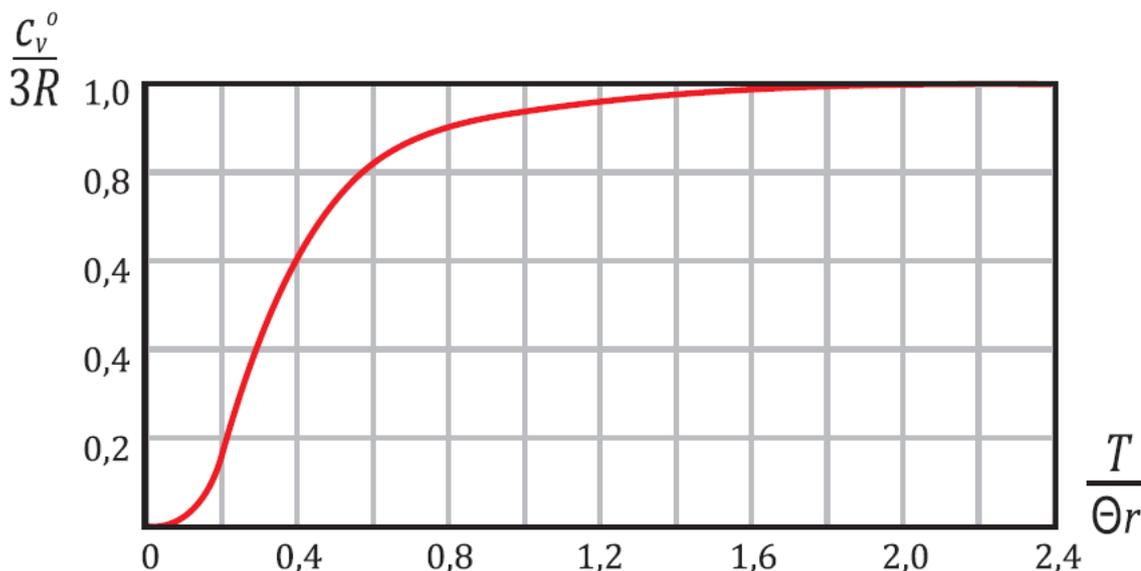


Рис. 1.13. Зависимость колебательной составляющей изохорной теплоемкости от температуры

Энергия вращательного движения по теории также квантуется. Характер изменения квантовой составляющей вращательного движения в теплоемкости показан на рис. 1.14. Здесь θ_r — характеристическая температура вращательного движения. Значения ее для некоторых газов приведены в табл. 1.2.

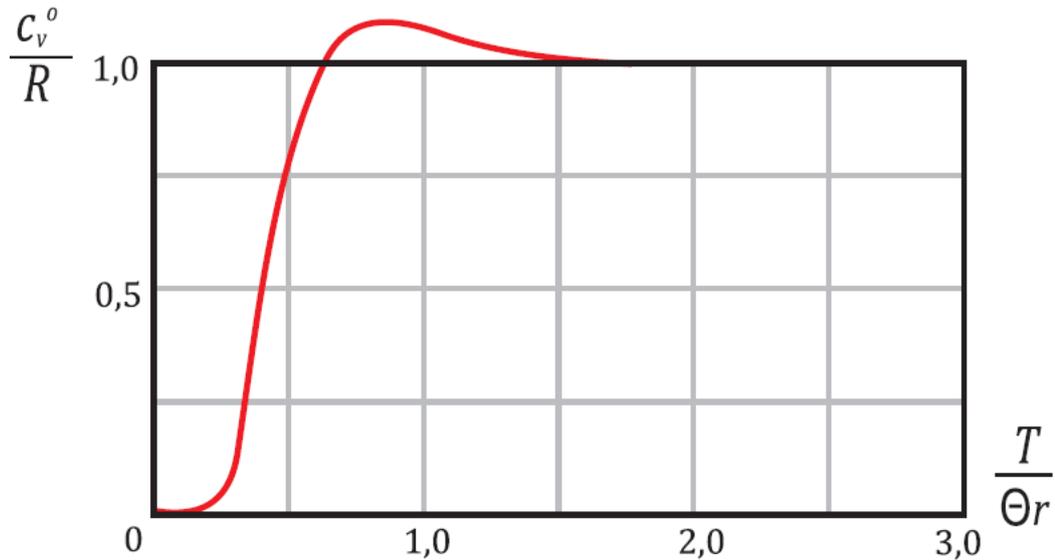


Рис. 1.14. Зависимость квантовой части вращательной составляющей теплоемкости от температуры

Таблица 1.2. Характеристическая температура вращательного движения

Газ	θ_r , К	$\theta_{\text{КОЛ}}$, К
H ₂	85,4	6100
N ₂	2,86	3340
O ₂	2,07	2239

Из данных табл. 1.2 видно, что изменение вращательной составляющей теплоемкости при изменении температуры у большинства газов происходит только в области очень низких температур. Поэтому она может быть принята постоянной величиной. Исключение составляют так называемые квантовые газы (гелий, водород). Колебательная же составляющая теплоемкости очень сильно изменяется в широком диапазоне температур. С учетом этого, теплоемкость технических важных разреженных газов рассчитывается как

$$\tilde{c}_v = \frac{(3 + \delta_{\text{вр}}) \cdot \tilde{R}}{2} + \tilde{c}_v^{\text{колеб}},$$

$$\tilde{c}_p = \frac{(5 + \delta_{\text{вр}}) \cdot \tilde{R}}{2} + \tilde{c}_v^{\text{колеб}}.$$

Значения теплоемкости, рассчитанные по этим формулам, известны как *теплоемкость в приближении ЖРГО* (жесткий ротатор — гармонический осциллятор) или как *теплоемкость по спектроскопическим данным*. Наиболее полные сведения о необходимых для получения таких данных исследованиях и результаты соответствующих расчетов термодинамических свойств газов приведены в [1]. Для 14 наиболее часто используемых в теплотехнике газов значения теплоемкостей и подробные таблицы рассчитанных на их основе значений внутренней энергии и энтальпии представлены в [2, 3], а сокращенные таблицы этих данных помещены в [4, 5].

Кроме того, в Интернете имеются программы вычисления термодинамических свойств в идеально-газовом состоянии, например [6]. Именно эти материалы следует использовать в инженерных теплотехнических расчетах, а величины, рекомендованные молекулярно-кинетической теорией, применять лишь при качественном анализе циклов.

Подчеркнем, что все эти данные относятся к газам, находящимся при низких или умеренных давлениях. С ростом давления начинает проявляться реальность газов, и при определении теплоемкости, внутренней энергии и энтальпии должна учитываться и их зависимость от давления (плотности) газа. Представление о предельных давлениях, до которых энтальпия некоторых реальных газов не более чем на 0,5% отличается от энтальпии идеального, дают графики на рис. 1.15.

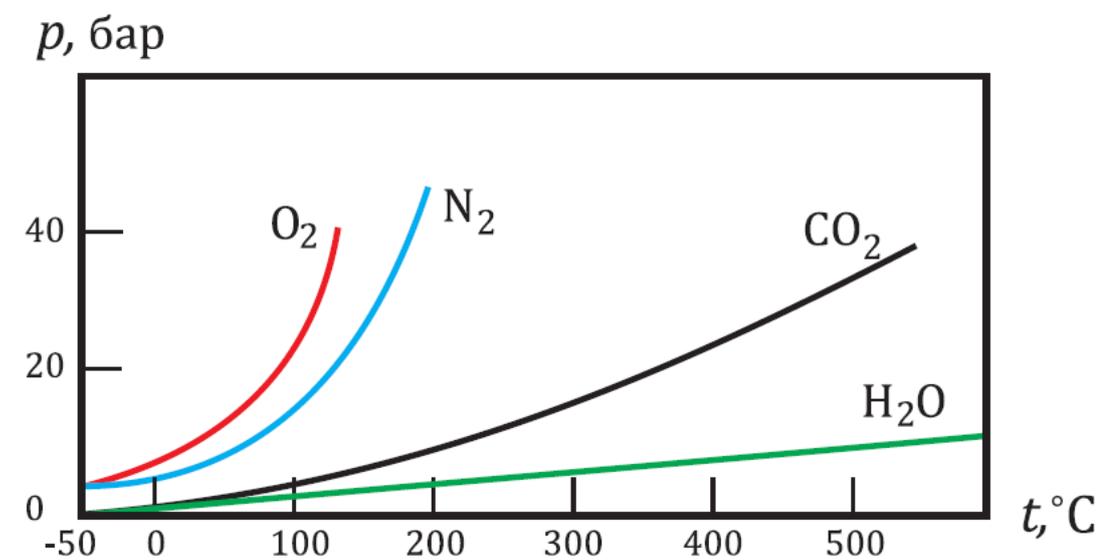


Рис. 1.15. Предельное давление соответствия энтальпии реального и идеального газа

1.4. Термодинамические свойства смесей идеальных газов

Смесь двух или более газов при невысоком давлении, когда их можно рассматривать как идеальные газы, имеет большое распространение. Схема получения такой смеси, состоящей из двух компонентов — бинарной смеси, показана на рис. 1.16.

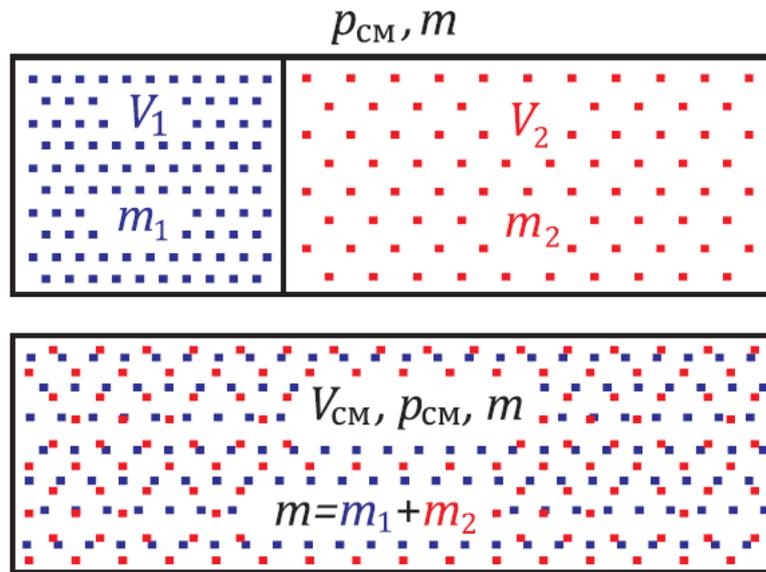


Рис. 1.16. Схема смешения идеальных газов

До смешения компоненты находятся в объемах V_1 и V_2 при одинаковом давлении p и одинаковой температуре T . Массы газов и их калорические свойства (внутренние энергии, энтальпии, теплоемкости и другие), естественно, различны. После того, как убрана перегородка, газы вследствие диффузии перемешиваются так, что каждый из них занял полный объем $V_{см}$, а давление каждого газа уменьшилось до *парциального давления* его в смеси p_1 и p_2 , соответственно. При этом изменений температуры или давления смеси идеальных газов не происходит.

Состав такой смеси можно характеризовать следующими величинами:

- *массовая доля i -го компонента*

$$\omega_i = \frac{m_i}{m_{см}} = \frac{m_i}{\sum m_i}, \quad (1.52)$$

где m_i и $m_{см}$ — массы соответственно компонента и смеси;

- *мольная доля i -го компонента*

$$x_i = \frac{n_i}{n_{см}} = \frac{n_i}{\sum n_i}, \quad (1.53)$$

где n_i и $n_{см}$ — количество киломолей компонента и смеси;

- *объемная доля i -го компонента*

$$r_i = \frac{V_i}{V_{см}} = \frac{V_i}{\sum V_i}, \quad (1.54)$$

где V_i — объем компонента до смешения; $V_{см}$ — объем смеси.

Естественно, что в смеси сумма долей любого вида равна 1 и для бинарной смеси можно указывать долю одного компонента.

Отметим, что для смеси идеальных газов значение объемной доли совпадает со значением мольной. Действительно, объемы газа до смешения и

всей смеси находятся при одинаковых температурах и одинаковых давлениях и вследствие закона Авогадро должны содержать пропорциональное им число молекул, то есть киломолей

$$r_i = \frac{V_i}{V_{\text{см}}} = \frac{n_i \cdot \tilde{R} \cdot T \cdot p}{p \cdot n_{\text{см}} \cdot \tilde{R} \cdot T} = \frac{n_i}{n_{\text{см}}} = x_i.$$

Связь между другими долями смеси получим, используя соотношение

$$m = n \cdot \mu, \quad (1.55)$$

$$\omega_i = \frac{m_i}{m_{\text{см}}} = \frac{n_i \cdot \mu_i}{n_{\text{см}} \cdot \mu_{\text{см}}} = \frac{n_i \cdot \mu_i}{\Sigma(n_i \cdot \mu_i)},$$

и, поделив числитель и знаменатель на $n_{\text{см}}$, получим

$$\omega_i = \frac{x_i \cdot \mu_i}{\Sigma(x_i \cdot \mu_i)}. \quad (1.56)$$

Таким же способом составим и второе соотношение

$$x_i = \frac{n_i}{n_{\text{см}}} = \frac{m_i / \mu_i}{m_{\text{см}} / \mu_{\text{см}}} = \frac{m_i / \mu_i}{\Sigma(m_i / \mu_i)},$$

и, поделив числитель и знаменатель на $m_{\text{см}}$, получим

$$x_i = \frac{\omega_i \cdot \mu_i}{\Sigma(\omega_i \cdot \mu_i)}. \quad (1.57)$$

Общая масса компонентов смеси составляет величину, равную

$$m_{\text{см}} = m_1 + m_2 + m_3 + \dots = \sum_{i=1}^{i=k} m_i, \quad (1.58)$$

а общее число киломолей компонентов смеси равно

$$n_{\text{см}} = n_1 + n_2 + n_3 + \dots = \sum_{i=1}^{i=k} n_i. \quad (1.59)$$

Тогда на основе равенства (1.55) можно ввести понятие *кажущейся молярной массы смеси*

$$\mu_{\text{см}} = \frac{m_{\text{см}}}{n_{\text{см}}}, \quad (1.60)$$

которое связано с характеристиками компонентов следующими соотношениями:

$$\mu_{\text{см}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{i=k} (\omega_i \cdot \mu_i)} \quad (1.61)$$

и

$$\mu_{\text{см}} = \sum_{i=1}^{i=k} (x_i \cdot \mu_i). \quad (1.62)$$

Для рассмотрения свойств смесей идеальных газов запишем уравнения состояния:

– компонента смеси

$$p_i \cdot V_{\text{см}} = n_i \cdot \tilde{R} \cdot T, \quad (a)$$

– компонента смеси до смешения

$$p \cdot V_i = n_i \cdot \tilde{R} \cdot T, \quad (b)$$

– смеси в целом

$$p \cdot V_{\text{см}} = n_{\text{см}} \cdot \tilde{R} \cdot T, \quad (c)$$

Разделив (a) на (c), получим парциальное давление компонента смеси, равное

$$p_i = x_i \cdot p, \quad (1.63)$$

а просуммировав все парциальные давления, поскольку

$$\Sigma x_i = 1,$$

то получим

$$\Sigma p_i = p, \quad (1.64)$$

что является математической формой закона *Дальтона*, гласящего, что *сумма парциальных давлений, входящих в смесь идеальных газов, равна полному давлению газовой смеси*.

Разделив (b) на (c), получим парциальный объем компонента смеси, равный

$$V_i = x_i \cdot V_{\text{см}}, \quad (1.65)$$

и, сложив все парциальные объемы,

$$\Sigma V_i = V_{\text{см}}, \quad (1.66)$$

что представляет собой математическую форму закона *Амага*, утверждающего, что *сумма парциальных объемов, входящих в смесь идеальных газов, равна полному объему газовой смеси*. Подчеркнем, что оба закона — и Дальтона, и Амага — применимы только к идеально-газовым смесям.

Удельный объем смеси может быть рассчитан по уравнению Клапейрона-Менделеева (1.32)

$$p \cdot v_{\text{см}} = \frac{\tilde{R}}{\mu_{\text{см}}} \cdot T, \quad (1.67)$$

где удельная газовая постоянная смеси $R_{см}$ может быть рассчитана и иначе

$$R_{см} = \frac{\bar{R}}{\mu_{см}} = (\omega_1 \cdot R_1 + \omega_2 \cdot R_2 + \omega_3 \cdot R_3 + \dots) = \bar{R} \cdot \left(\frac{\omega_1}{\mu_1} + \frac{\omega_2}{\mu_2} + \frac{\omega_3}{\mu_3} + \dots \right). \quad (1.68)$$

Молекулы идеального газа не взаимодействуют (кроме столкновений) с молекулами своего газа. Точно так же они не взаимодействуют и с молекулами других газов в смеси. Смешение не приводит ни к каким энергетическим эффектам. Поэтому величины калорических свойств смеси идеальных газов (внутренней энергии, энтальпии, теплоемкостей) рассчитываются как сумма соответствующих величин со своими долями.

Если вычисляется значение какого-либо калорического свойства z в расчете на 1 кг массы смеси, то есть в кДж/кг, то используют массовые доли

$$z = \sum_{i=1}^k (\omega_i \cdot z_i). \quad (1.69)$$

Если же расчет идет на 1 киломоль — в кДж/кмоль, то применяют мольные доли

$$z = \sum_{i=1}^k (x_i \cdot z_i). \quad (1.70)$$

Пример 1.1

Определить удельную энтальпию смеси газов, содержащей 3 кг диоксида углерода CO_2 , 2 кг азота N_2 и 1 кг кислорода O_2 , при температуре 500°C .

Решение

Найдем массовые доли компонентов. Для этого рассчитаем массу смеси

$$m_{см} = m_{\text{CO}_2} + m_{\text{N}_2} + m_{\text{O}_2} = 3 + 2 + 1 = 6 \text{ кг},$$

а затем определим доли по (1.52):

$$\omega_{\text{CO}_2} = \frac{m_{\text{CO}_2}}{m_{см}} = \frac{3}{6} = 0,5;$$

$$\omega_{\text{N}_2} = \frac{m_{\text{N}_2}}{m_{см}} = \frac{2}{6} = 0,333;$$

$$\omega_{\text{O}_2} = \frac{m_{\text{O}_2}}{m_{см}} = \frac{1}{6} = 0,167.$$

Значения удельной энтальпии компонентов возьмем в таблицах [3]

$$h_{\text{CO}_2} = 699,95 \text{ кДж/кг};$$

$$h_{\text{N}_2} = 816,29 \text{ кДж/кг};$$

$$h_{\text{O}_2} = 737,17 \text{ кДж/кг}.$$

Удельную энтальпию смеси рассчитаем, используя формулу (1.69)

$$h_{см} = \sum_{i=1} \omega_i \cdot h_i = 0,5 \cdot 699,95 + 0,333 \cdot 816,29 + 0,167 \cdot 737,17 = 744,81 \text{ кДж/кг}.$$

Этот же результат можно получить, используя калькулятор свойств газов, имеющийся в комплексе вычислительных программ [6]. Набрав на калькуляторе газов состав смеси: $\text{CO}_2:3\text{kg}; \text{N}_2:2\text{kg}; \text{O}_2:1\text{kg}^1$ и указав температуру, получим

$$h_{\text{см}} = 744,81 \text{ кДж/кг.}$$

Таким образом можно проводить расчет термодинамических свойств смесей, содержащих до 11 компонентов, используя и массовые, и мольные доли.

1.5. Контрольные вопросы

1. Какое из приведенных аналитических выражений является уравнением первого закона термодинамики:

$$dq = dh + pdv,$$

$$dq = dh - vdp,$$

$$dq = du + vdp,$$

$$dq = du - vdp?$$

2. Какого типа функции связывает уравнение первого закона термодинамики: функции состояния или функции процесса? Назовите эти функции.

3. У какого газа — водорода или азота — удельная газовая постоянная R больше и почему?

4. Какова особенность вторых смешанных производных функций состояния?

5. Назовите главный недостаток молекулярно-кинетической теории в описании теплоемкости многоатомных разреженных газов.

6. Какие характеристики газа нужно знать, чтобы рассчитать по молекулярно-кинетической теории удельную изобарную и мольную изохорную теплоемкости?

7. Прочитайте закон Дальтона для смесей идеальных газов и объясните смысл входящих в него понятий.

8. В бинарной смеси идеальных газов массовая доля более тяжелого газа равна 0,5. Парциальное давление этого газа больше или меньше половины полного давления смеси?

¹ Состав можно также задать указанием процентного состава $\text{CO}_2:50\text{M}; \text{N}_2:33,3\text{M}; \text{O}_2:16,7\text{M}$.

Глава 2. ВТОРОЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ

2.1. Формулировки второго закона термодинамики

Сущность второго закона термодинамики состоит в констатации того факта, что любой естественный самопроизвольный процесс в природе протекает в определенном, ему присущем направлении и не может быть проведен в противоположном направлении без затраты энергии. Действие его проявляется во всех областях человеческой деятельности, почему и существует много формулировок этого закона. Здесь приведем лишь те из них, которые напрямую определяют условия проведения процессов, используемых в теплоэнергетике.

Невозможно осуществить передачу теплоты от источника с более низкой температурой к источнику с более высокой температурой без компенсации. Под компенсацией здесь понимается затрата энергии, полученной в результате любых естественных процессов: затрата работы, затрата теплоты источника с высокой температурой и так далее.

Невозможно осуществить периодически действующий двигатель, в результате действия которого производилась бы положительная работа за счет взаимодействия его лишь с одним источником теплоты. Здесь имеется в виду именно постоянно, неограниченно во времени действующий двигатель, а не однократный акт получения работы, например за счет энергии потока газа, вытекающего из баллона высокого давления. Этот акт продлится лишь до тех пор, пока давление газа не упадет до давления окружающей среды и возвращения к высокому давлению не будет.

Этой формулировкой устанавливается, что для работы любого теплового двигателя необходимо не менее двух источников теплоты различной температуры. Если бы было возможно осуществить двигатель, производящий работу за счет контакта с одним источником теплоты, например с окружающей Землю атмосферой, то он мог бы действовать неограниченно долго. Такой двигатель называется *вечным двигателем второго рода* в отличие от *вечного двигателя первого рода*, который бы работал, нарушая первый закон термодинамики. Приведенную выше формулировку можно перефразировать: невозможно осуществить вечный двигатель второго рода.

С другой стороны, условие для работы теплового двигателя можно сформулировать не только в виде запретительных положений. *Сади Карно*, открывший в 1824 г. второй закон термодинамики, писал, что везде, где есть разность температур, возможно получение работы [7].

Из второго закона термодинамики следует качественная неэквивалентность работы и теплоты. Работа без ограничений может быть передана другому телу или полностью преобразована в теплоту. Теплота же может быть передана без компенсации только телу с температурой не большей, чем температура передающего ее тела. Полученная от горячего (верхнего) теплового источника теплота не может быть полностью

преобразована в работу, так как часть ее обязательно должна быть отдана холодному (нижнему) тепловому источнику.

Таким образом, если первый закон термодинамики разрешает любой мыслимый процесс, подчинялся бы он только устанавливаемому им строгому количественному соотношению, то второй закон термодинамики строго контролирует направленность процессов, не допуская несвойственных природе процессов. Вместе они и определяют ту объективную реальность, в которой существует человечество.

На основе второго закона термодинамики вводится понятие *обратимого процесса*.

Обратимым называется процесс, после проведения которого система сохраняет возможность вернуться в первоначальное состояние так, что ни в системе, ни во взаимодействовавших с ней телах не произойдет каких-либо конечных изменений. Не удовлетворяющий этому условию процесс называется необратимым.

Обратимый процесс должен быть и равновесным. В обратимом процессе теплообмен должен осуществляться при бесконечно малой разности температур между телами, отдающими теплоту и ее принимающими, так как при наличии разности температур при проведении процесса в обратном направлении передача теплоты от более холодного тела невозможна и потребуются какая-либо компенсация, например привлечение теплоты более горячего источника. Точно так же источником необратимости кроме конечной разности температур при теплообмене является присутствие трения, диффузия или расширение рабочего тела в абсолютный вакуум. Все это есть самопроизвольные, односторонне направленные процессы, осуществление которых в противоположном направлении требует компенсации. При этом различают *внутреннюю необратимость* и *внешнюю*. Если, например, нагревать газ так, что температуры его в каждой точке и давление в каждый момент времени остаются одинаковыми, то процесс будет внутренне обратимым, хотя теплообмен между газом и внешним источником тепла идет при большой разности температур и является внешне необратимым. Очевидно, что обратимые процессы есть абстракция и все реальные процессы в той или иной степени необратимы. Однако в обратимых процессах достигаются наилучшие характеристики процессов и циклов, и они являются объектом термодинамического анализа, а влияние необратимости учитывается введением эмпирических коэффициентов.

2.2. Круговые процессы (циклы)

Во всех теплотехнических установках, функционирующих на постоянной основе, с их рабочими телами совершаются круговые процессы изменения состояния, или циклы. Различают два типа циклов: *прямой цикл* (рис. 2.1) и *обратный цикл* (рис. 2.2).

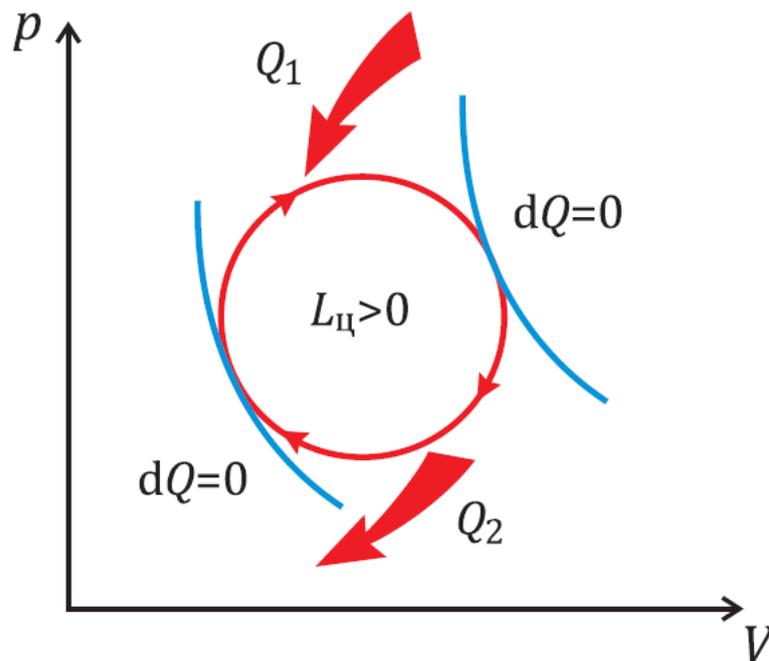


Рис. 2.1. Прямой цикл в диаграмме p, V

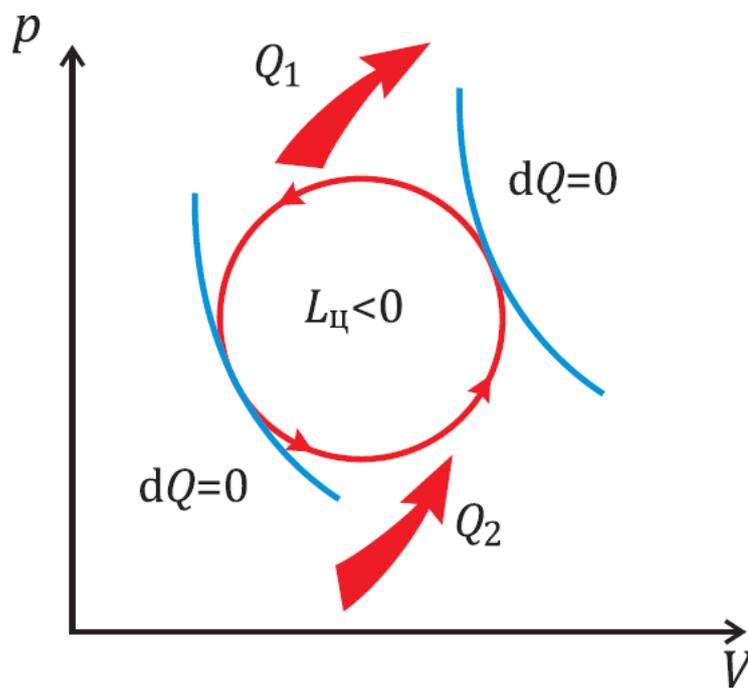


Рис. 2.2. Обратный цикл в диаграмме p, V

Прямым циклом, или циклом теплового двигателя, называется цикл, в котором изображаемые в термодинамических диаграммах процессы следуют по часовой стрелке. При этом получаемая от рабочего тела работа при

$$dV > 0$$

больше, чем работа, затрачиваемая на возвращение рабочего тела в первоначальное состояние при

$$dV < 0.$$

Полученная в результате внешняя работа отображается площадью, заключенной внутри фигуры. В обратном цикле противоположное направление следования процессов в диаграммах. В этом случае рабочее тело при расширении

$$dV > 0,$$

получает теплоту от источника с низкой температурой и передает его источнику высокой температуры при сжатии

$$dV < 0,$$

за счет затраты работы, как этого требует второй закон термодинамики.

В любом цикле изменение внутренней энергии за цикл равно нулю

$$\Sigma(\Delta U)_{\text{ц}} = 0,$$

и, применяя уравнение первого закона термодинамики (1.7) к прямому циклу, получим

$$Q_{\text{ц}} = L_{\text{ц}}. \quad (2.1)$$

Согласно второму закону термодинамики полученная в цикле от источника высокой температуры теплота Q_1 никогда не может быть полностью преобразована в работу, а часть ее Q_2 должна быть передана тепловому источнику низкой температуры. Поэтому всегда

$$Q_{\text{ц}} = Q_1 - Q_2. \quad (2.2)$$

Показателем эффективности работы прямого цикла является *термический коэффициент полезного действия цикла*

$$\eta_t = \frac{L_{\text{ц}}}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}, \quad (2.3)$$

который может иметь значения от 0 и выше, но всегда меньше 1

$$0 \leq \eta_t < 1.$$

Уравнение первого закона для обратного цикла имеет вид

$$Q_{\text{ц}} = L_{\text{ц}}.$$

Этот цикл применяется в двух вариантах: в виде *цикла холодильной машины*, предназначенной для понижения температуры холодного источника теплоты, и *цикла теплового насоса*, предназначенного для повышения температуры источника теплоты более высокой температуры. В первом случае показателем эффективности цикла является *холодильный коэффициент*

$$\varepsilon = \frac{Q_2}{|L_{\text{ц}}|}, \quad (2.4)$$

имеющий пределы значений $0 < \varepsilon < \infty$. Во втором случае в качестве показателя эффективности используется *отопительный коэффициент* ($k_{от}$), называемый также коэффициентом преобразования энергии μ ,

$$k_{от} \equiv \mu = \frac{|Q_1|}{|L_{ц}|}, \quad (2.5)$$

с пределами значений

$$1 < \mu < \infty.$$

В обоих вариантах использования обратного цикла по существу происходит преобразование теплоты низкого потенциала (температуры) в теплоту высокого потенциала. Поэтому для холодильного и отопительного коэффициентов часто применяют обобщенное название — *коэффициент преобразования*.

Оба цикла, изображенные на рис. 2.1 и 2.2, могут быть обратимыми лишь при наличии бесконечно большого числа источников теплоты, так как обратимый теплообмен возможен только при бесконечно малой разности температур между телами, а в этих циклах подвод и отвод теплоты осуществляется в больших температурных интервалах. Однако существует цикл, который можно представить обратимым и при минимальном числе источников теплоты.

2.2.1. Прямой обратимый цикл Карно

В 1824 г. *Сади Карно* предложил цикл, исследование которого привело его к формулировке второго закона термодинамики и началу развития теории тепловых двигателей. Этот цикл представлен на рис. 2.3. Он состоит из двух изотерм, а также двух адиабатных процессов, протекающих без теплообмена. Цикл может быть обратимым, если обратим каждый из входящих в него процессов. Предположим, что он происходит с идеальным газом, обладающим постоянной теплоемкостью, температуры источников теплоты постоянны, теплообмен на изотермах происходит при бесконечно малой разности температур и во всех процессах отсутствует трение. В цикле соблюдены все условия обратимости. Он начинается с того, что к газу состояния 1 подводится теплота q_1 от верхнего (горячего) источника теплоты. Газ расширяется, совершая работу, при неизменной температуре, так как затраты его внутренней энергии компенсируются подводимой теплотой, до некоторого состояния 2. Здесь подвод теплоты прекращается, и дальнейшее расширение происходит без теплообмена с окружающими телами, то есть адиабатно. В состоянии 3 расширение заканчивается и начинается процесс возвращения рабочего тела в исходное состояние. Вначале сжатие совершается в соответствии со вторым законом — с отдачей теплоты q_2 нижнему (холодному) источнику теплоты, а затем в состоянии 4 отдача теплоты нижнему источнику прекращается и газ возвращается в состояние 1 в результате адиабатного процесса.

Оба процесса сжатия совершаются за счет затраты части работы, полученной при расширении, и полученная в цикле полезная внешняя работа равна их разности, или, согласно равенству (2.1), разности количества подведенной и отведенной теплоты

$$l_{\text{ц}} = q_1 - q_2.$$

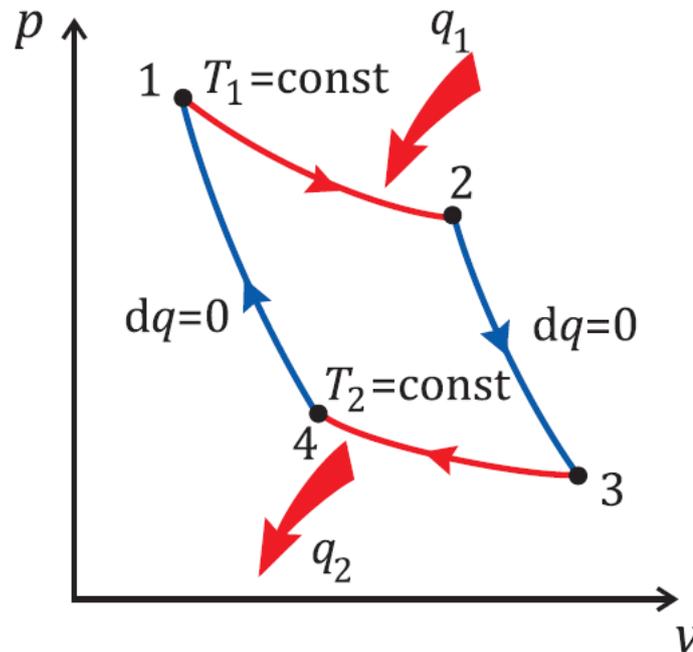


Рис. 2.3. Цикл Карно в диаграмме p, v

Полнота преобразования в цикле затрачиваемой теплоты в работу определяется термическим КПД цикла (2.3)

$$\eta_t = \frac{q_1 - q_2}{q_1}.$$

Для его определения выясним, как рассчитывается количество теплоты, подводимой к идеальному газу или отводимой от него в изотермических процессах. В этом процессе у идеального газа не происходит изменения внутренней энергии, и поэтому из уравнения первого закона (1.7) следует

$$q = l.$$

Применив для расчета работы уравнение (1.9) и уравнение состояния (1.31), получим

$$q = \int p dv = \int_{v_H}^{v_K} \frac{R \cdot T}{v} dv = R \cdot T \cdot \ln \left(\frac{v_K}{v_H} \right).$$

Получим и соотношение между конечными и начальными параметрами этого процесса, записав для них уравнения состояния (1.31) и поделив их

$$\frac{p_K}{p_H} = \frac{v_H}{v_K}. \quad (a)$$

Теперь выражение для термического КПД цикла можно записать как

$$\eta_t = \frac{R \cdot T_1 \cdot \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) - R \cdot T_2 \cdot \ln\left(\frac{v_3}{v_4}\right)}{R \cdot T_1 \cdot \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)}. \quad (b)$$

В адиабатных процессах 2-3 и 4-1 отношения давлений должны быть одинаковыми, иначе цикл не замкнется, то есть

$$\frac{p_1}{p_4} = \frac{p_2}{p_3},$$

или

(c)

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{p_4}{p_3}.$$

Применим соотношения параметров типа (a) к изотермам 1-2 и 4-3

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{v_2}{v_1},$$

$$\frac{p_4}{p_3} = \frac{v_3}{v_4},$$

и, учитывая (c), сделаем вывод, что

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{v_3}{v_4}.$$

Подстановка этого равенства в выражение (b) приводит к формуле термического КПД цикла Карно

$$\eta_t^K = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}. \quad (2.6)$$

КПД цикла Карно зависит только от температур верхнего и нижнего источников теплоты. При этом КПД увеличивается при возрастании температуры верхнего источника и при понижении температуры нижнего источника. Значения его находятся в диапазоне

$$0 \leq \eta_t^K < 1,$$

и равняются 1 лишь при недостижимых температурах

$$T_2 = 0,$$

или

$$T_1 = \infty.$$

Примеры значений КПД цикла при температуре нижнего источника $t_2 = 20^\circ\text{C}$ и различных температурах верхнего источника приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1. Значения КПД цикла Карно

$t_1, ^\circ\text{C}$	300	400	500	600	700	1000	1300
η_t	0,49	0,56	0,62	0,66	0,70	0,77	0,81

Выясним сравнительную степень влияния температур тепловых источников на термический КПД цикла Карно. Для этого продифференцируем выражение (2.6) по температурам.

Верхний источник

$$\left(\frac{\partial \eta_t^K}{\partial T_1}\right)_{T_2} = \frac{T_2}{T_1^2},$$

нижний источник

$$\left(\frac{\partial \eta_t^K}{\partial T_2}\right)_{T_1} = -\frac{1}{T_1}.$$

Следовательно,

$$\left(\frac{\partial \eta_t^K}{\partial T_1}\right)_{T_2} = -\frac{T_2}{T_1} \cdot \left(\frac{\partial \eta_t^K}{\partial T_2}\right)_{T_1}$$

и

$$\left|\left(\frac{\partial \eta_t^K}{\partial T_1}\right)_{T_2}\right| < \left|\left(\frac{\partial \eta_t^K}{\partial T_2}\right)_{T_1}\right|.$$

Таким образом, изменения температуры источников теплоты разнонаправленно влияют на термический коэффициент полезного действия цикла Карно: увеличение температуры верхнего источника повышает КПД цикла, а у холодного источника понижение температуры приводит к увеличению КПД цикла, причем в существенно большей мере, чем изменение температуры верхнего.

2.2.2. Обратный обратимый цикл Карно

В зависимости от предназначения и, соответственно, уровня температур, при которых цикл применяется, различают цикл Карно холодильной машины или теплового насоса (называемого также теплонасосной установкой, ТНУ). Будем считать, что изображенный на рис. 2.4 цикл является циклом холодильной машины. Он предназначен для отбора теплоты от нижнего (холодного) теплового источника, имеющего температуру ниже температуры окружающей среды, повышения ее в адиабатном процессе (за счет сжатия рабочего тела) до уровня температуры верхнего теплового источника (чаще окружающей среды) и сброса теплоты в этот источник. Цикл состоит из двух изотерм и двух адиабат и отличается от представленного на рис. 2.3 лишь противоположным направлением процессов и направлениями подвода и отвода теплоты. Так же, как и там, в качестве рабочего тела используется идеальный газ и выполнены все условия обратимости. Газ забирается из нижнего теплового источника в состоянии 1 при температуре T_x и адиабатно, без теплообмена с окружающими телами, сжимается до состояния 2 при температуре верхнего теплового источника T_{oc} . Далее при этой постоянной температуре газ отдает теплоту q_{oc} верхнему тепловому источнику, сжимаясь

до состояния 3. После этого он расширяется адиабатно, охлаждаясь до температуры T_x в состоянии 4, и, поступив в нижний тепловой источник, продолжает при постоянной этой температуре расширяться, получая теплоту q_x , до достижения исходного состояния 1. Цикл замкнулся.

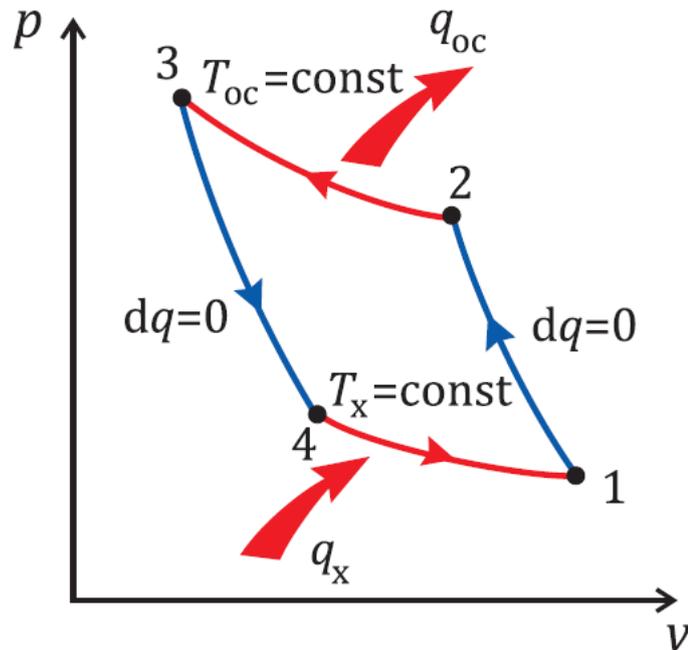


Рис. 2.4. Обратный цикл Карно в диаграмме p, v

Холодильный коэффициент цикла, согласно (2.4), равен

$$\varepsilon = \frac{q_x}{|l_{ц}|} = \frac{q_x}{q_{0c} - q_x} = \frac{R \cdot T_x \cdot \ln\left(\frac{v_1}{v_4}\right)}{R \cdot T_0 \cdot \ln\left(\frac{v_2}{v_3}\right) - R \cdot T_x \cdot \ln\left(\frac{v_1}{v_4}\right)}.$$

Равенство фигурирующих здесь отношений объемов доказано при рассмотрении прямого цикла Карно. Поэтому после сокращений

$$\varepsilon = \frac{T_x}{T_0 - T_x}. \quad (2.7)$$

Если представленный на рис. 2.4 цикл используется в качестве цикла теплового насоса, то изменяется лишь подход к выбору температур источников теплоты. В качестве нижних источников теплоты используют или близко расположенные природные даровые источники, в том числе окружающая среда, или сбросные воды различных производств. Увеличив температуру рабочего тела за счет затраты работы до уровня T_t , приемлемого для системы отопления ($70 \div 80^\circ\text{C}$), отдают теплоту q_t для нужд отопления. Здесь полезный результат — теплота q_t и эффективность цикла — характеризуется *отопительным коэффициентом*, равным отношению полученной теплоты к затраченной работе.

Если переименовать T_x в $T_{н.и.}$, а T_0 в T_T , то согласно (2.5) получим отопительный коэффициент цикла

$$\mu = \frac{Q_T}{|L_{ц}|} = \frac{T_T}{T_T - T_{н.и.}}. \quad (2.8)$$

При этом важно заметить, что всегда

$$\mu > 1.$$

Это означает, что при использовании электроэнергии для нужд отопления применение теплового насоса обеспечивает более высокую экономичность (в 3÷4 раза!), чем применение электронагревателей.

2.2.3. Теорема Карно

При рассмотрении цикла Карно было сказано, что рабочим телом его является идеальный газ. Может создаться впечатление, что все полученные выводы только к нему и относятся. То, что это не так, показал еще сам Карно.

Теорема Карно: термический КПД обратимого цикла Карно зависит не от свойств рабочего тела, а лишь от температур источников теплоты.

Для доказательства этого положения рассмотрим систему, состоящую из двух машин, работающих с одними и теми же источниками теплоты (рис. 2.5). Обе машины работают по циклу Карно, но одна из них (на рисунке слева) имеет в качестве рабочего тела идеальный газ, а другая — реальный газ. При работе обеих машин в режиме прямого цикла работы машин равны

$$L_{ц}^и = L_{ц}^р$$

и

$$Q_1^и - Q_2^и = Q_1^р - Q_2^р.$$

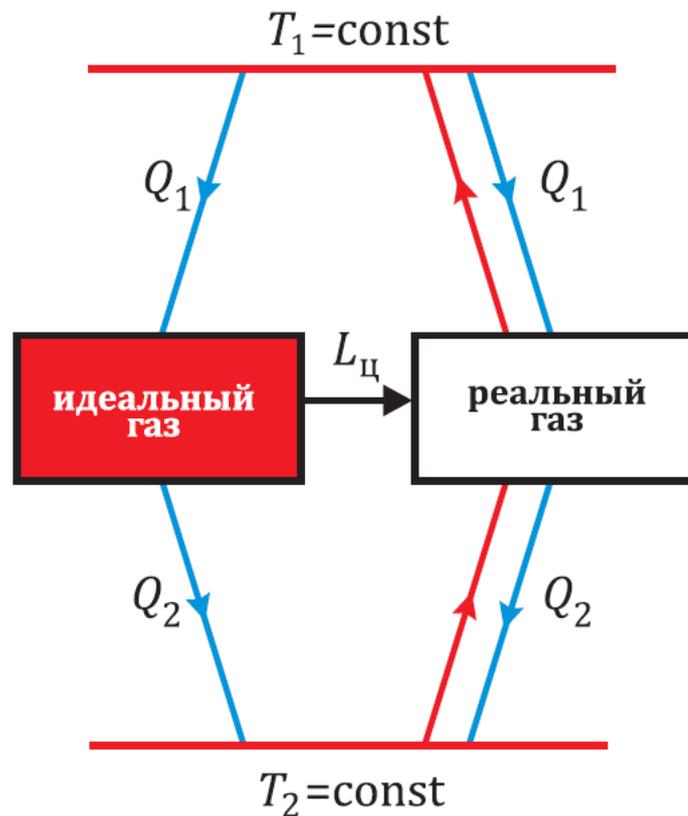


Рис. 2.5. К сравнению циклов Карно

Предположим, что термические коэффициенты циклов машин различны и

$$\eta_t^и > \eta_t^р,$$

то есть

$$\frac{Q_1^и - Q_2^и}{Q_1^и} > \frac{Q_1^р - Q_2^р}{Q_1^р}.$$

Обратим правую машину (красные стрелки тепловых потоков) и для привода ее используем работу, получаемую в левой машине. Тогда получим

$$Q_1^р > Q_1^и$$

и

$$Q_2^р > Q_2^и.$$

Следовательно, имеет место некомпенсированный переход теплоты от источника низкой температуры T_2 к источнику более высокой температуры T_1 . Это нарушение второго закона, следовательно, сделанное предположение неверно и должно быть отвергнуто. Высказанное в теореме положение правильно, и

$$\eta_t^р = \eta_t^и.$$

Все выводы, получаемые в результате анализа цикла Карно, использующего в качестве рабочего тела идеальный газ, точно так же справедливы для него и при использовании любого реального газа.

2.3. Энтропия

Для прямого обратимого цикла Карно получили

$$1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

и

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0.$$

Рассмотрим теперь произвольный прямой обратимый цикл (рис. 2.6), осуществляемый при использовании бесконечно большого числа тепловых источников. Разделим его бесконечно большим числом обратимых адиабат на бесконечно большое число элементарных циклов. В каждом из них процессы подвода и отвода теплоты заменим изотермами. Тогда он будет отличаться от элементарного цикла Карно на бесконечно малую величину второго порядка малости. В сумме исходный цикл представляет собой совокупность бесконечно малых циклов Карно. Тогда можно записать

$$\int \frac{dQ_1}{T_1} + \int \frac{dQ_2}{T_2} = 0$$

и

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0.$$

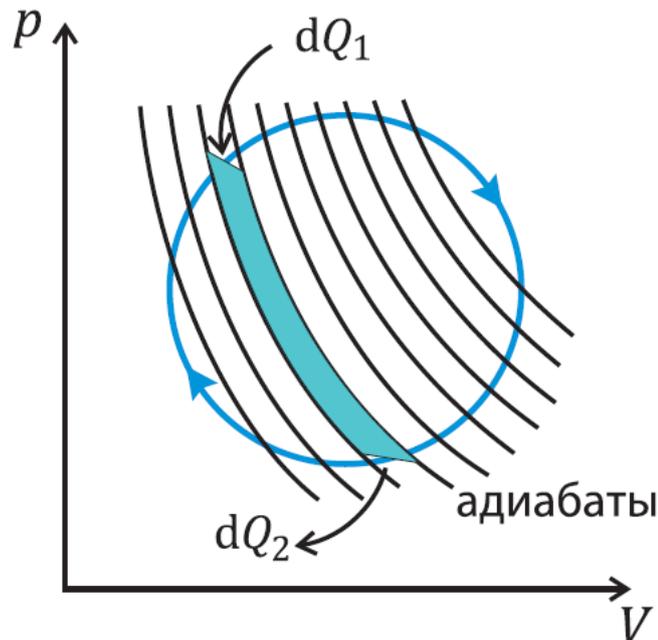


Рис. 2.6. Произвольный прямой обратимый цикл

Этот интеграл получил название *интеграла Клаузиуса*. Вспомнив признаки функций состояния, следует сказать, что под интегралом находится дифференциал функции состояния. Эту величину Р. Клаузиус назвал *энтропией* S

$$dS = \frac{dQ}{T}. \quad (2.9)$$

2.3.1. Свойства энтропии

Энтропия является функцией состояния системы и зависит от других ее свойств, например от температуры и давления

$$S = f(T, p),$$

или от температуры и объема

$$S = f(T, V).$$

Для цикла

$$\oint dS = 0.$$

Дифференциал энтропии есть полный дифференциал

$$dS = \left(\frac{dS}{dT}\right)_p dT + \left(\frac{dS}{dp}\right)_T dp. \quad (2.10)$$

А вторая смешанная производная

$$\frac{d^2S}{dT dp} = \frac{d^2S}{dp dT}.$$

Энтропия величина аддитивная и для неоднородной системы равна

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots$$

Для однородной системы

$$S = s \cdot m,$$

где размерности величин $[S]$ — кДж/К;

$[s]$ — кДж/(кг·К).

Поскольку энтропия введена как дифференциальная величина, расчет ее значений должен проводиться как

$$s_a = \int_0^a ds(x, y) + s_0,$$

где значение энтропии в начале отсчета s_0 принимается или по *третьему закону* термодинамики

$$s_0 = 0 \text{ при } T = 0 \text{ К,}$$

или произвольным при выбранных параметрах.

После введения понятия энтропии для теплоты можно написать, как и для других видов *энергообмена*,

$$dQ = T \cdot dS \quad (2.11)$$

где T — температура, аналог обобщенной силы в (1.9);
 S — энтропия, аналог обобщенной координаты в (1.9).

2.3.2. Термодинамические тождества

Для обратимого процесса, используя (1.14), (1.17) и (2.11), можно получить объединенные уравнения первого и второго законов термодинамики, или *термодинамические тождества*

$$T \cdot ds = du + p \cdot dv, \quad (2.12)$$

$$T \cdot ds = dh - v \cdot dp. \quad (2.13)$$

2.3.3. Расчет изменения энтропии идеального газа

Для вычисления изменения энтропии можно предложить несколько формул, получаемых интегрированием (2.9). Так, если подставим для dq его выражение из (1.39), получим

$$\Delta S = s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_x dT}{T}. \quad (2.14)$$

Для идеального газа, используя уравнения (2.12), (1.40) и (1.31) получим

$$\Delta S = s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{c_v dT}{T} + \int_1^2 \frac{R dv}{v},$$

при $c_v = \text{const}$

$$\Delta S = s_2 - s_1 = c_v \cdot \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + R \cdot \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right). \quad (2.15)$$

Еще одну формулу для расчета разности энтропий получим на основе второго термодинамического тождества (2.13) и уравнений (1.45), (1.31)

$$\Delta S = s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{c_p dT}{T} - \int_1^2 \frac{R dp}{p},$$

при $c_p = \text{const}$ получим

$$\Delta S = s_2 - s_1 = c_p \cdot \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - R \cdot \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right). \quad (2.16)$$

Формулы (2.15) и (2.16) справедливы при условии принятия независимости значений теплоемкости от температуры, вычисляемых, например, по формулам молекулярно-кинетической теории. Это допустимо для приближенных расчетов или для расчетов одноатомных газов. Но в

инженерных расчетах следует использовать величины, учитывающие зависимость теплоемкости от температуры. Для получения их вернемся к выводу формулы (2.16). Для теплоемкости c_p , находящейся в подинтегральном выражении первого интеграла, используем не постоянное значение, а точное уравнение для зависимости ее от температуры, основанное на значениях, рассчитанных по современной квантовой теории. Проинтегрируем интеграл от выбранного начала отсчета до желаемой температуры, отнесем полученную величину к выбранному давлению p_0 и назовем стандартной энтропией s^0 . В качестве давления p_0 в прежних изданиях справочных таблиц принимали

$$p_0 = 760 \text{ мм рт. ст.} = 0,101325 \text{ МПа},$$

в современных изданиях, в том числе в [4, 5, 6], принято

$$p_0 = 0,1 \text{ МПа (1 бар)}.$$

Таким образом, стандартная энтропия s^0 есть энтропия вещества при давлении p_0 и указанной температуре

$$s^0(T) = \int_{0K}^T \frac{c_p dT}{T} \Big|_{p=p_0}. \quad (2.17)$$

Значения ее приведены в таблицах [1-6]. Значение энтропии при произвольном давлении рассчитывается как

$$s = s^0 - R \cdot \ln \left(\frac{p}{p_0} \right), \quad (2.18)$$

а разность энтропий

$$\Delta s = s_2 - s_1 = s^0(T_2) - s^0(T_1) - R \cdot \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right). \quad (2.19)$$

Именно эту формулу рекомендуется использовать в инженерных расчетах.

2.3.4. T, s -диаграмма

Энтропию удобно использовать в качестве одной из координат для построения термодинамических диаграмм. Наибольшее применение из них нашла T, s -диаграмма (рис. 2.7). В этой диаграмме площадь 1-2- a - b , согласно (2.11), представляет теплоту, подводимую в процессе, причем в данном случае именно подводимую, так как

$$ds > 0$$

и, следовательно,

$$dq > 0.$$

С помощью диаграммы можно показать теплоемкость вещества c_x в любой точке процесса, например в точке A (рис. 2.7). Действительно, из (2.9) следует, что

$$\left(\frac{dT}{ds}\right)_x = \frac{T}{c_x}, \quad (2.20)$$

и подкасающаяся есть теплоемкость рабочего тела.

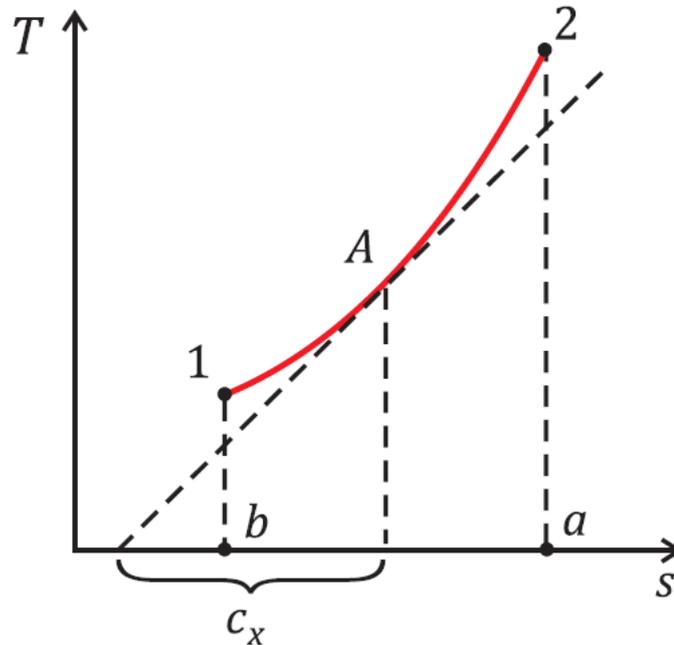


Рис. 2.7. Диаграмма T, s

Используя T, s -диаграмму, введем понятие *среднеинтегральной температуры подвода (отвода) теплоты* (рис. 2.8). Под этой температурой понимается температура в изотермическом процессе, в котором в данном интервале изменения энтропии к рабочему телу подводится (отводится) такое же количество теплоты, как и в некотором процессе 1-2

$$q = \int_1^2 T ds = T_{\text{cp}} \cdot (s_2 - s_1).$$

Тогда

$$T_{\text{cp}} = \frac{\int_1^2 T ds}{s_2 - s_1} = \frac{q}{s_2 - s_1}. \quad (2.21)$$

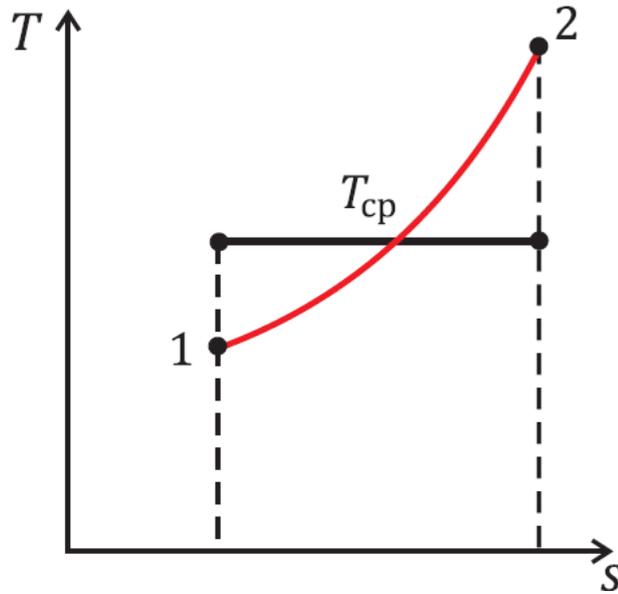


Рис. 2.8. Среднеинтегральная температура подвода теплоты

Используя понятие среднеинтегральной (в дальнейшем просто средней) температуры, можно преобразовать формулу для вычисления термического КПД обратимого цикла (2.3). Термический КПД цикла можно записать

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{T_{2cp} \cdot (s_2 - s_1)}{T_{1cp} \cdot (s_2 - s_1)},$$

и получить

$$\eta_t = 1 - \frac{T_{2cp}}{T_{1cp}}. \quad (2.22)$$

Выражение для термического КПД любого произвольного обратимого цикла можно представить в виде, характерном для цикла Карно, заменив в нем температуры на средние температуры.

2.3.5. Циклы в T, s -диаграмме

T, s -диаграмма является полезным инструментом для проведения анализов термодинамических циклов. Используя ее, можно показать, что термический КПД любого произвольного обратимого цикла, осуществляемого в интервале температур T_1 и T_2 , не может быть больше, чем термический КПД цикла Карно, осуществляемого в этом же интервале температур.

Действительно, представим в T, s -диаграмме (рис. 2.9) совместно цикл Карно 1-2-3-4-1 и произвольный обратимый цикл $a-b-c-d-a$. Для этого цикла на участке подвода теплоты $a-b-c$ найдем среднеинтегральную температуру подвода теплоты T_{1cp} , а на участке отвода теплоты $c-d-a$ — среднюю температуру отвода теплоты T_{2cp} . Термический КПД обратимого цикла запишем по (2.22)

$$\eta_t = 1 - \frac{T_{2cp}}{T_{1cp}}.$$

На рис. 2.9 видно, что

$$T_{1\text{cp}} < T_1,$$

а

$$T_{2\text{cp}} > T_2.$$

Следовательно,

$$\eta_t^{a-b-c-d-a} < \eta_t^K,$$

где η_t^K — термический КПД цикла Карно.

Термический КПД цикла Карно является пределом возможности преобразования теплоты в работу с помощью теплового двигателя в заданных условиях.

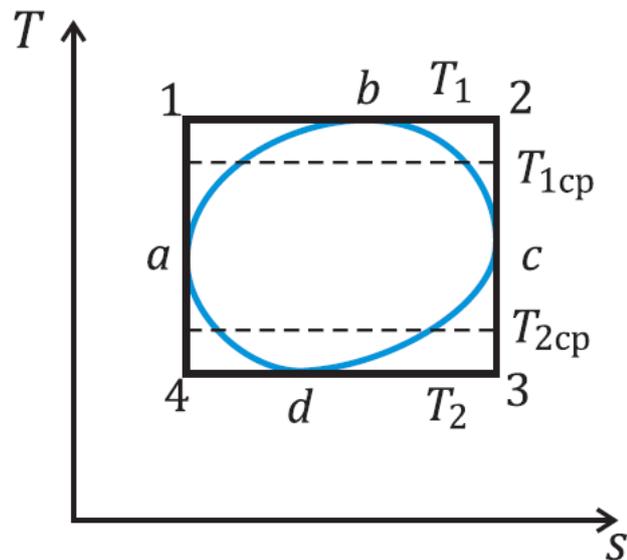


Рис. 2.9. Циклы в T, s -диаграмме:

цикл Карно 1-2-3-4-1, произвольный обратимый цикл a-b-c-d-a

Можно представить и несколько иную модификацию цикла Карно (рис. 2.10), где адиабатные процессы 2-3 и 4-1 заменены произвольными обратимыми процессами. В этом цикле — *обобщенном цикле Карно* — теплота, отбираемая от рабочего тела на участке 2-3, полностью используется для нагревания его же на участке 4-1. Для этого необходимо, чтобы линии 1-2 и 3-4 были в T, s -диаграмме эквидистантны, для чего теплоемкости рабочего тела при каждой температуре в этих процессах должны быть одинаковы, а теплообмен должен происходить при бесконечно малой разности температур. Этот процесс, называемый *регенерацией*, является адиабатным по отношению к внешней среде, а подвод и отвод теплоты от тепловых источников осуществляется только по изотермам, как и в основном цикле Карно. Поэтому и термический КПД обобщенного цикла Карно равен таковому цикла Карно.

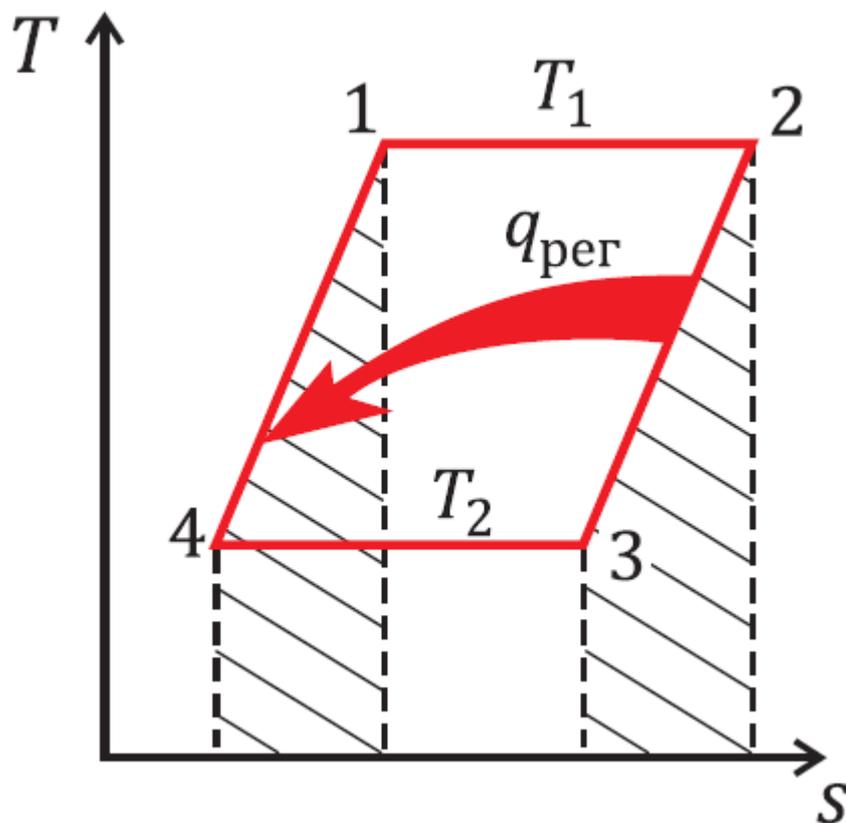


Рис. 2.10. Обобщенный цикл Карно

2.3.6. Изменение энтропии в необратимых процессах

Рассмотрим изолированную систему, в которой происходит необратимый процесс передачи теплоты от источника с температурой T_1 рабочему телу с температурой T_2 (рис. 2.11).

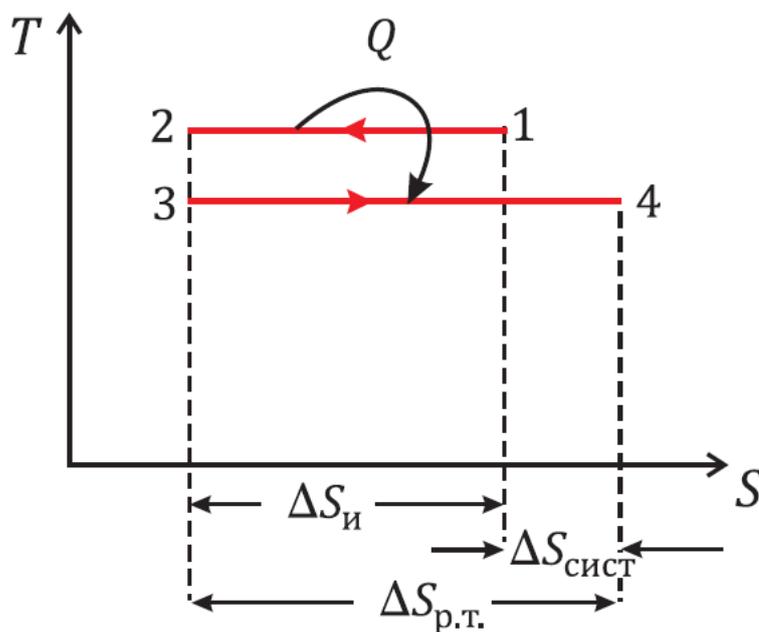


Рис. 2.11. Изменение энтропии в необратимом процессе

Изменение энтропии источника в этом процессе составляет

$$\Delta S_{\text{и}} = -\frac{Q}{T_1},$$

а рабочего тела

$$\Delta S_{\text{р.т.}} = \frac{Q}{T_2}.$$

Так как

$$T_1 > T_2,$$

то

$$\Delta S_{\text{и}} < \Delta S_{\text{р.т.}}$$

и изменение энтропии системы составит

$$\Delta S_{\text{сист}} > \Sigma \left(\frac{Q}{T} \right),$$

или переходя к бесконечно малым величинам

$$dS > \frac{dQ}{T}.$$

Это соотношение, несмотря на то, что получено на простейшем примере, справедливо для необратимых процессов любой природы. Поэтому, имея в виду его и (2.9), *аналитическое выражение второго закона термодинамики* запишем как

$$dS \geq \frac{dQ}{T}, \quad (2.23)$$

где T есть температура источников теплоты. Знак равенства в этом выражении относится к обратимым процессам, знак «больше» — к необратимым.

Для изолированной системы, у которой нет никакого взаимодействия с внешней средой

$$dQ = 0,$$

отсюда следует закономерность изменения энтропии

$$dS \geq 0, \quad (2.24)$$

причем знак равенства относится к системе, в которой протекают обратимые процессы, знак «больше» — к системе, в которой происходят самопроизвольные необратимые процессы.

Пример 2.1

Рассчитать изменение энтропии 1 кг диоксида углерода CO_2 в необратимом процессе расширения от начального состояния при параметрах: давление $p_1 = 3$ МПа и температура $t_1 = 600^\circ\text{C}$ до конечного при давлении $p_2 = 0,1$ МПа и температуре 250°C .

Решение

Энтропия есть функция состояния. Для вычисления ее изменения не надо знать, каким был процесс и был ли он обратимым или необратимым. Для вычисления ее изменения используем формулу (2.19)

$$\Delta s = s_2 - s_1 = s_2^0(T_2) - s_1^0(T_1) - R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right).$$

Значения стандартной энтропии найдем в [3]

$$s_1^0 = 5,954 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}),$$

$$s_2^0 = 5,384 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Внеся их в формулу, получим

$$\Delta s = 5,384 - 5,954 - \frac{8,314}{44} \cdot \ln \frac{0,1}{3} = 0,078 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Выявленная закономерность изменения энтропии изолированной системы позволяет прояснить физическую сущность энтропии, введенной ранее в разделе 2.2 достаточно формально.

1. Энтропия является критерием протекания в системе обратимых процессов. Если в результате процесса в системе не произошло возрастания энтропии, процесс был обратимым, если произошло — необратимым.

2. Энтропия служит указателем направления самопроизвольных процессов: они могут развиваться только по пути, ведущему к увеличению энтропии системы. Протекание их в противоположном направлении невозможно.

3. Энтропия является критерием равновесного состояния системы. Естественные самопроизвольные процессы, сопровождающиеся ростом энтропии системы, ведут к сглаживанию всех неоднородностей (давления, температуры и так далее) в системе. Этот процесс идет до тех пор, пока энтропия не достигнет максимального для этой системы значения. По определению максимума любое смещение от него ведет к уменьшению энтропии системы, что исключено вторым законом термодинамики в формулировке (2.24). Следовательно, такое состояние может сохраняться бесконечно долго, то есть это есть равновесное состояние системы. Условием его будет

$$\begin{aligned} S_{\text{сис}} &= S_{\text{max}}, \\ dS_{\text{сис}} &= 0. \end{aligned} \tag{2.25}$$

4. Энтропия может служить мерой обесцененности энергии системы, причем под этим понимается оценка энергии с точки зрения возможности получения работы за счет нее. Когда система далека от равновесия, в ней есть разности температуры, давления, которые можно использовать для получения работы. Энтропия системы при этом далека от максимальной величины. В ходе самопроизвольных процессов все разности выравниваются, уменьшается

возможность получения работы, растет энтропия. В состоянии равновесия все разности сгладились, энтропия достигла максимума. Энергия системы, согласно первому закону термодинамики, не изменилась, она лишь перешла из одних форм в другие. Но система изменилась качественно — в ней потеряна возможность получения работы, так как второй закон термодинамики запрещает получение работы за счет источника одной температуры. Это качественное изменение системы отражается только в изменении ее энтропии. Численная характеристика способности системы производить работу, включающая энтропию, будет рассмотрена в дальнейшем.

2.3.7. Энтропия смеси идеальных газов

Типичным самопроизвольным необратимым процессом является процесс смешения газов, так как в нем исходные значения давления и удельного объема компонентов самопроизвольно изменяются до их значений в смеси (см. раздел 1.4). Рассмотрим, как это проявляется в расчетах свойств смеси на примере бинарной смеси. Правила расчета калорических свойств идеальных газов определены уравнениями (1.69) и (1.70). Энтропия идеального газа, в отличие от других калорических свойств, является функцией двух параметров — не только температуры, но и давления. Давление же каждого компонента в процессе смешения изменяется от первоначального давления p до парциального его давления в смеси p_i . Суммарная энтропия компонентов до смешения

$$S_{1,см} = n_1(\tilde{S}_1^0 - \tilde{R} \cdot \ln(p)) + n_2(\tilde{S}_2^0 - \tilde{R} \cdot \ln(p)).$$

Энтропия смеси после смешения

$$S_{2,см} = n_1(\tilde{S}_1^0 - \tilde{R} \cdot \ln(p_1)) + n_2(\tilde{S}_2^0 - \tilde{R} \cdot \ln(p_2))$$

или в расчете на кмоль

$$\tilde{S}_{2,см} = \sum_i [x_i(\tilde{S}_i^0 - \tilde{R} \cdot \ln(p_i))].$$

Возрастание энтропии вследствие смешения

$$\Delta S_{смеш} = \tilde{S}_{2,см} - \tilde{S}_{1,см} = -\tilde{R} \cdot \sum_i [x_i \cdot \ln(p_i/p)].$$

Подставим сюда уравнение (1.63)

$$p_i = x_i \cdot p.$$

Тогда увеличение энтропии при смешении

$$\Delta S_{см} = \tilde{R} \cdot \sum_i \left[x_i \cdot \ln\left(\frac{1}{x_i}\right) \right], \quad (2.26)$$

и энтропия киломоля смеси, кДж/(кмоль·К)

$$\tilde{S}_{см} = \sum_i x_i \cdot \tilde{S}_i + \Delta S_{см}, \quad (2.27)$$

или

$$\tilde{S}_{\text{см}} = \sum_i x_i \cdot \tilde{S}_i + \tilde{R} \cdot \sum_i \left[x_i \cdot \ln \left(\frac{1}{x_i} \right) \right]. \quad (2.28)$$

Таким образом, энтропия смеси не подчиняется правилу сложения исходных величин, а возрастание ее отражает тот факт, что процесс смешения есть типичный необратимый процесс.

Заметим, что в программном модуле [6] предусмотрен расчет энтропии смешения газов и энтропии смесей.

2.3.8. Статистический характер второго закона термодинамики

Второй закон устанавливает абсолютный запрет на существование процессов, обратных по направлению процессам, ведущим к равновесным состояниям. Несколько иной подход к этому в статистической термодинамике. Здесь *макроскопическое состояние* молекулярной системы, характеризуемое единичными для всей системы макропараметрами (давлением, температурой и так далее), осуществляется большим числом *микросостояний*, характеризуемых, например, распределением молекул по ячейкам пространства, по уровням энергии и так далее. В силу хаотичности движения молекул эти микросостояния постоянно изменяются. Одно и то же макросостояние может осуществляться большим числом микросостояний. Например, газ находится в равновесном состоянии и его параметры не меняются, в то время как положение отдельных молекул и их энергии все время изменяются. Число микросостояний, которыми осуществляется данное макросостояние, называется термодинамической вероятностью состояния W . Она равна общему числу перестановок, деленному на число перестановок, не приводящих к изменению микросостояния внутри групп с одинаковыми макропараметрами (рис. 2.12)

$$W = \frac{N!}{N_1! \cdot N_2! \cdot N_3! \dots}. \quad (2.29)$$

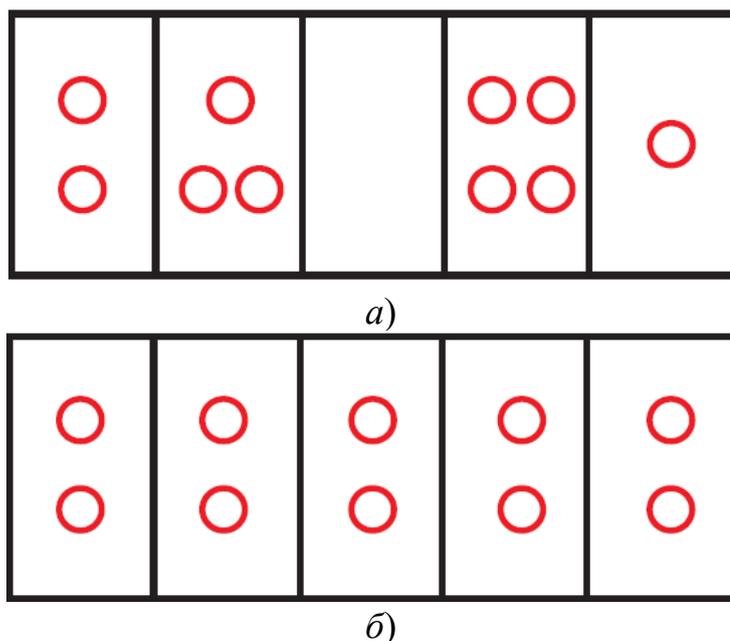


Рис. 2.12. Микросостояния системы при неравномерном (а) и равномерном распределении (б)

Так, для состояния *a* (рис. 2.12)

$$W_a = \frac{10!}{2! \cdot 3! \cdot 4! \cdot 1!} = 12600.$$

Для состояния *б*

$$W_b = \frac{10!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} = 113200.$$

Как видно из этого примера, термодинамическая вероятность равномерного распределения молекул намного больше. Расчеты показывают, что это превышение стремительно растет с увеличением числа молекул. С ростом термодинамической вероятности растет и пропорциональная ей математическая вероятность. Естественно, что данное состояние будет тем чаще повторяться, чем большим числом способов оно может быть получено. Состояние, которое осуществляется меньшим числом способов, будет стремиться переходить к состоянию, осуществляемому большим числом способов. В состоянии равномерного распределения термодинамическая вероятность достигает максимума, вероятность осуществления неравномерных распределений становится исчезающе малой и система фактически никогда не выходит из этого состояния. Поэтому состояние равномерного распределения молекул можно считать совпадающим с понятием равновесного состояния.

Ранее было получено, что энтропия системы при протекании в ней реальных процессов возрастает и стремится к максимуму. Отсюда возникает

мысль о взаимосвязи термодинамической вероятности с энтропией. Такая взаимосвязь была установлена Л. Больцманом. Формула Л. Больцмана

$$S = k_B \cdot \ln W, \quad (2.30)$$

где $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — константа Больцмана.

Знание такого соотношения позволяет устанавливать сравнительную вероятность осуществления того или иного состояния и прохождения различных процессов.

Пример 2.2

Рассмотрим вероятность самопроизвольного перехода 1 Дж теплоты от тела с температурой 27°C к телу с температурой 28°C.

Такой переход приведет к изменению энтропии системы, равному

$$\Delta s = Q \cdot \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) = 1 \cdot \left(\frac{1}{301} - \frac{1}{300} \right) = -1,11 \cdot 10^{-5} \text{ Дж/К.}$$

Из формулы (2.30) следует

$$\frac{W_2}{W_1} = e^{\frac{\Delta s}{k_B}} = e^{\frac{-1,11 \cdot 10^{-5}}{1,38 \cdot 10^{-23}}}$$

и

$$W_2 \approx W_1 \cdot e^{-10^{18}},$$

то есть вероятность такого состояния и, следовательно, перехода ничтожно мала. Однако если говорить о переходе теплоты в количестве

$$Q = 1,38 \cdot 10^{-18} \text{ Дж,}$$

то изменение энтропии составит

$$\Delta s = -1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К,}$$

и соотношение вероятностей составит

$$W_2 = W_1 \cdot e^{-1} = \frac{W_1}{2,7}.$$

Как видно, вероятности в этом случае близки и такой переход происходит постоянно. Интересен еще один классический пример, который приводится во многих изданиях.

Пример 2.3

Определить среднее время повторяемости флуктуации, в которой совершается самопроизвольное изменение плотности на 1% воздуха, находящегося в сфере радиуса r при температуре $T = 300$ К. Результат приведен в табл. 2.2.

Таблица 2.2. Среднее время повторяемости флуктуаций

r , см	1	$3 \cdot 10^{-5}$	$2,5 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-5}$
----------	---	-------------------	---------------------	-------------------

$\tau, \text{с}$	$10^{10^{14}}$	10^6	1	10^{-11}
------------------	----------------	--------	---	------------

Данные этих примеров показывают, что в системах очень малых размеров нарушения второго закона происходят постоянно. Второй закон термодинамики является законом, справедливым для макроскопических систем, то есть систем, состоящих из большого числа частиц. Именно такие системы рассматриваются в технической термодинамике. Например, одна миллиардная часть моля газа содержит уже $6 \cdot 10^{14}$ частиц. Поэтому в технической термодинамике второй закон воспринимается как абсолютный закон.

2.4. Контрольные вопросы

1. Сформулируйте своими словами суть второго закона термодинамики.
2. Чем понятие «обратимый цикл» отличается от понятия «обратный цикл»?
3. Сколько тепловых источников необходимо для осуществления обратимого произвольного цикла?
4. В обратимом цикле Карно, осуществляемом между тепловыми источниками с температурами $T_1 = 600 \text{ К}$ и $T_2 = 300 \text{ К}$, подводится теплота $Q = 100 \text{ кДж}$. На сколько изменится количество отводимой теплоты, если температура верхнего теплового источника повысится на 100 К ?
5. Поясните понятие «стандартная энтропия s^0 ».
6. Сколько параметров необходимо для однозначного определения энтропии идеального газа?
7. Что является критерием достижения равновесного состояния в изолированной системе?
8. Напишите формулу для расчета энтропии смеси.

Глава 3. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

При рассмотрении процессов изменения состояния идеального газа будем полагать их обратимыми и протекающими без трения. Полагаем, что для любого процесса начальное состояние определено заданием двух параметров, а для конечного известен один параметр. Целью анализа процесса является установление соотношений между термическими параметрами (p, v, T) начального и конечного состояний процесса, определение изменения калорических функций состояния газа (u, h, s), вычисление количеств теплоты и работы, полученных (затраченных) в ходе его осуществления. Предполагается при проведении численных расчетов использование справочных материалов [3-6].

3.1. Изохорный процесс ($v = \text{const}$)

Для нахождения соотношения между параметрами начального и конечного состояний запишем для них уравнения состояния (1.32)

$$\begin{aligned}p_2 \cdot v &= R \cdot T_2, \\p_1 \cdot v &= R \cdot T_1,\end{aligned}$$

и, поделив их, получим

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}. \quad (3.1)$$

Дифференцирование уравнения (1.32) дает

$$v \cdot dp = R \cdot dT,$$

что при

$$v = \text{const}$$

в случае

$$dp > 0$$

ведет к

$$dT > 0$$

(рис. 3.1) и следовательно, в изохорном процессе при повышении давления газ всегда нагревается, а при уменьшении давления — охлаждается. Так как внутренняя энергия газа является функцией состояния, то изменение ее в процессе можно точно определить, используя указанные выше таблицы

$$\Delta u = u(T_2) - u(T_1), \quad (3.2)$$

а при приближенном расчете, считая, что изохорную теплоемкость c_v можно принять постоянной величиной, рассчитать по (1.42) как

$$\Delta u = c_v \cdot (T_2 - T_1). \quad (3.3)$$

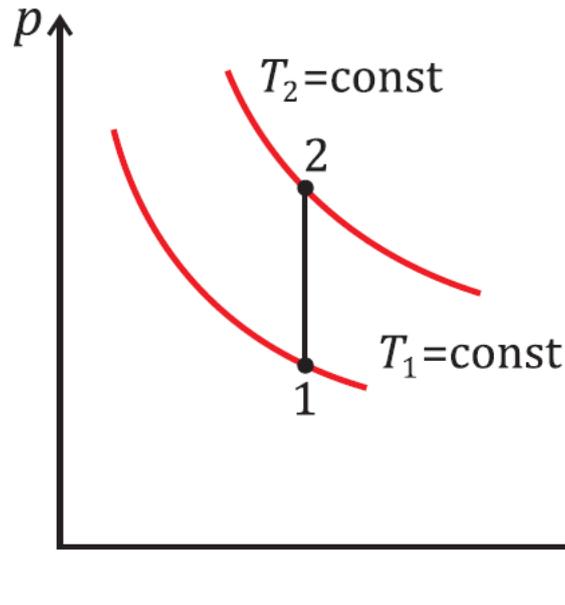


Рис. 3.1. Изохорный процесс в диаграмме p, v

Аналогично так и с энтальпией: точное определение изменения ее проводится при применении значений из справочных таблиц [3-6]

$$\Delta h = h_2(T_2) - h_1(T_1), \quad (3.4)$$

а приближенно, учитывая (1.45), рассчитывается как

$$\Delta h = c_p \cdot (T_2 - T_1). \quad (3.5)$$

Вычисление изменения энтальпии газа в процессе после нахождения изменения его внутренней энергии можно произвести и по соотношениям, следующими из связывающей их формулы (1.16)

$$\Delta h = \Delta u + v \cdot (p_2 - p_1)$$

или

$$\Delta h = \Delta u + R \cdot (T_2 - T_1). \quad (3.6)$$

Точный расчет изменения энтропии можно провести после нахождения термических параметров начального и конечного состояния по (2.19)

$$\Delta s = s_2 - s_1 = s_2^0(T_2) - s_1^0(T_1) - R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right).$$

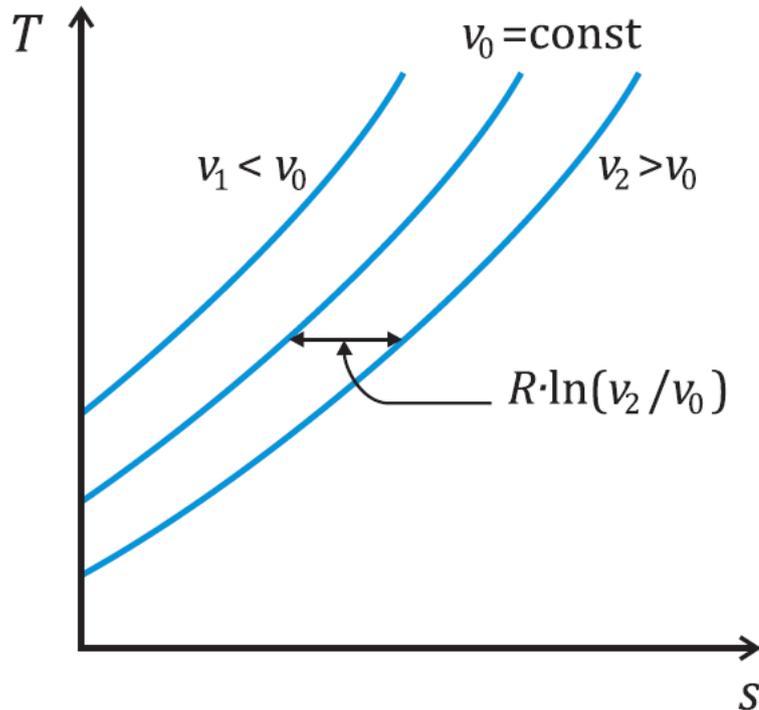


Рис. 3.2. Изохорные процессы идеального газа в T, s -диаграмме

Размещение линий постоянного удельного объема (изохор) в T, s -диаграмме хорошо прослеживается по уравнению (2.15)

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_v \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R \cdot \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right).$$

Видно, что изохоры в T, s -координатах являются эквидистантными экспоненциальными линиями (рис. 3.2), отстоящими друг от друга на величину, определяемую вторым членом правой части уравнения (2.15). При этом чем больше удельный объем, тем правее на диаграмме размещается изохора. Из уравнения (2.15) следует и уравнение для приближенного расчета изменения энтропии в изохорном процессе

$$\Delta s = c_v \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right).$$

В изохорном процессе, поскольку $dv = 0$, работа по (1.10) не совершается $dl = 0$. Поэтому из уравнения первого закона (1.14)

$$dq = du + p \cdot dv$$

следует

$$dq = du$$

и

$$Q = U_2 - U_1. \quad (3.7)$$

Для вычисления разности внутренних энергий может быть использован любой из рассмотренных выше способов, дающий точный (3.2) или приближенный (3.3) результат.

3.2. Изобарный процесс ($p = \text{const}$)

Написав уравнения состояния (1.32) для конечного и начального состояний

$$p \cdot v_2 = R \cdot T_2$$

и

$$p \cdot v_1 = R \cdot T_1,$$

поделив их, найдем соотношение термических параметров в этом процессе

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2}{T_1}. \quad (3.8)$$

Продифференцировав уравнение (1.32), получим

$$p \cdot dv = R \cdot dT.$$

Это означает, что

$$dv > 0$$

может быть при

$$dT > 0$$

и процесс расширения газа (рис. 3.3) происходит при его нагревании, а сжатия — при охлаждении.

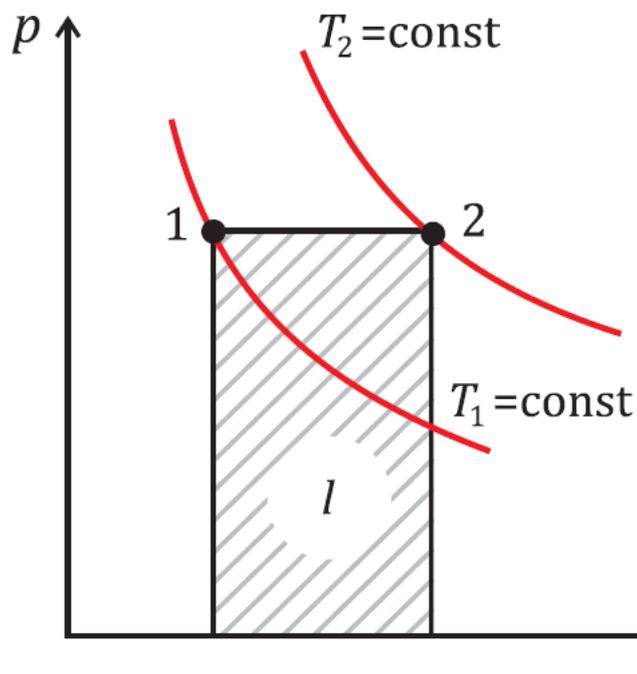


Рис. 3.3. Изобарный процесс в p, v -диаграмме

Изменение внутренней энергии газа, так же как в изохорном процессе, точно определяется при использовании справочных таблиц [3-6]

$$\Delta u = u_2(T_2) - u_1(T_1),$$

где $u(T)$ — табличные значения, представленные в функции температуры.

Приближенный расчет изменения внутренней энергии газа можно провести, приняв значение изохорной теплоемкости c_v по молекулярно-кинетической теории (1.50) и используя уравнение (3.3)

$$\Delta u = c_v \cdot (T_2 - T_1).$$

Изменение энтальпии газа тоже точно определяется при использовании справочных таблиц [3,5-6]

$$\Delta h = h_2(T_2) - h_1(T_1),$$

а приближенный расчет возможен в случае принятия значения изобарной теплоемкости c_p постоянной по молекулярно-кинетической теории (1.51) и применения уравнения (3.5)

$$\Delta h = c_p \cdot (T_2 - T_1).$$

Расчет изменения энтальпии газа возможен также и по соотношениям (3.6), следующим из определения энтальпии (1.16)

$$\Delta h = \Delta u + v \cdot (p_2 - p_1)$$

или

$$\Delta h = \Delta u + R \cdot (T_2 - T_1),$$

а изменение энтропии газа точно рассчитывается по формуле, получающейся для этого процесса из уравнения (2.19):

$$\Delta s = s_2 - s_1 = s^0(T_2) - s^0(T_1), \quad (3.9)$$

где $s^0(T)$ — стандартная энтропия [3-6].

Приближенный расчет этой величины можно произвести по формуле, полученной для изобарного процесса из уравнения (2.16)

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_p \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right),$$

$$\Delta s = c_p \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right). \quad (3.10)$$

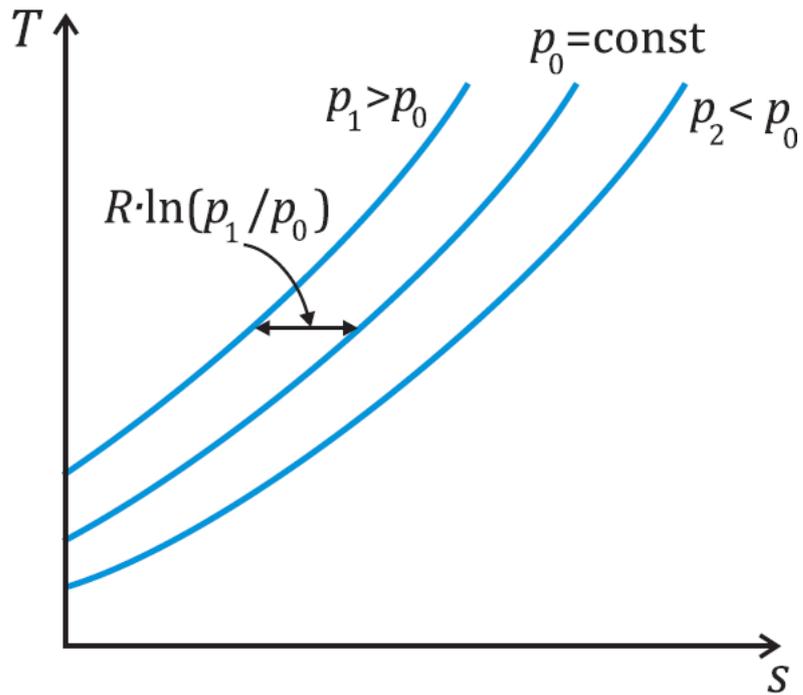


Рис. 3.4. Изобарные процессы идеального газа в T, s -диаграмме

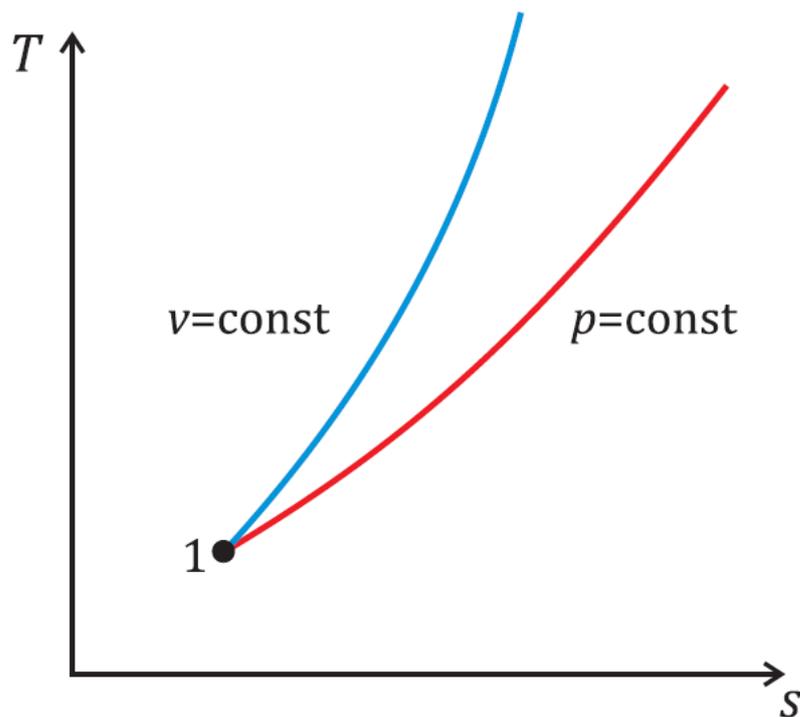


Рис. 3.5. Изохора и изобара в T, s -диаграмме

Из этого уравнения, кстати, хорошо видно, что изобары, также как и изохоры, в T, s -диаграмме представляются экспоненциальными кривыми (рис. 3.4), отстоящими друг от друга на величину

$$R \cdot \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right),$$

определяемую вторым членом уравнения, и чем выше давление, тем левее смещается изобара.

Так как оба процесса — изохорный и изобарный — изображаются в T, s -диаграмме однотипными линиями, следует рассмотреть их взаимное расположение. Ранее было установлено (2.20) и даже показано (рис. 2.7), что тангенс угла наклона касательной к линии процесса в этой диаграмме равен

$$\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_x = \frac{T}{c_x}.$$

Так как

$$c_p > c_v,$$

то

$$\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_p < \left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_v,$$

и, следовательно, изохора изображается более крутой линией, чем изобара (рис. 3.5).

Работа расширения газа в этом процессе определяется интегрированием уравнения (1.10)

$$l = p \cdot (v_2 - v_1) = R \cdot (T_2 - T_1), \quad (3.11)$$

а теплота, подводимая (отводимая) к газу в процессе, рассчитывается по уравнению первого закона термодинамики (1.18)

$$q = h_2 - h_1 \quad (3.12)$$

или, с учетом (3.5), приближенно

$$q = c_p \cdot (T_2 - T_1). \quad (3.13)$$

Работа расширения изображается в p, v -диаграмме площадью, заштрихованной на рис. 3.3, а теплота в T, s -диаграмме — площадью под кривой процесса.

3.3. Изотермический процесс ($T = \text{const}$)

Связь между термическими параметрами начального и конечного состояний процесса устанавливается тем же методом, какой применен к двум предыдущим процессам. В результате получаем

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{p_2}{p_1}, \quad (3.14)$$

и

$$p \cdot dv = -v \cdot dp. \quad (3.15)$$

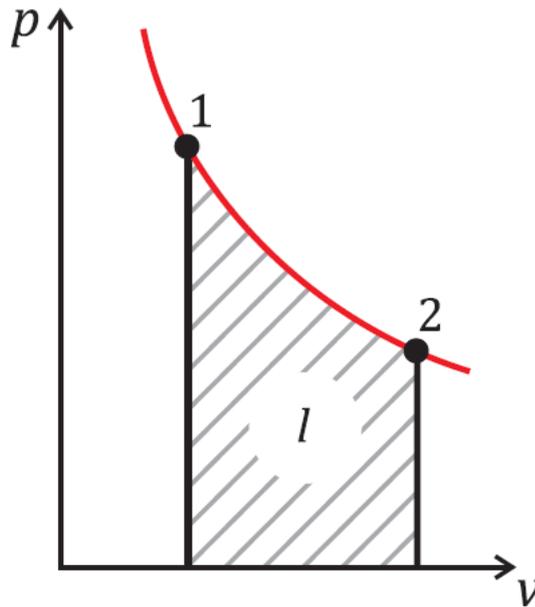


Рис. 3.6. Изотермический процесс в p, v -диаграмме

При $T = \text{const}$ изменение $dv > 0$ дает $dp < 0$, это означает, что при изотермическом расширении газа давление его уменьшается (рис. 3.6). Калорические свойства — внутренняя энергия и энтальпия — идеального газа зависят только от температуры и поэтому в изотермическом процессе

$$\begin{aligned} du &= 0, \\ dh &= 0. \end{aligned} \tag{3.16}$$

Изменение энтропии газа в ходе процесса вычисляется по соотношению, следующему из уравнения (2.19), при условии $ds^0 = 0$:

$$\Delta s = R \cdot \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right) = R \cdot \ln \left(\frac{v_1}{v_2} \right). \tag{3.17}$$

Работа расширения газа рассчитывается по ее определению (1.10)

$$l = \int_1^2 p dv = \int_1^2 \frac{R \cdot T}{v} dv = R \cdot T \cdot \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right)$$

и

$$l = R \cdot T \cdot \ln \left(\frac{p_1}{p_2} \right) = p \cdot v \cdot \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right) = p \cdot v \cdot \ln \left(\frac{p_1}{p_2} \right). \tag{3.18}$$

Теплота, подводимая (отводимая) в процессе, вычисляется по соотношению, полученному интегрированием уравнения (2.11)

$$q = T \cdot (s_2 - s_1). \tag{3.19}$$

Кроме этого, поскольку из уравнения первого закона, с учетом действия условия (3.16), следует, что

$$q = l,$$

и для расчета теплоты q возможно применять и любое уравнение из набора (3.18).

3.4. Адиабатный процесс ($dq = 0$)

Это процесс, который происходит без какого-либо теплообмена с окружающими телами. Когда это процесс обратимый, то для системы справедливо уравнение второго закона (2.9)

$$ds = \frac{dq}{T},$$

а при отсутствии теплообмена между частями ее, то есть при $dq = 0$, и для рабочего тела

$$ds = 0$$

или

$$(3.20)$$

$$s = \text{const.}$$

Поэтому обратимый адиабатный процесс называют *изоэнтропным*.

Чтобы установить соотношение термических параметров запишем два варианта уравнения первого закона (1.14) и (1.17), справедливые для идеального газа:

$$dq = dh - v \cdot dp = c_p \cdot dT - v \cdot dp = 0,$$

$$dq = du + p \cdot dv = c_v \cdot dT + p \cdot dv = 0,$$

и, поделив их, получим

$$\frac{c_p}{c_v} = \frac{-v \cdot dp}{p \cdot dv}$$

и

$$k = \frac{c_p}{c_v} = \frac{-v \cdot dp}{p \cdot dv},$$

где величина

$$k = \frac{c_p}{c_v}$$

называется *показателем адиабаты* или *показателем изоэнтропы*. Ясно, что при значениях теплоемкости, зависящих от температуры, эта величина также зависит от температуры. Это создает сложности для последующего интегрирования и поэтому на первой стадии рассмотрения процесса примем условие, что теплоемкости c_p и c_v , а также показатель адиабаты k являются

постоянными величинами. Очевидно, что и приведенные дальше формулы будут приближенными.

При условии $k = \text{const}$:

$$k \cdot \frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} = 0,$$
$$k \cdot d(\ln(v)) + d(\ln(p)) = 0$$

и

$$p \cdot v^k = \text{const}. \quad (3.21)$$

Уравнение (3.21), называемое *уравнением адиабаты Пуассона*, устанавливает соотношение между давлением p и удельным объемом v в адиабатном процессе

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^k. \quad (3.22)$$

Подставив p из (1.32) в (3.21), получаем соотношение между T и v :

$$T \cdot v^{k-1} = \text{const}, \text{ и}$$
$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1}, \quad (3.23)$$

а подставив v из (1.32) в (3.21), получаем соотношение между p и T :

$$p^{1-k} \cdot T^k = \text{const}$$

и

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}. \quad (3.24)$$

Используя эти формулы, установим характер взаимосвязи между термическими параметрами в этом процессе, имея в виду, что показатель адиабаты идеального газа

$$k > 1.$$

Из формулы (3.23) видно, что если

$$v_2 > v_1,$$

то

$$T_1 > T_2,$$

т.к.

$$(k - 1) > 0,$$

то это означает, что при расширении газа, температура его уменьшается. Из формулы (3.24) видно, что если

$$p_2 > p_1,$$

то

$$T_2 > T_1,$$

т.к.

$$\frac{k-1}{k} > 0,$$

то это означает, что при повышении давления газа, его температура тоже увеличивается.

Из формул (3.21) и (3.22) видно, что вид линии адиабатного процесса в p, v -диаграмме близок к виду изотермы. Посмотрим, как их различать. Для этого сравним изменения удельного объема газа в адиабатном и изотермическом процессах (рис. 3.7). Проведем эти два процесса расширения газа из единого состояния до одинакового конечного давления.

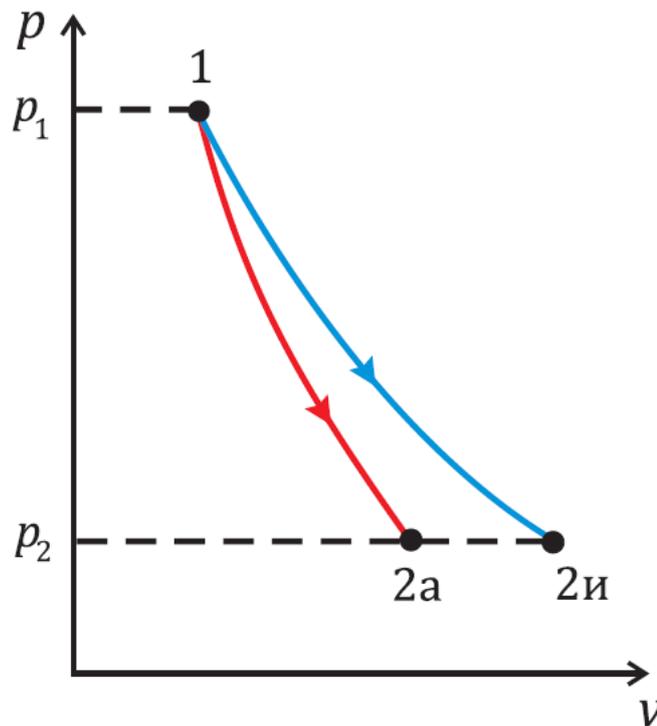


Рис. 3.7. Изотерма и адиабата в p, v -диаграмме

Для адиабаты

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_{2a}}{v_1} \right)^k,$$

для изотермы

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_{2и}}{v_1} \right).$$

Так как всегда $k > 1$, то

$$\left(\frac{v_{2a}}{v_1}\right) < \left(\frac{v_{2и}}{v_1}\right),$$

$$v_{2a} < v_{2и},$$

и в p, v -диаграмме адиабата идет круче, чем изотерма.

При принятом условии постоянства теплоемкостей изменение внутренней энергии газа рассчитывается по формуле (3.3)

$$\Delta u = c_v \cdot (T_2 - T_1),$$

а изменение энтальпии — по формуле (3.5)

$$\Delta h = c_p \cdot (T_2 - T_1).$$

Для расчета работы расширения газа в этом процессе можно использовать тот факт, что из уравнения первого закона (1.13) при $dq = 0$, следует

$$l = u_1 - u_2 = c_v \cdot (T_1 - T_2),$$

и применив уравнение состояния (1.32), получить

$$l = c_v \cdot \left(\frac{p_1 \cdot v_1}{R} - \frac{p_2 \cdot v_2}{R}\right) = \frac{c_v}{c_p - c_v} \cdot (p_1 \cdot v_1 - p_2 \cdot v_2).$$

Отсюда, используя соотношения между различными термическими параметрами (3.22-3.24), получим:

$$l = \frac{p_1 \cdot v_1 - p_2 \cdot v_2}{k-1}, \quad (3.25)$$

$$l = \frac{R \cdot (T_1 - T_2)}{k-1}, \quad (3.26)$$

$$l = \frac{R \cdot T_1}{k-1} \cdot \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1}\right], \quad (3.27)$$

$$l = \frac{R \cdot T_1}{k-1} \cdot \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]. \quad (3.28)$$

Теплота в адиабатном процессе отсутствует по определению

$$Q = 0.$$

3.5. Политропный процесс ($p \cdot v^n = \text{const}, n = \text{const}$)

Политропным называется процесс, в котором газ подчиняется уравнению

$$p \cdot v^n = \text{const},$$

где n — любое постоянное положительное число.

Связь между термическими параметрами в процессе установим, записав уравнение первого закона в двух вариантах (1.14) и (1.17)

$$dq = dh - v \cdot dp \text{ и } c_n dT = c_p dT - v \cdot dp,$$

$$dq = du + p \cdot dv \text{ и } c_n dT = c_v dT + p \cdot dv,$$

и поделив их, получим уравнение

$$\frac{c_n - c_p}{c_n - c_v} = \frac{-v \cdot dp}{p \cdot dv},$$

в котором

$$n = \frac{c_n - c_p}{c_n - c_v}, \quad (3.29)$$

называется *показателем политропы*. Далее, запишем

$$n \cdot \frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} = 0,$$

и после интегрирования, меняя по (1.32) переменные, получим

$$p \cdot v^n = \text{const}, \quad (3.30)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^n.$$

$$T \cdot v^{n-1} = \text{const}, \quad (3.31)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1}.$$

$$p^{1-n} \cdot T^n = \text{const}, \quad (3.32)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}.$$

Вычисление изменения внутренней энергии газа в процессе можно провести как

$$\Delta u = u_2(T_2) - u_1(T_1),$$

где $u(T)$ — величина, которая приводится в справочных таблицах [3-6], или как

$$\Delta u = c_v \cdot (T_2 - T_1),$$

где c_v принимается по молекулярно-кинетической теории.

Так же и с изменением энтальпии. Оно рассчитывается как

$$\Delta h = h_2(T_2) - h_1(T_1),$$

где $h(T)$ — величины из справочников [3-6], или как

$$\Delta h = c_p \cdot (T_2 - T_1),$$

где c_p принимается по молекулярно-кинетической теории.

Изменение энтропии газа можно определить после расчета термических параметров по уравнению (2.10)

$$\Delta s = s_2 - s_1 = s_2^0(T_2) - s_1^0(T_1) - R \cdot \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right),$$

или по одному из приближенных уравнений (2.15), (2.16).

Для расчета работы расширения газа можно использовать любую из формул, полученных интегрированием (1.10)

$$dl = p \cdot dv = p_1 \cdot v_1^n \cdot \left(\frac{1}{v} \right)^n dv,$$

$$l = p_1 \cdot v_1^n \int_1^2 \frac{dv}{v^n} = -\frac{p_1 v_1^n}{n-1} \cdot \left(\frac{1}{v_2^{n-1}} - \frac{1}{v_1^{n-1}} \right),$$

и выполнением некоторых простых преобразований

$$l = \frac{p_1 \cdot v_1}{n-1} \cdot \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right], \quad (3.33)$$

$$l = \frac{p_1 \cdot v_1}{n-1} \cdot \left[1 - \left(\frac{T_2}{T_1} \right) \right], \quad (3.34)$$

$$l = \frac{p_1 \cdot v_1 - p_2 \cdot v_2}{n-1}, \quad (3.35)$$

$$l = \frac{R \cdot (T_1 - T_2)}{n-1}, \quad (3.36)$$

$$l = \frac{R \cdot T_1}{n-1} \cdot \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right], \quad (3.37)$$

$$l = \frac{R \cdot T_1}{n-1} \cdot \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]. \quad (3.38)$$

Для расчета теплоты, подведенной (отведенной) к газу в политропном процессе, воспользуемся уравнением (1.39)

$$q = \int_1^2 c_n dT. \quad (3.39)$$

Теплоемкость газа в этом процессе может быть определена при использовании соотношения (3.29)

$$c_n = c_v \cdot \frac{n - k}{n - 1}. \quad (3.40)$$

Тогда

$$q = \int_1^2 c_v \cdot \frac{n-k}{n-1} dT,$$

и после интегрирования

$$q = \frac{n \cdot (u_2 - u_1) - (h_2 - h_1)}{n - 1}, \quad (3.41)$$

а для приближенных расчетов можно принять

$$q = c_v \cdot \frac{n-k}{n-1} \cdot (T_2 - T_1), \quad (3.42)$$

где $c_v = \text{const}$ и $k = \text{const}$ определяются по молекулярно-кинетической теории.

3.5.1. Обобщающее значение политропного процесса

Все рассмотренные ранее процессы могут быть представлены как частные случаи политропного процесса с некоторым фиксированным показателем политропы (адиабатный процесс приближенно, при $n = k = \text{const}$), что приведено в табл. 3.1.

Таблица 3.1. Обобщающее значение политропного процесса

Процесс	n	c_n
Изохорный	∞	c_v
Изобарный	0	c_p
Изотермический	1	$\pm\infty$
Адиабатный	k	0
Политропный	n	c_n

Изображение различных политроп в p, v -диаграмме при этих фиксированных показателях политропы n показано на рисунках 3.8-3.10, а зависимость теплоемкости газа c_n от показателя политропы n — на рис. 3.11. Используя диаграмму, можно определять характер изменения (положительный или отрицательный) различных термодинамических величин в заданном политропном процессе, не проводя его подробного расчета (рис. 3.9).

Отдельно выделена область политроп при

$$1 \leq n \leq k,$$

наиболее часто осуществляемых в поршневых охлаждаемых компрессорах и двигателях внутреннего сгорания (рис. 3.10). Интересна она тем, что в этой области теплоемкость газа отрицательна, то есть при отводе теплоты температура газа увеличивается. Это означает, что при сжатии газа и отводе от него теплоты энергия, подведенная к газу в форме работы, превышает энергию, отведенную от газа в форме теплоты, и, как следствие этого, внутренняя энергия и температура газа увеличиваются.

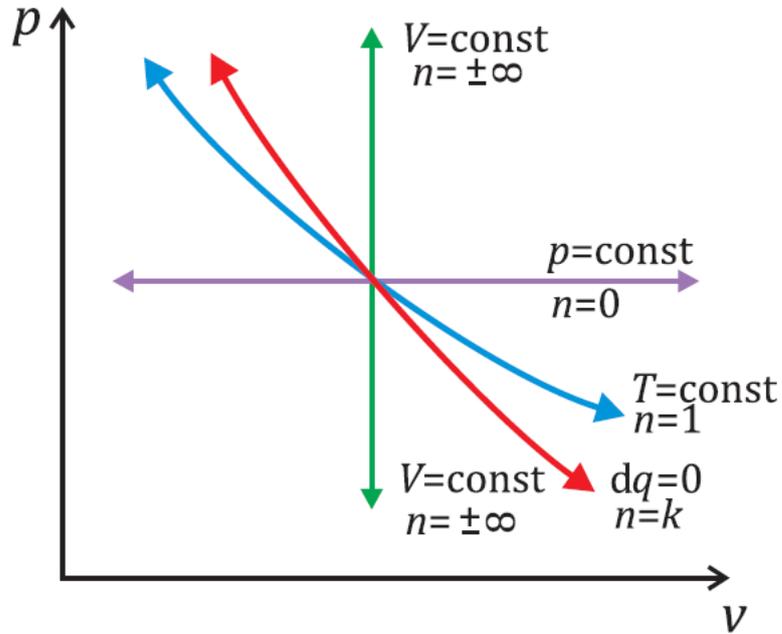


Рис. 3.8. Политропные процессы в p, v -диаграмме

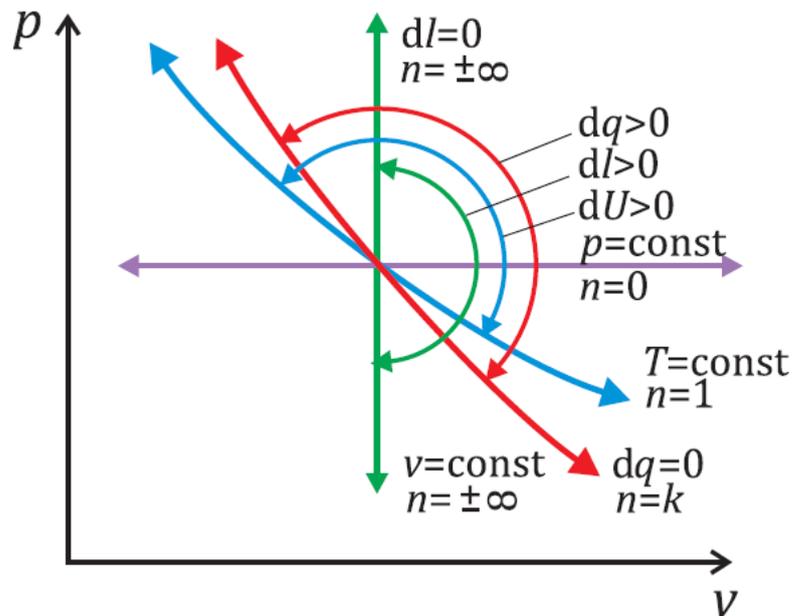


Рис. 3.9. Области знаков теплоты, работы и изменения внутренней энергии газа в политропных процессах

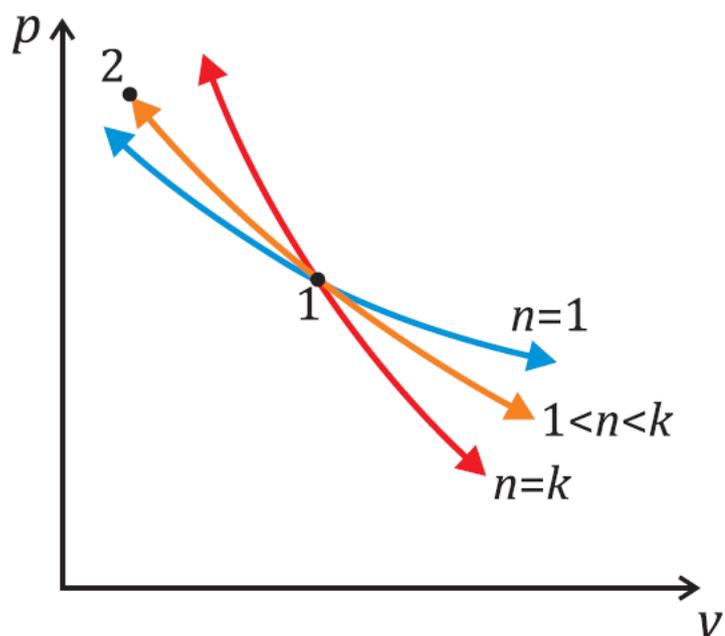


Рис. 3.10. Границы показателя политропы процессов с отрицательной теплоемкостью газа

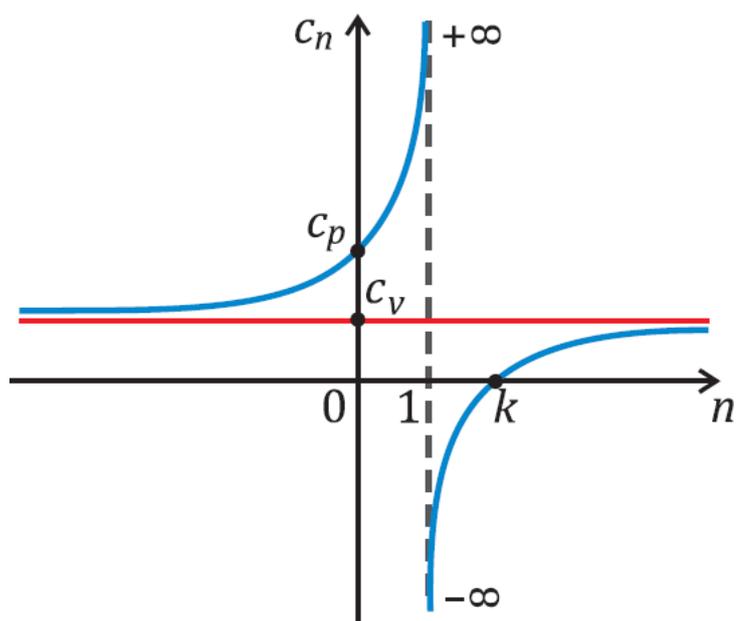


Рис. 3.11. Зависимость теплоемкости газа от показателя политропного процесса

3.6. Техническая работа

В проведенном до этого рассмотрении процессов речь шла о работе расширения. Теперь получим формулы для расчета технической работы — работы потока вещества. Напомним, что ранее для обратимого процесса было получено общее выражение для нее — уравнение (1.29)

$$dl_{\text{тех}} = -v \cdot dp.$$

В политропном процессе идеального газа соотношением термических параметров является

$$p \cdot v^n = \text{const},$$

в котором

$$n = \text{const}.$$

Продифференцировав его, получим

$$n \cdot p \cdot v^{n-1} \cdot dv + v^n \cdot dp = 0$$

и

$$-v \cdot dp = n \cdot p \cdot dv.$$

Отсюда

$$l_{\text{тех}} = n \cdot l_{\text{расш}}. \quad (3.43)$$

Используя формулы (3.34)-(3.39) получим для технической работы

$$l_{\text{тех}} = \frac{n \cdot p_1 \cdot v_1}{n-1} \cdot \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right], \quad (3.44)$$

$$l_{\text{тех}} = \frac{n \cdot p_1 \cdot v_1}{n-1} \cdot \left[1 - \left(\frac{T_2}{T_1} \right) \right], \quad (3.45)$$

$$l_{\text{тех}} = \frac{n}{n-1} \cdot (p_1 \cdot v_1 - p_2 \cdot v_2), \quad (3.46)$$

$$l_{\text{тех}} = \frac{n}{n-1} \cdot R \cdot (T_1 - T_2), \quad (3.47)$$

$$l_{\text{тех}} = \frac{n \cdot R \cdot T_1}{n-1} \cdot \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right], \quad (3.48)$$

$$l_{\text{тех}} = \frac{n \cdot R \cdot T_1}{n-1} \cdot \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]. \quad (3.49)$$

Отметим, что ни по какой из формул из этого набора нельзя провести расчет технической работы в изотермическом процессе

$$n = 1.$$

Все они при подстановке этого значения показателя политропы преобразуются в неопределенность типа 0/0.

Однако ранее было показано (3.16), что для этого процесса

$$-v \cdot dp = p \cdot dv,$$

т.е.

$$l_{\text{тех}} = l_{\text{расш}},$$

и, следовательно, техническая работа, так же, как и работа расширения, может быть рассчитана по любой из формул (3.18).

3.7. Расчет адиабатного процесса с учетом зависимости теплоемкости от температуры

При предыдущем рассмотрении адиабатного процесса было принято, что теплоемкость газов, определяемая по молекулярно-кинетической теории, не зависит от температуры и, следовательно, показатель адиабаты

$$k = \frac{c_p}{c_v}$$

есть постоянная величина. Это справедливо только для одноатомного газа. В действительности же теплоемкость разреженных газов зависит от температуры и показатель k изменяется с температурой

$$k = \frac{c_p}{c_v} = \frac{(c_v + R)}{c_v} = 1 + \frac{R}{c_v}.$$

Теплоемкость c_v растет с температурой и показатель k уменьшается.

Точный расчет адиабатного процесса возможен на основе второго закона термодинамики. Обратимый адиабатный процесс

$$dq = 0,$$

является процессом изоэнтропным, в котором

$$ds = 0; s = \text{const}.$$

Рассмотрим порядок его расчета при различных вариантах задания его параметров.

При задании давлений p_1 , p_2 и T_1 используем уравнение (2.19), которое в этом случае приобретает вид

$$s^0(T_2) - s^0(T_1) - R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = 0.$$

Вычислив отсюда значение стандартной энтропии в конечном состоянии процесса

$$s^0(T_2) = s^0(T_1) + R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right), \quad (3.50)$$

обратимся к таблицам [2-5] или к калькулятору свойств газов [6] и определим температуру T_2 . Этим решается самая важная часть задачи определения конечного состояния процесса — нахождение его температуры. Далее, взяв из

этих же таблиц значения внутренней энергии u_2 и энтальпии h_2 , рассчитаем работу расширения

$$l = u_1 - u_2,$$

или, если процесс происходит в потоке газа, техническую работу

$$l_{\text{тех}} = h_1 - h_2.$$

Удельный объем газа вычислим по уравнению состояния (1.32).

Пример 3.1

На вход газовой турбины поступает газ при давлении $p_1 = 1,6$ МПа и температуре $t_1 = 1050^\circ\text{C}$. В турбине газ расширяется обратимо адиабатически до атмосферного давления $p_2 = 0,1$ МПа. Определить мощность турбины, если расход газа составляет $D = 150$ кг/с. Принять, что свойства газа совпадают со свойствами воздуха. Оценить различие результатов по сравнению с расчетом, выполненным при условии постоянства показателя адиабаты k .

Решение

Обратившись к таблицам [3], найдем параметры газа на входе в турбину:

$$h_1 = 1423,9 \text{ кДж/кг},$$

$$s_1 = s_1^0 = 8,464 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)},$$

и по формуле (3.50) рассчитаем энтропию газа в конечном состоянии

$$\begin{aligned} s^0(T_2) &= s^0(T_1) + R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = 8,464 + \frac{8,314}{29} \cdot \ln\left(\frac{0,1}{1,6}\right) = \\ &= 7,668 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}. \end{aligned}$$

По этой величине в таблице найдем

$$t_2 = 380^\circ\text{C},$$

$$h_2 = 663,6 \text{ кДж/кг}.$$

Мощность турбины

$$N = D \cdot l_{\text{тех}} = 150 \cdot (1423,9 - 663,6) = 114 \text{ МВт}.$$

При расчете по приближенной формуле (3.24)

$$T_{2,\text{МК}} = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 1323,15 \cdot \left(\frac{0,1}{1,6}\right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 599,2 \text{ К}.$$

Расхождение значений температуры составляет

$$\Delta T = T_2 - T_{2,\text{МК}} = 653,15 - 599,2 = 53,95 \text{ К}.$$

Расчет технической работы проведем, используя формулу (3.26):

$$l_{\text{тех}} = k \cdot R \cdot \left(\frac{T_1 - T_2}{k-1}\right) = 1,4 \cdot \left(\frac{8,314}{28,97}\right) \cdot \left(\frac{1323,15 - 599,2}{1,4-1}\right) = 726,4 \text{ кДж/кг},$$

а мощность турбины

$$N_{\text{МК}} = D \cdot l_{\text{тех}} = 150 \cdot 726,4 = 109 \text{ МВт.}$$

Относительное расхождение значений мощности турбины составит

$$\delta N = 100 \cdot \frac{N - N_{\text{МК}}}{N} = 100 \cdot \frac{114 - 109}{114} = 4,4 \text{ \%}.$$

Эта погрешность достаточно велика и в серьезных инженерных расчетах недопустима.

Когда адиабатный процесс задан параметрами T_1 , v_1 и v_2 для нахождения конечной температуры T_2 используется другая величина s_v . Эта величина введена по аналогии с s^0 , как

$$s_v(T) = \int_0^T \frac{c_v \cdot dT}{T}.$$

Ее значения, рассчитанные для многих газов по современным данным об изохорной теплоемкости, приведены в справочных таблицах [3]. С помощью этой величины уравнение (2.15) преобразуется в уравнение

$$\Delta s = s_{v,2} - s_{v,1} = s_v^0(T_2) - s_v^0(T_1) + R \cdot \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right), \quad (3.51)$$

из которого для обратимого адиабатного процесса (при $\Delta s = 0$) получим

$$s_v^0(T_2) = s_v^0(T_1) - R \cdot \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right). \quad (3.52)$$

Вычислив это значение, в таблице [3] найдем конечную температуру процесса T_2 . Дальше расчет процесса пойдет как в предыдущем случае.

Возможен другой вариант точного расчета адиабатного процесса. Введем новую специальную функцию адиабатного процесса

$$\pi_0(T) = \exp \left(\frac{s^0}{R} \right),$$

называемую *относительным давлением*, и с помощью нее преобразуем уравнение (3.50)

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\pi_{0,2}}{\pi_{0,1}}. \quad (3.53)$$

Введем еще одну специальную функцию адиабатного процесса

$$\theta_0(T) = \exp \left(-\frac{s_v^0}{R} \right),$$

называемую *относительным объемом*, с помощью которой преобразуем уравнение (3.51) в

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\theta_{0,2}}{\theta_{0,1}}. \quad (3.54)$$

Рассчитанные для широкого диапазона температур значения функций $\pi_0(T)$ и $\theta_0(T)$ приведены в справочниках [2, 5] и широко применяются для нахождения температуры газов в адиабатном процессе.

Пример 3.2

В двигателе, работающем по циклу Дизеля, температура воздуха после адиабатного сжатия для обеспечения самопроизвольного возгорания топлива должна быть равна $t_2 = 630$ °С. Определить, какой должна быть степень сжатия воздуха $\varepsilon = \frac{v_1}{v_2}$, если начальные параметры его $p_1 = 0,1$ МПа и $t_1 = 60$ °С.

Решение

Для решения применим уравнение (3.54)

$$\varepsilon = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\theta_1}{\theta_2}.$$

В таблице [5] найдем $\theta_1 = 39,703$ и $\theta_2 = 2,8200$.

Тогда

$$\varepsilon = \frac{39,703}{2,8200} = 14,08.$$

Конечное давление рассчитаем по (3.53)

$$p_2 = p_1 \cdot \frac{\pi_{0,2}}{\pi_{0,1}} = 0,1 \cdot \frac{76,495}{2,0042} = 3,82 \text{ МПа.}$$

При приближенном расчете по формуле (3.31) степень сжатия получилась бы равной

$$\varepsilon = \frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{k-1}} = \left(\frac{903,15}{333,15}\right)^{\frac{1}{1,4-1}} = 12,0,$$

а давление — по (3.32)

$$p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{k}{k-1}} = 0,1 \cdot \left(\frac{903,15}{333,15}\right)^{\frac{1,4}{1,4-1}} = 3,19 \text{ МПа.}$$

В двигателе, рассчитанном по приближенной формуле, самовоспламенения топлива не произойдет.

3.8. Контрольные вопросы

1. Для какой цели используются величины относительного объема?
2. Для какой цели используются величины относительного давления?
3. Назовите соотношение между работой расширения и технической работой.
4. В каком квадранте p, v -диаграммы будет изображаться политропный процесс расширения газа с показателем политропы $n = 2,5$ и как будет при этом изменяться его температура?
5. В каком процессе теплоемкость газа становится отрицательной величиной?

6. В каком процессе теплоемкость газа равна нулю?

7. В некотором процессе от газа было отведено 10 кДж/кг теплоты. Внутренняя энергия его при этом уменьшилась на 15 кДж/кг. Что произошло с удельным объемом газа?

Глава 4. ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ТЕРМОДИНАМИКИ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

4.1. Характеристические функции

Все термодинамические свойства вещества взаимосвязаны друг с другом и задачей науки является установление этих связей. При этом выяснилось, что для каждой пары независимых переменных существует аналитическое выражение, позволяющее наиболее полно выразить термодинамические свойства системы, называемое *характеристической функцией*.

Функция является характеристической, если с помощью её, соответствующих ей независимых переменных и её частных производных разных порядков по этим независимым переменным можно в явном виде выразить любое термодинамическое свойство системы (вещества). Рассмотрим эти функции.

Из термодинамического тождества (2.12), объединяющего первый и второй законы термодинамики, получим

$$dU = T \cdot dS - p \cdot dV. \quad (4.1)$$

Внутренняя энергия является характеристической функцией в переменных энтропия и объем $U = f(S, V)$. Дифференцируя её, получим

$$\begin{aligned} T &= \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_V, \\ p &= - \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_S, \\ \frac{\partial^2 U}{\partial S \cdot \partial V} &= \frac{\partial^2 U}{\partial V \cdot \partial S}, \\ \left(\frac{\partial S}{\partial p} \right)_V &= - \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_S. \end{aligned}$$

Из термодинамического тождества (2.13)

$$dH = T \cdot dS + V \cdot dp. \quad (4.2)$$

Энтальпия является характеристической функцией в переменных энтропия и давление

$$H = f(S, p).$$

Дифференцируя её, получим

$$\begin{aligned} T &= \left(\frac{\partial H}{\partial S} \right)_p, \\ V &= \left(\frac{\partial H}{\partial p} \right)_S, \end{aligned}$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_p = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_S.$$

В уравнении (4.1), применив преобразование Лежандра (1.15) к члену TdS , получим

$$dU - d(T \cdot S) = -S \cdot dT - p \cdot dV,$$

и, введя новую функцию

$$F = U - T \cdot S. \quad (4.3)$$

изохорно-изотермический потенциал или энергия Гельмгольца, получим уравнение

$$dF = -S \cdot dT - p \cdot dV. \quad (4.4)$$

Энергия Гельмгольца является характеристической функцией в переменных температура и объем

$$F = f(V, T).$$

Дифференцируя её, получим

$$S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V. \quad (4.5)$$

$$p = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T. \quad (4.6)$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V.$$

и, объединив формулы (4.3) и (4.5), получаем уравнение

$$U = F - T \cdot \left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V, \quad (4.7)$$

называемое уравнением Гиббса-Гельмгольца.

Другие термодинамические свойства представим как

$$H = F - T \cdot \left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V - V \cdot \left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T \quad (4.8)$$

и

$$c_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = -T \cdot \left(\frac{\partial^2 F}{\partial T^2}\right)_V. \quad (4.9)$$

Следующую характеристическую функцию получим из уравнения (4.2), также применив преобразование Лежандра

$$dH - d(T \cdot S) = -S \cdot dT + V \cdot dp,$$

и, введя новую функцию

$$G = H - T \cdot S, \quad (4.10)$$

называемую *изобарно-изотермическим потенциалом* или *энергией Гиббса*, получим уравнение

$$dG = -S \cdot dT + V \cdot dp. \quad (4.11)$$

Энергия Гиббса является характеристической функцией в переменных температура и давление

$$G = f(T, p).$$

Дифференцируя её, получим

$$S = - \left(\frac{\partial G}{\partial T} \right)_p \quad (4.12)$$

$$V = \left(\frac{\partial G}{\partial p} \right)_T, \quad (4.13)$$

и

$$\left(\frac{\partial S}{\partial p} \right)_T = - \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p.$$

Другие термодинамические свойства представим как уравнение Гиббса-Гельмгольца

$$H = G - T \cdot \left(\frac{\partial G}{\partial T} \right)_p, \quad (4.14)$$

$$U = G - T \cdot \left(\frac{\partial G}{\partial T} \right)_p - p \cdot \left(\frac{\partial G}{\partial p} \right)_T, \quad (4.15)$$

и

$$c_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p = -T \cdot \left(\frac{\partial^2 G}{\partial T^2} \right)_p.$$

В технической термодинамике в настоящее время принято сведения о термодинамических свойствах реальных газов представлять в виде одной из характеристических функций, что обеспечивает их термодинамическое согласование и создает удобства при составлении расчетных ЭВМ-программ. Из этих характеристических функций наибольшее применение находят

энергия Гельмгольца и энергия Гиббса. Первая потому, что её независимые переменные — удельный объём (или плотность) и температура — наилучшим образом соответствуют физической природе взаимодействия между молекулами, вторая потому, что её независимые переменные — давление и температура — наиболее удобны при проведении технических расчётов. Большинство современных уравнений состояния различных веществ представлены в виде энергии Гельмгольца и вычисление всех термодинамических свойств в настоящее время проводится именно по соотношениям, представленным здесь.

4.2. Дифференциальные уравнения термодинамики в частных производных

При анализе термодинамических систем часто интересуют не столько сами значения каких-либо свойств, сколько характер взаимосвязи различных свойств между собой. Особенно часто такая задача встает при исследовании и описании термодинамических свойств реальных веществ, когда знание таких закономерностей позволяет проанализировать согласованность данных о разнородных свойствах, рассчитать какие-либо свойства на основе данных о других свойствах. Взаимосвязь различных термодинамических свойств веществ выражается дифференциальными уравнениями в частных производных, часто называемые дифференциальными уравнениями термодинамики. Они получаются в результате математических операций над характеристическими функциями. Число таких уравнений очень велико. Здесь будут приведены лишь наиболее часто применяемые соотношения.

В первую группу дифференциальных уравнений объединим уравнения, представляющие зависимость энтропии от термических свойств, которые уже встречались при рассмотрении характеристических функций

$$\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_V = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_S, \quad (4.17)$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_p = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_S, \quad (4.18)$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V, \quad (4.19)$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p, \quad (4.20)$$

и которые получили название *уравнения Максвелла*.

Другие дифференциальные уравнения группируются по независимым переменным, для которых они действуют.

Независимые переменные T и v :

Исходное уравнение — характеристическая функция

$$f = u - T \cdot s.$$

Продифференцировав его по v

$$\left(\frac{\partial f}{\partial v}\right)_T = \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T - T \cdot \left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T,$$

и используя (4.6) и (4.19), получим

$$\left(\frac{\partial f}{\partial v}\right)_T = T \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v - p, \quad (4.21)$$

а применив (1.16), —

$$\left(\frac{\partial h}{\partial v}\right)_T = T \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v + v \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T. \quad (4.22)$$

При $v = \text{const}$ с учетом (1.42) можно записать

$$c_v \cdot dT = T \cdot ds$$

и, продифференцировав это соотношение по v , получить

$$\left(\frac{\partial c_v}{\partial v}\right)_T = \frac{\partial^2 s}{\partial T \cdot \partial v},$$

а учитывая (4.19), определить зависимость теплоёмкости c_v реальных веществ от термических параметров

$$\left(\frac{\partial c_v}{\partial v}\right)_T = T \cdot \left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2}\right)_v. \quad (4.23)$$

Для реальных газов формула Майера (1.49) не верна и разность теплоёмкостей

$$c_p - c_v$$

не равна газовой постоянной R , а определяется соотношением (1.48).

Подставив в него (4.20), получим

$$c_p - c_v = T \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p. \quad (4.24)$$

Но эта формула неудобная, так как содержит производную в других независимых переменных и для расчётов по ней надо ещё иметь уравнение в независимых переменных давление-температура. Выразим эту производную в нужных переменных, используя общее соотношение между частными производными (1.6)

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = - \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T,$$

и, подставив в (4.24), получим нужный результат

$$c_p - c_v = -T \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v^2 \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T. \quad (4.25)$$

Независимые переменные p и T :

Исходное уравнение — энергия Гиббса (4.10)

$$g = h - T \cdot s.$$

Дифференцируя его по давлению, получим

$$\left(\frac{\partial g}{\partial p}\right)_T = \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T - T \cdot \left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T,$$

и, используя (4.13) и (4.19), найдём

$$\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T = v - T \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p. \quad (4.26)$$

а применив (1.16) и (4.13),

$$\left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T = - \left[T \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p + p \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T \right]. \quad (4.27)$$

Для изобарного процесса при $p = \text{const}$ можно записать

$$c_p dT = T ds,$$

и, продифференцировав его по давлению, получить

$$\left(\frac{\partial c_p}{\partial p}\right)_T = T \cdot \left(\frac{\partial^2 s}{\partial T \cdot \partial p}\right),$$

а учитывая (4.20), и

$$\left(\frac{\partial c_p}{\partial p}\right)_T = -T \cdot \left(\frac{\partial^2 v}{\partial T^2}\right)_p. \quad (4.28)$$

Для нахождения соотношения между изобарной и изохорной теплоемкостями снова используем (4.24), но для этого вначале преобразуем одну из производных, используя общее соотношение между частными производными (1.6)

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = - \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T,$$

и, подставив её в (4.24), получим

$$c_p - c_v = -T \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p^2 \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T. \quad (4.29)$$

Приведенные в данном разделе дифференциальные уравнения (4.17)-(4.29) выражают зависимость калорических свойств реальных газов от

термических параметров и характеризуют отличие реального газа от идеального, для которого (кроме энтропии) все эти зависимости не существуют. Отметим, что эта зависимость для основных калорических свойств осуществляется производными первого порядка, а для теплоёмкостей — производными второго порядка.

4.3. Характеристические функции системы с изменяющейся массой

Для системы, масса которой может изменяться, представим внутреннюю энергию как

$$U = m \cdot u$$

и

$$dU = m \cdot du + u \cdot dm$$

и, используя термодинамическое тождество (2.12), получим

$$dU = m \cdot (T \cdot ds - p \cdot dv) + u \cdot dm. \quad (a)$$

Преобразуем члены этого уравнения с помощью преобразования Лежандра:

$$m \cdot T ds = T \cdot (d(m \cdot s) - s \cdot dm) = T \cdot (dS - s \cdot dm),$$

$$m \cdot (p \cdot dv) = p \cdot (m \cdot dv) = p \cdot (d(m \cdot v) - v \cdot dm) = p \cdot (dV - v \cdot dm)$$

и подставим в (a).

$$dU = T \cdot dS - p \cdot dV - T \cdot s \cdot dm + p \cdot v \cdot dm + u \cdot dm. \quad (b)$$

Введем новую функцию, численно равную удельной энергии Гиббса — *химический потенциал*

$$\varphi = h - T \cdot s. \quad (4.30)$$

Имея ввиду (4.30), а также то, что в формуле (b)

$$u + p \cdot v = h,$$

получаем

$$dU = T \cdot dS - p \cdot dV + \varphi \cdot dm. \quad (4.31)$$

Учитывая (1.16) и последовательно применяя преобразование Лежандра к (4.31), получим для других характеристических функций

$$dH = T \cdot dS + V \cdot dp + \varphi \cdot dm, \quad (4.32)$$

$$dF = -S \cdot dT - p \cdot dV + \varphi \cdot dm, \quad (4.33)$$

$$dG = -S \cdot dT + V \cdot dp + \varphi \cdot dm. \quad (4.34)$$

Отсюда для всех характеристических функций (4.31)-(4.34) следует:

$$\begin{aligned} \varphi &= \left(\frac{\partial U}{\partial m} \right)_{S,V}, \\ \varphi &= \left(\frac{\partial H}{\partial m} \right)_{S,p}, \\ \varphi &= \left(\frac{\partial F}{\partial m} \right)_{V,T}, \\ \varphi &= \left(\frac{\partial G}{\partial m} \right)_{p,T}. \end{aligned} \quad (4.35)$$

Химический потенциал характеризует изменение любой характеристической функции при изменении количества вещества в системе при постоянных независимых переменных, присущих этой функции. Например, изменение внутренней энергии системы U при увеличении её массы на dm при постоянстве параметров S и V будет равно не udm , а φdm .

В случае неоднородной системы, содержащей несколько различных веществ, следует записать

$$dU = T \cdot dS - p \cdot dV + \sum \varphi_i \cdot dm_i. \quad (4.36)$$

$$dH = T \cdot dS + V \cdot dp + \sum \varphi_i \cdot dm_i. \quad (4.37)$$

$$dF = -S \cdot dT - p \cdot dV + \sum \varphi_i \cdot dm_i. \quad (4.38)$$

$$dG = -S \cdot dT + V \cdot dp + \sum \varphi_i \cdot dm_i. \quad (4.39)$$

где знак суммы означает суммирование по всем веществам неоднородной системы.

4.4. Контрольные вопросы

1. Дайте определение характеристической функции.
2. Какая величина является характеристической функцией для пары переменных: плотность и температура?
3. Какая величина является характеристической функцией для пары переменных: давление и температура?
4. Что общего в блоке дифференциальных уравнений, называемых уравнениями Максвелла?
5. Какого порядка дифференциальные уравнения используются для вычисления теплоёмкости?

6. Назовите основное свойство химического потенциала.

Глава 5. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА РЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

5.1. Фазовые переходы

В отличие от идеальных газов, состоящих из точечных молекул, молекулы реальных веществ имеют объем и взаимодействуют друг с другом и на расстоянии (рис. 1.6). Реальные вещества в зависимости от параметров состояния могут существовать в любом из трех агрегатных состояний: твердом, жидком или газообразном, а при изменении параметров переходить из одного состояния в другое (например, из жидкого в газообразное). Такие переходы называются *фазовыми переходами*, так как в твердом состоянии некоторые вещества в зависимости от параметров имеют несколько разных кристаллических структур, или *фаз*, отличающихся по своим свойствам. Так, например, у урана при температуре 669°C происходит изменение кристаллической решетки с соответствующим изменением его плотности. У воды существует шесть модификаций льда. Поэтому используется более точный, чем *агрегатное состояние*, термин *фаза*, под которым понимается *однородная часть неоднородной системы, ограниченная поверхностью раздела и имеющая одинаковые физические свойства по всему объему*. Существование различных фаз и фазовых переходов является одной из важнейших черт, отличающих свойства реальных веществ от идеального газа. Другими различиями в свойствах являются невозможность применения уравнения Клапейрона-Менделеева (1.32) в качестве уравнения состояния реального газа и необходимость из-за существования межмолекулярного взаимодействия на расстоянии рассматривать все калорические свойства реального газа (за некоторыми исключениями) как функции двух параметров: температуры и плотности (удельного объема) или давления.

Рассмотрение фазовых переходов начнем с классических опытов по изучению фазового перехода жидкость–пар, выполненных Т. Эндрюсом в 50÷60 годах XIX века. В этих опытах велось наблюдение за изменениями объема и давления газа при сжатии его в прозрачном сосуде при постоянной температуре. При малом давлении газа, например CO_2 , при температуре t_1 (рис. 5.1) при сжатии давление его увеличивается монотонно, но по достижении некоторого значения рост прекращается и в газе появляется капелька жидкости — другой фазы. Это начало фазового перехода. При дальнейшем уменьшении объема давление остается неизменным, а количество жидкости растет. Идет фазовый переход. После того, как новая фаза заполнит весь сосуд — весь газ (пар) сконденсируется, — при уменьшении объема начнется сжатие жидкости. Так как жидкость малосжимаема, рост давления на изотерме намного больше, чем в газовой фазе.

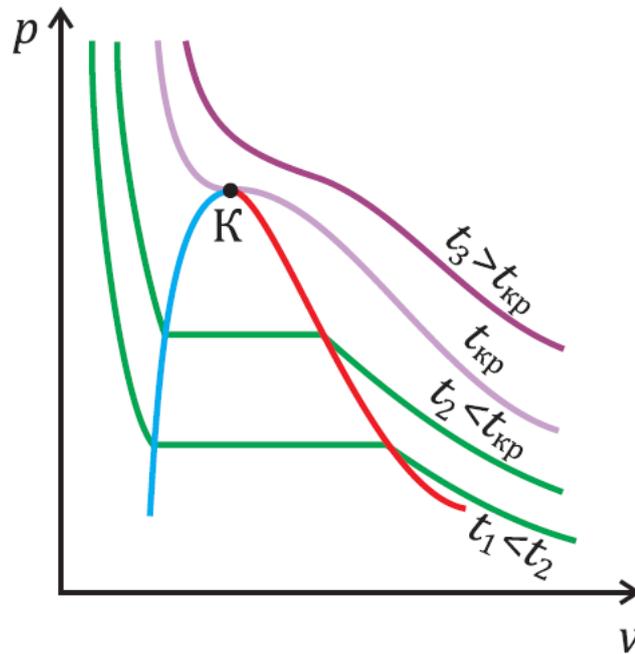


Рис. 5.1. Изотермы реального газа в p, v -диаграмме (К — критическая точка)

При прохождении процесса в противоположном направлении фазовый переход повторится в обратной последовательности (рис. 5.2): при уменьшении давления до того же значения, что наблюдалось при фазовом переходе, в жидкости появятся первые пузырьки пара, начнется кипение — фазовый переход. При подводе теплоты при постоянном давлении идет увеличение количества пара и объема, что может быть остановлено в любой момент (точка a на рис. 5.2). Вещество может оставаться в этом состоянии сколь угодно долго. Это состояние *фазового равновесия* двух фаз жидкости и пара (*состояние насыщения*). Пар, находящийся в равновесии с кипящей водой, называется *насыщенным*. При дальнейшем прохождении процесса весь объем заполнится паром, а после испарения последней капли жидкости (конец фазового перехода) увеличение объема сопровождается уменьшением давления.

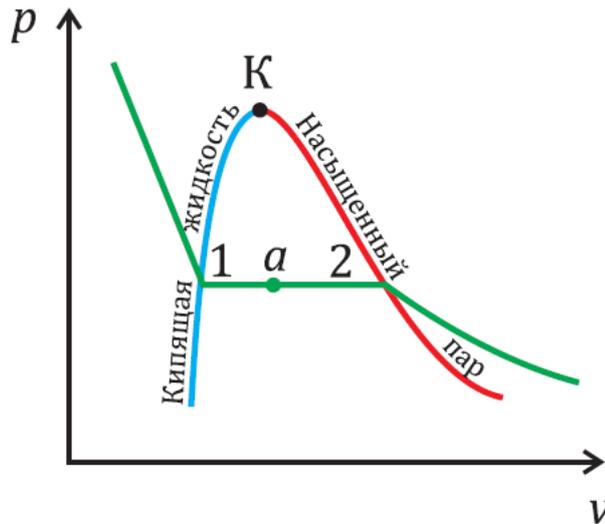
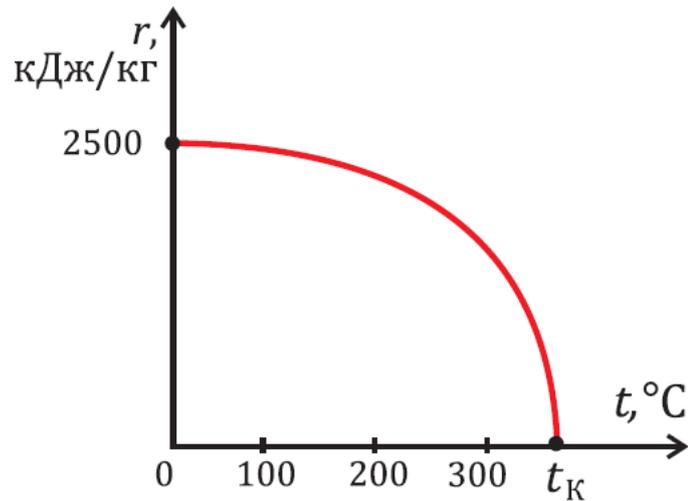


Рис. 5.2. Фазовая p, v -диаграмма
(К — критическая точка, a — влажный пар)

Графическое изображение процесса фазового перехода в координатах p, v называется *фазовой p, v -диаграммой* (рис. 5.1 и 5.2), в которой точки начала и конца фазового перехода объединены в свои линии, называемые *пограничными линиями*. Значения термодинамических свойств вещества на этих линиях отмечают значками: свойства кипящей жидкости на *левой пограничной линии* — значком «'» (штрих): v', h', s' ; свойства насыщенного пара на *правой пограничной линии* — значком «''» (два штриха): v'', h'', s'' .

Если рассмотренный процесс изотермического сжатия газа повторять при увеличивающихся значениях температуры (рис. 5.1), то качественно картина будет повторяться, но при каждой температуре фазовый переход будет происходить при своем значении давления, причем у каждого вещества существует своя однозначная зависимость между температурой и давлением фазового перехода. Свойства фаз в состояниях начала и конца фазового перехода будут сближаться по мере роста температуры и наконец при некоторой температуре станут одинаковыми. Это состояние вещества называется *критическим состоянием*, определяющие его давление и температура также называются критическими, а соответствующие ему точки во всех диаграммах — *критическими точками* (рис. 5.1 и 5.2). В критическом состоянии свойства фаз тождественны, теплота фазового перехода равна нулю (рис. 5.3), как и поверхностное натяжение жидкости. При изотермическом сжатии вещества при температуре больше критической давление изменяется монотонно. Выше *критического давления* при любой температуре не происходит разделения вещества на две фазы жидкости и пара, а выше *критической температуры* такого разделения не происходит при любом давлении.



5.3

Рис. 5.3. Зависимость теплоты парообразования воды от температуры

Критическое состояние является предельным состоянием двухфазной области, и на изотерме фазового перехода горизонтальный участок здесь вырождается в точку, являющуюся точкой перегиба в p, v -диаграмме. Поэтому условия, определяющие критическую точку, формулируются как

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_{T_K} &= 0, \\ \left(\frac{\partial^2 p}{\partial v^2}\right)_{T_K} &= 0. \end{aligned} \tag{5.1}$$

При температурах, больших критической, в p, v -диаграмме на изотермах горизонтального участка нет. На изотермах, близких к критической, существует перегиб, постепенно размывающийся при росте температуры.

Следует отметить некоторую условность понятий «жидкость» и «газ» для обозначения однофазных состояний вещества. Например, осуществить переход из состояния A в области, которую называют областью жидкости (рис. 5.4), к состоянию D , которое называется состоянием газа (пара), можно по изотерме. При этом в точке B на линии насыщения происходит разделение вещества на две фазы, свойства которых (удельный объем, удельная энтальпия и другие) различаются, причем изменение свойств происходит скачком. В процессе фазового перехода вещество постепенно переходит из одной фазы в другую, и по окончании свойства вещества существенно отличаются от тех, которыми оно обладало перед началом фазового перехода.

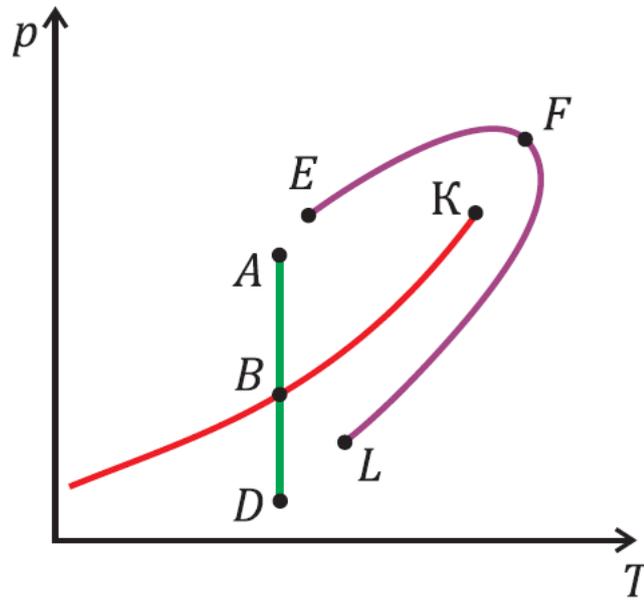


Рис. 5.4. Фазовая диаграмма p, T
 (A — жидкость, B — равновесие жидкости и пара, D — перегретый пар)

Однако подобный же перевод вещества из области жидкости в область пара можно произвести и по линии EFL , огибающей критическую точку. При этом будет происходить непрерывный переход от жидкости к газу, так как линия EFL нигде не попадает в область сосуществования двух фаз. Следовательно, вещество не будет во время перехода распадаться на две фазы, а останется однофазным. Выше критической точки нет границы, на которой скачком изменялись бы свойства вещества. Этот факт свидетельствует о том, что взаимодействие молекул в жидкости и в газе подчиняется общим закономерностям, отличаясь лишь количественными соотношениями. Отсюда, в свою очередь, можно сделать вывод, что принципиально возможно существование уравнения состояния, которое бы описывало свойства обеих фаз. Имея в виду все эти обстоятельства, будем применять термин «реальный газ» как общий, объединяющий понятия «жидкость» и «газ (пар)».

Если жидкость, например воду, находящуюся при атмосферном давлении, охлаждать при постоянном давлении, то при некоторой температуре (0°C в этом примере) в ней появятся частицы новой (твердой) фазы — льда. При дальнейшем отводе теплоты будет осуществляться фазовый переход жидкость — твердое тело, характеризуемый всеми теми же особенностями, что и переход жидкость — пар. При повышении давления температура фазового перехода также изменяется, но для фазового перехода жидкость — твердое тело критической точки не существует, следовательно, переход вещества из одного из этих состояний в другое всегда сопровождается разделением вещества на две сосуществующие фазы.

Графическое изображение зависимостей между температурой и давлением фазовых переходов в координатах p, T представляет собой *фазовую p, T -диаграмму*. Пример такой диаграммы для диоксида углерода CO_2 приведен на рис. 5.5. Здесь температура фазового перехода

жидкость — твердое тело при повышении давления увеличивается, и в фазовой p, T -диаграмме линия плавления (при обратном направлении процесса — затвердевания) имеет положительный наклон. Подобный вид диаграммы имеет большинство веществ. Вместе с тем, существуют вещества (вода, висмут, кремний), у которых линия плавления в этой диаграмме имеет отрицательный наклон, то есть у воды температура затвердевания (плавления) с увеличением давления уменьшается (рис. 5.6). Такие вещества называются аномальными.

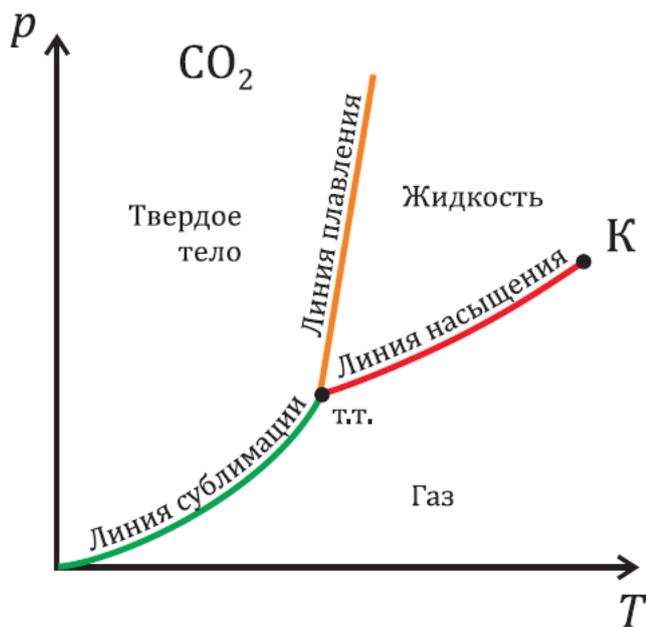


Рис. 5.5. Фазовая диаграмма диоксида углерода

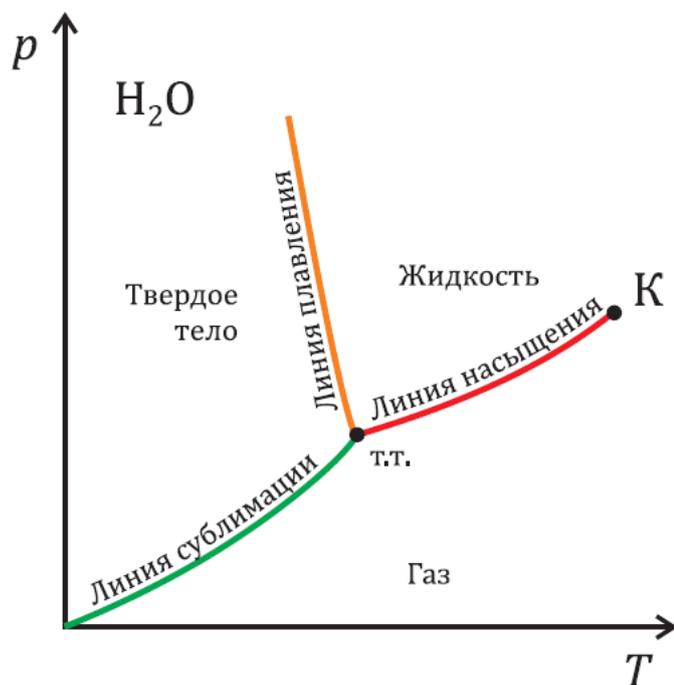


Рис. 5.6. Фазовая диаграмма воды

Для фазового перехода жидкость — твердое тело критической точки не существует, следовательно, переход вещества из одного из этих состояний в

другое всегда сопровождается разделением вещества на две сосуществующие фазы.

На p, T -диаграмме (рис. 5.5 и 5.6) видно, что при понижении температуры линия плавления стыкуется с *линией насыщения* (парообразования). Это означает, что в этом состоянии сосуществуют три фазы: твердая, жидкая и газообразная. Такое состояние существует у всех веществ (кроме гелия) и называется *тройной точкой*. Параметры вещества в этой точке являются сугубо индивидуальными данными для каждого вещества и вместе с критическими параметрами служат как бы визитной карточкой вещества. При температурах и давлениях более низких, чем их значения в тройной точке, вещество в жидком состоянии не существует. При давлении более низком, чем в тройной точке, вещество из твердого состояния переходит сразу в газообразное — *сублимируется*. Характерным практическим примером использования этого свойства является широкое применение «сухого льда» — твердого диоксида углерода — для кратковременного поддержания пищевых продуктов в охлажденном состоянии. Параметры CO_2 в тройной точке равны:

$$p_{т.т} = 618 \text{ кПа}, t_{кр} = -56,6^\circ\text{C}.$$

Поэтому при атмосферном давлении $p_{ат} = 100 \text{ кПа}$ диоксид углерода в жидком состоянии не существует (рис. 5.5). Твердый диоксид углерода при этом давлении, отводя $570,8 \text{ кДж/кг}$ теплоты от охлаждаемых продуктов, *сублимируется* — переходит прямо в газообразное состояние, благодаря чему исключается возможность «подмочить» продукты. Существующая в этом фазовом переходе зависимость между температурой и давлением представлена в p, T -диаграмме (рис. 5.5) *линией сублимации*.

Каждая точка линий фазового равновесия на p, T -диаграмме в p, v -диаграмме разворачивается в линию, как это было показано на примере процесса парообразования (рис. 5.1 и 5.2). Эта линия ограничена точками, изображающими состояния фаз (1 и 2 на рис. 5.2).

Каждой линии фазового равновесия в p, T -диаграмме соответствует своя область сосуществования двух фаз в p, v -диаграмме. Пример такой диаграммы для нормального вещества показан на рис. 5.7. В этой диаграмме обозначены: $K-e$ и $K-f$ — левая и правая пограничные кривые двухфазной области жидкость — пар (линия насыщения, K — критическая точка); $a-b$ и $l-f$ — левая и правая пограничные линии двухфазной области твердое тело — пар (линия сублимации); $b-c$ и $e-d$ — левая и правая пограничные кривые двухфазной области твердое тело — жидкость (линия плавления); $b-e-f$ — состояние, соответствующее тройной точке.

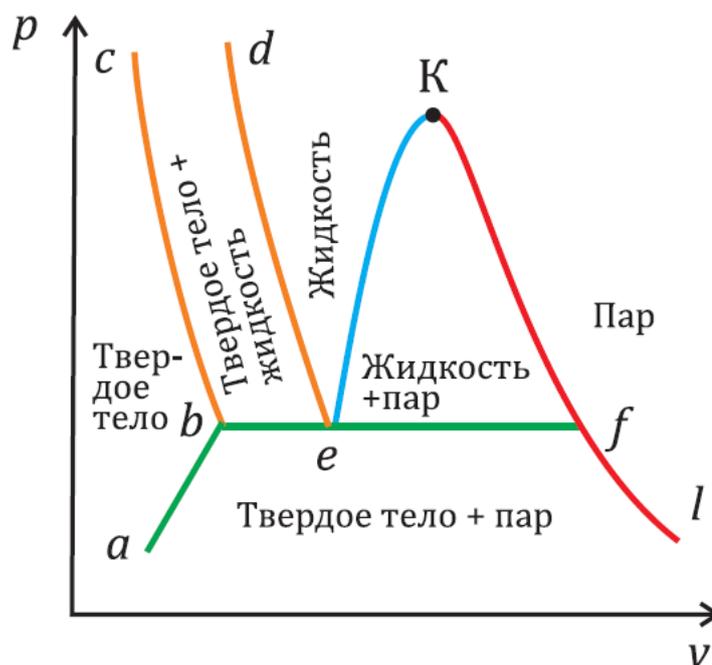


Рис. 5.7. Полная фазовая диаграмма p, v

Каждый процесс фазового перехода совершается при подводе (или отводе при противоположном направлении процесса) определенного количества теплоты, называемого *теплотой фазового перехода*. Характер изменения *теплоты парообразования* водяного пара в зависимости от температуры показан на рис. 5.3.

Рассмотрев общую физическую картину осуществления фазовых переходов, выясним термодинамические закономерности, которым они подчиняются.

5.1.1. Условия фазового равновесия

Рассмотрим изолированную систему (рис. 5.8), содержащую жидкость 1 и пар 2, находящихся в равновесии. Предположим, что количество вещества в одной из фаз изменится на малую величину dm . Когда установится новое равновесие?

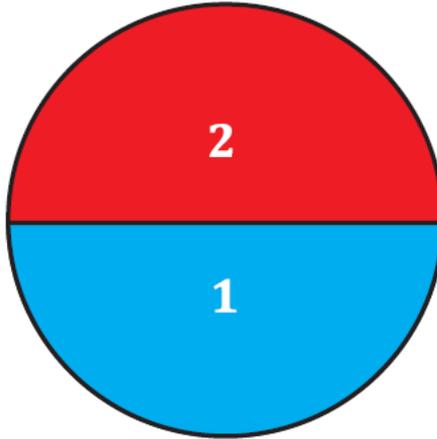


Рис. 5.8. Двухфазная система

Поскольку система изолирована и не обменивается с окружающими ее телами ни теплотой, ни работой, то условиями ее существования являются

$$U = \text{const}$$

и

$$V = \text{const.}$$

При рассмотрении второго закона термодинамики было установлено, что равновесие в такой системе наступает при достижении максимума энтропии

$$S = S_{\text{max}}, dS = 0.$$

В данном случае система состоит из двух подсистем, поэтому

$$S = S_1 + S_2,$$

$$dS = dS_1 + dS_2 = 0.$$

Используя уравнение (4.31), запишем

$$dS = \frac{dU_1}{T_1} + \frac{p_1}{T_1} dV_1 - \frac{\varphi_1}{T_1} dm_1 + \frac{dU_2}{T_2} + \frac{p_2}{T_2} dV_2 - \frac{\varphi_2}{T_2} dm_2 = 0.$$

При всех изменениях в системе ее внутренняя энергия и объем остаются неизменными, следовательно,

$$dU_2 = -dU_1; dV_2 = -dV_1; dm_2 = -dm_1.$$

Тогда преобразуем предыдущее уравнение

$$dS = \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) dU_1 + \left(\frac{p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2} \right) dV_1 - \left(\frac{\varphi_1}{T_1} - \frac{\varphi_2}{T_2} \right) dm_1 = 0.$$

Дифференциалы dU , dV , dm являются взаимно независимыми величинами. Поэтому для того, чтобы это уравнение выполнялось, множители при них должны быть равны нулю:

$$\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right) = 0; \left(\frac{p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2}\right) = 0; \left(\frac{\varphi_1}{T_1} - \frac{\varphi_2}{T_2}\right) = 0.$$

Отсюда следуют условия фазового равновесия:

$$T_1 = T_2; p_1 = p_2; \varphi_1 = \varphi_2. \quad (5.2)$$

Таким образом, фазовое равновесие существует при равенстве температур и давлений фаз. Но не при любом произвольном сочетании этих параметров, а только при таких значениях температуры и давления, при которых химические потенциалы фаз равны. Это условие, полученное на примере процесса парообразования, справедливо для любого фазового перехода. Оно определяет однозначную зависимость между температурой и давлением для каждого фазового перехода.

Рассмотрим, как можно найти давление насыщения, при котором происходит фазовый переход жидкость — пар, при некоторой температуре T . Для этого построим график зависимости химического потенциала от давления (рис. 5.9) для жидкости (кривая 1-2) и для пара (кривая 3-4). Точка их пересечения (точка s на рис. 5.9) определит давление насыщения.

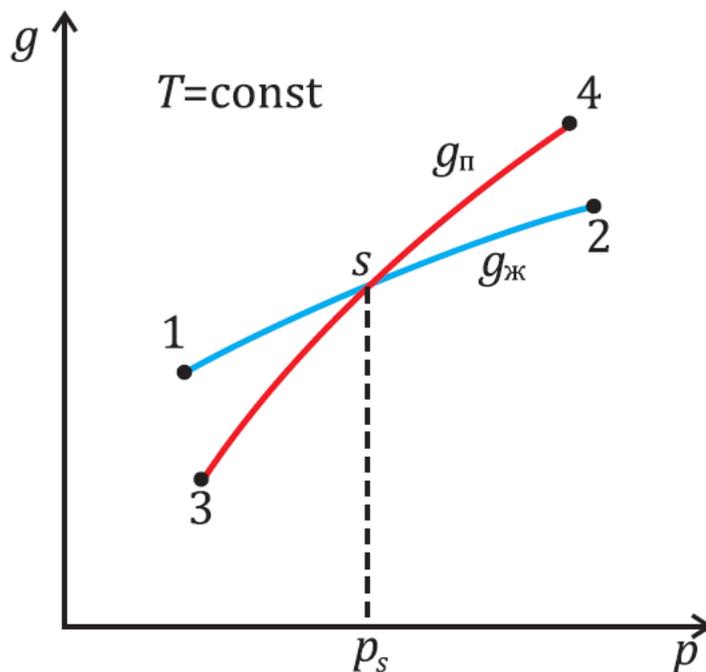


Рис. 5.9. Изотермы химического потенциала фаз (s — точка равновесия фаз)

Из условий существования фазового равновесия следует правило, определяющее число фаз, которые могут одновременно существовать в равновесии в данной термодинамической системе.

5.1.2. Правило фаз Гиббса

Рассмотрим многокомпонентную систему, в которой имеется k число компонентов, находящихся в n числе фаз. Каким максимально может быть это число фаз?

Число параметров, которое необходимо знать для однозначного фиксирования равновесного состояния такой системы, равно 2 (например, температура и давление) $+(k - 1)$ концентрации для каждой из фаз, то есть

$$2 + n \cdot (k - 1).$$

В то же время можно написать для каждого компонента $(n - 1)$ условий типа (5.2)

$$\varphi_1 = \varphi_2.$$

Однако это число не может быть больше, чем число параметров, необходимых для задания равновесного состояния системы, то есть

$$k \cdot (n - 1) \leq 2 + n \cdot (k - 1).$$

Отсюда следует

$$n \leq k + 2. \quad (5.3)$$

Таким образом, в чистом веществе при $k = 1$ одновременно в равновесии могут находиться не более трех фаз, а в бинарном растворе не более четырех. Если же число фаз в системе меньше, чем $k + 2$, то величина

$$f = k + 2 - n, \quad (5.4)$$

определяет число независимых параметров, которые в некоторых пределах могут быть произвольно изменены без нарушения фазового состояния системы. Эта величина носит название *число термодинамических степеней свободы* системы, а выражения (5.3) и (5.4) называются *правилом фаз Гиббса*.

Для однофазного чистого вещества ($n = 1$) число термодинамических степеней свободы $f = 2$. Такими независимыми переменными могут являться, например, давление и температура. Если произвольно задать значения давления и температуры, то все другие свойства вещества (удельный объем, удельная энтальпия, удельная энтропия и так далее) будут определены однозначно. В то же время задаваемые значения давления и температуры могут варьироваться независимо друг от друга, а соответствующие им состояния вещества будут все так же относиться к однофазной области.

Если чистое вещество содержит две фазы, находящиеся в равновесии ($n = 2$), то число термодинамических степеней свободы $f = 1$ и независимой переменной может являться или давление, или температура. Заданная, например, температура однозначно определяет давление и другие термодинамические свойства каждой из фаз. Изменение ее вызовет и изменение всех этих величин.

Трехфазное состояние чистого вещества ($n = 3$) имеет нулевое число термодинамических степеней свободы. Тройная точка каждого вещества существует при строго определенных параметрах, и отклонение любого из них приводит к исчезновению одной из фаз, что может быть обнаружено. Это позволяет воспроизводить системы со строго одинаковыми значениями параметров (прежде всего температуры), что используется в метрологии для воспроизведения реперных точек температурной шкалы. Так, основной реперной точкой Международной температурной шкалы 1990 года (МТШ-90) является температура тройной точки воды, равная 273,16 К (0,01°C).

5.1.3. Уравнение Клапейрона-Клаузиуса

Условие фазового равновесия (5.2) позволяет получить и аналитическую зависимость между давлением и свойствами находящихся в равновесии фаз. Действительно, так как это условие справедливо для любой точки двухфазного состояния вещества, то при изменении его в пределах двухфазной области (рис. 5.10) изменения химических потенциалов фаз должны быть одинаковы, то есть, например, для парообразования

$$dg' = dg''$$

или

$$\left(\frac{\partial \phi'}{\partial p}\right)_T dp + \left(\frac{\partial \phi'}{\partial T}\right)_p dT = \left(\frac{\partial \phi''}{\partial p}\right)_T dp + \left(\frac{\partial \phi''}{\partial T}\right)_p dT.$$

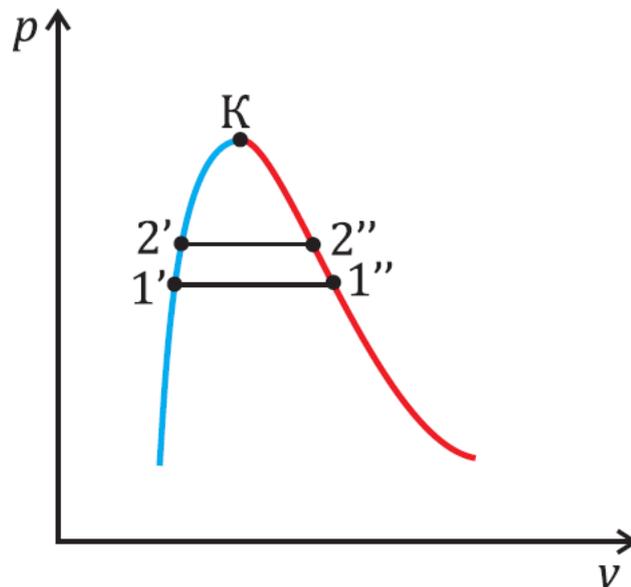


Рис. 5.10. Фазовая p, v -диаграмма жидкость-пар

Частные производные химического потенциала (удельной энергии Гиббса) определены уравнениями (4.12) и (4.13). С учетом этого

$$v' dp - s' dT = v'' dp - s'' dT.$$

Отсюда получим

$$\frac{dp}{dT} = \frac{s''-s'}{v''-v'} = \frac{r}{T \cdot (v''-v')}. \quad (5.5)$$

Это уравнение получено для процесса парообразования. Обобщая его, для любого фазового перехода можно записать

$$\frac{dp}{dT} = \frac{q_{\text{ф.п.}}}{T \cdot (v_2 - v_1)}, \quad (5.6)$$

где $q_{\text{ф.п.}}$ — теплота фазового перехода;

v_1, v_2 — удельные объемы исходной и получающейся фаз;

$\frac{dp}{dT}$ — производная по линии фазового равновесия, определяющая наклон этой линии в p, T -диаграмме и равная $\text{tg}(\alpha)$, (см. рис. 5.11).

Подчеркнем, что эта производная является полной, поскольку в двухфазной области давление и температура однозначно определяют друг друга и частные производные по любой изолинии одинаковы (рис. 5.12)

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_S = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_h = \frac{dp}{dT}.$$

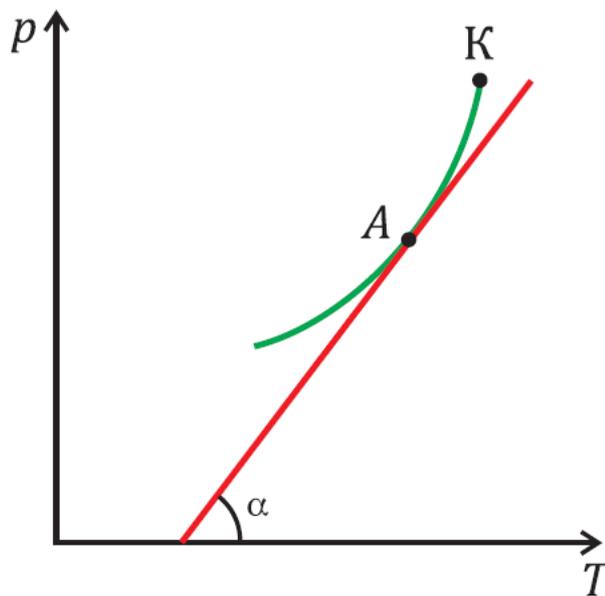


Рис. 5.11. Касательная к линии парообразования

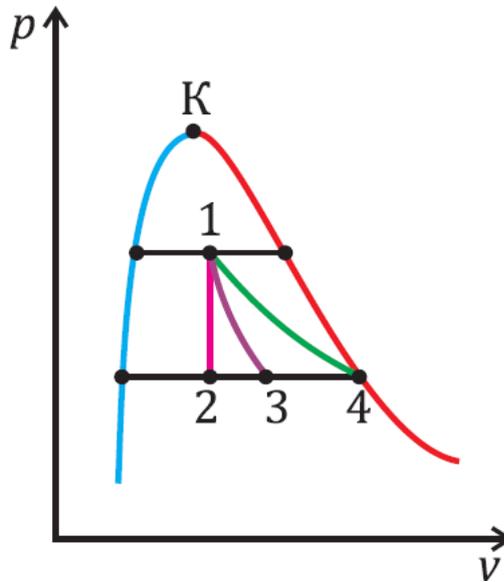


Рис. 5.12. Изолинии в двухфазной области

Уравнение (5.6) и его частный вид для процесса парообразования (5.5) носят название *уравнение Клапейрона-Клаузиуса*.

Уравнение Клапейрона-Клаузиуса, связывая различные термодинамические свойства вещества в состоянии фазового равновесия, является одним из немногочисленных строгих теоретических уравнений, которыми мы располагаем для анализа свойств реальных газов, и широко применяется при вычислениях термодинамических свойств веществ в области фазовых переходов. Воспользовавшись им, можно проанализировать ход кривых фазового равновесия в p, T -диаграмме.

При переходе вещества из жидкого состояния в пар теплота парообразования положительна и удельный объем всегда увеличивается, то есть

$$v_{\text{п}} - v_{\text{ж}} > 0.$$

Тогда из (5.5) следует, что

$$\frac{dp_s}{dT_s} > 0,$$

то есть давление насыщенного пара с ростом температуры для всех веществ возрастает и кривая насыщения всегда образует острый угол с осью температур (рис. 5.5 и 5.6). Аналогичная зависимость будет и для перехода вещества из твердой фазы в пар (газ), так как теплота сублимации положительна, а удельный объем газа всегда намного больше объема твердого тела, то есть

$$v_{\text{г}} - v_{\text{тв}} > 0,$$

и из (5.6) следует, что

$$\frac{dp}{dT} > 0,$$

(см. рис. 5.5 и 5.6).

Подобной однозначной зависимости не наблюдается для перехода из твердой фазы в жидкую. Теплота плавления здесь также положительна, но объем при плавлении у одних веществ увеличивается, а у других уменьшается. У большинства веществ удельный объем увеличивается и

$$v_{\text{ж}} - v_{\text{ТВ}} > 0.$$

Из уравнения (5.6) в этом случае следует

$$\frac{dp}{dT} > 0,$$

и для этих — *нормальных* — веществ линия плавления в p, T -диаграмме имеет острый угол с осью температур. У них температура плавления с ростом давления увеличивается. У некоторых же — *аномальных* — веществ (таких как вода, висмут и другие) удельный объем жидкости меньше удельного объема твердого тела, то есть

$$v_{\text{ж}} - v_{\text{ТВ}} < 0,$$

$$\frac{dp}{dT} < 0$$

и линия плавления располагается в p, T -диаграмме так, как показано на рис. 5.6. Температура плавления у таких веществ понижается с ростом давления.

Из сказанного выше следует простой способ определения характера зависимости температуры плавления от давления. Если твердое тело плавает в своем расплаве, то с ростом давления температура плавления его будет понижаться, а если тонет — повышаться.

Таблица 5.1. Линии фазовых переходов

Линия фазового перехода	$q_{\text{ф.п.}}$	v_1, v_2	$\frac{dp}{dT}$
Линия насыщения	$q_{\text{ф.п.}} = r > 0$	$v_n > v_{\text{ж}}$	$\frac{dp}{dT} > 0$
Линия сублимации	$q_{\text{ф.п.}} = \delta > 0$	$v_n > v_{\text{ТВ}}$	$\frac{dp}{dT} > 0$
Линия плавления	$q_{\text{ф.п.}} = \lambda > 0$	$v_{\text{ж}} > v_{\text{ТВ}}$	$\frac{dp}{dT} > 0$
Линия плавления	$q_{\text{ф.п.}} = \lambda > 0$	$v_{\text{ж}} < v_{\text{ТВ}}$	$\frac{dp}{dT} < 0$

5.1.4. Уравнение линии насыщения

Уравнение Клапейрона-Клаузиуса (5.5) позволяет установить примерный аналитический вид уравнения линии насыщения. В области низких давлений и, соответственно, низких температур удельный объем насыщенного пара v'' намного (на порядки) превышает удельный объем жидкости v' , и этой величиной в уравнении можно пренебречь. В то же время насыщенный пар в первом приближении можно рассматривать как идеальный газ и удельный объем его представить как

$$v'' = \frac{R \cdot T}{p_s}$$

В этой же области теплота парообразования r мало изменяется с изменением температуры (рис. 5.3), и ее можно принять постоянной величиной.

Учитывая все эти обстоятельства, из уравнения (5.5) получим

$$\frac{dp_s}{dT} = \frac{r \cdot p}{R \cdot T^2},$$

или

$$\frac{d \ln p_s}{dT} = \frac{r}{R \cdot T^2},$$

и после интегрирования

$$\ln(p_s) = -\frac{r}{R \cdot T} + \text{const},$$

окончательно

$$\ln(p_s) = A - \frac{B}{T}. \quad (5.7)$$

Уравнение (5.7) чаще всего используется как эмпирическое уравнение, в котором константы A и B определены по немногочисленным опытным величинам. Экспериментальные исследования показали, что линейный характер зависимости величины $\ln p_s$ от $1/T$ наблюдается у многих веществ (рис. 5.13).

Немного более усложненный вид уравнения (5.7)

$$\ln(p_s) = A - \frac{B}{(T+C)}, \quad (5.8)$$

под названием *уравнение Антуана* нашел широкое применение для описания давлений насыщения различных веществ.

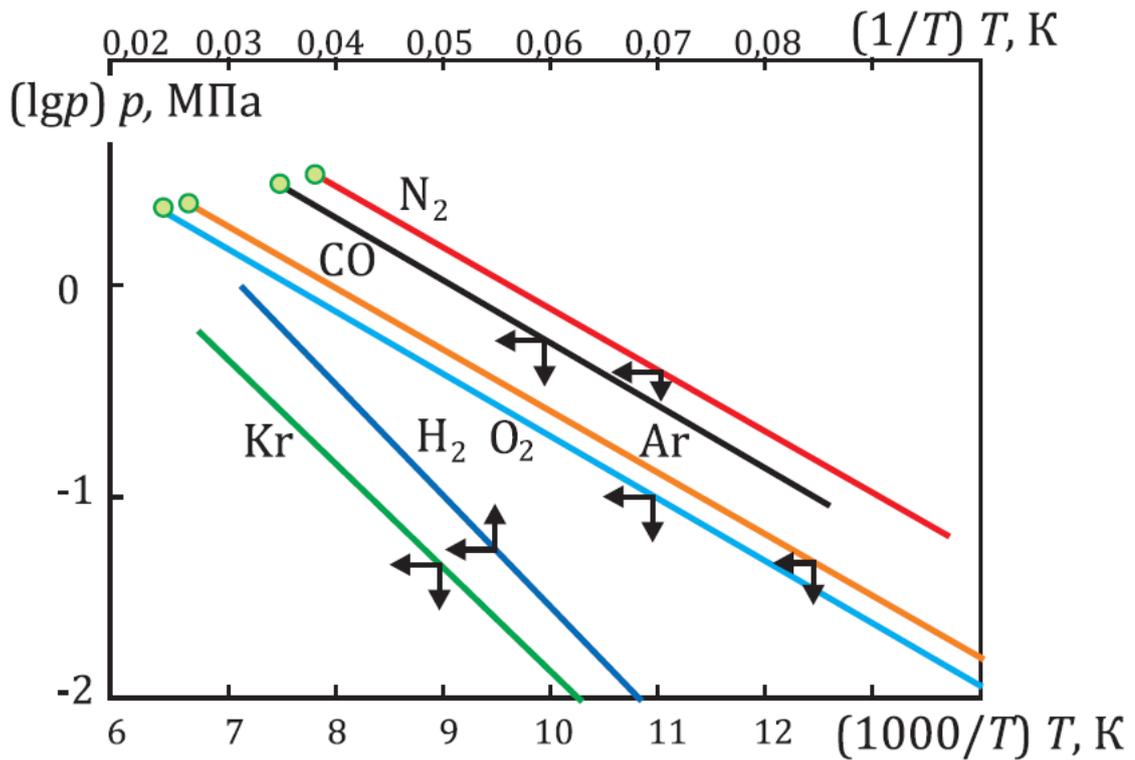


Рис. 5.13. Линии насыщения различных веществ

Пример 5.1

Определить давление насыщения и теплоту парообразования фреона R134a ($C_2H_2F_4$) при температуре 220 К. Кривая насыщения фреона R134a представлена уравнением Антуана (5.8), в котором $A = 14,60524$; $B = 2201$ К; $C = -26,54$ К. Рассчитать отклонения (в процентах) полученных результатов от табличных значений: $p_{s,табл} = 24,4$ кПа и $r_{табл} = 234$ кДж/кг.

Решение

Давление насыщения фреона рассчитаем по уравнению (5.8)

$$\ln p_s = A - \frac{B}{T+C} = 14,6052 - \frac{2201}{22-26,54} = 3,224 \text{ и } p_s = 25,2 \text{ кПа.}$$

Теплоту парообразования определим по уравнению Клапейрона-Клаузиуса (5.5)

$$r = T \cdot (v'' - v') \cdot \frac{dp_s}{dT},$$

в котором пренебрежем удельным объемом жидкости, удельный объем пара представим как удельный объем идеального газа

$$v'' = \frac{R \cdot T}{p_s},$$

а производную давления насыщения выразим из уравнения Антуана

$$\frac{dp_s}{dT} = \frac{d}{dT} \exp \left[A - \frac{B}{T+C} \right] = \frac{p_s \cdot B}{(T+C)^2}.$$

Подставив эти выражения в уравнение Клапейрона-Клаузиуса, получим

$$r = \frac{R \cdot B}{\left(1 + \frac{C}{T}\right)^2} = \frac{\frac{8,314}{102} \cdot 2201}{\left(1 - \frac{26,54}{220}\right)^2} = 232 \text{ кДж/кг.}$$

Относительные отклонения рассчитанных значений свойств от табличных составляют: для давления насыщения

$$\delta p_s = \frac{p_s - p_{\text{табл}}}{p_{\text{табл}}} = \frac{25,2 - 24,4}{24,4} \cdot 100 = 3 \%,$$

для теплоты парообразования

$$\delta r = \frac{r - r_{\text{табл}}}{r_{\text{табл}}} = \frac{232 - 234}{234} \cdot 100 = -0,8 \%.$$

5.2. Термодинамические свойства реальных газов в однофазной области

Реальный газ состоит из молекул, имеющих определенные размеры и взаимодействующих между собой и на расстоянии, причем характер зависимости этого взаимодействия от плотности газа весьма сложен.

Кроме того, в реальных газах существуют комплексы (ассоциаты), содержащие несколько молекул, образование и распад которых сложно зависит от плотности и температуры, сопровождаемые изменениями внутренней энергии и плотности вещества. Это обуславливает сложный характер изменений свойств реального газа в зависимости от параметров состояния.

Отличие термических свойств реального газа от идеального характеризуется *коэффициентом сжимаемости*

$$z = \frac{p \cdot v}{R \cdot T}.$$

Общий вид изменения его в зависимости от давления и температуры, типичный для всех веществ, представлен на рис. 5.14. Для общности представления здесь использованы *приведенные параметры*:

– *приведенное давление*

$$\pi = \frac{p}{p_K};$$

– *приведенная температура*

$$\tau = \frac{T}{T_K};$$

– *приведенный удельный объем*

$$v_r = \frac{p_K \cdot v}{R \cdot T_K};$$

а p_K, T_K — критические давление и температура. Более подробно область газа (пара) показана на рис. 5.15.

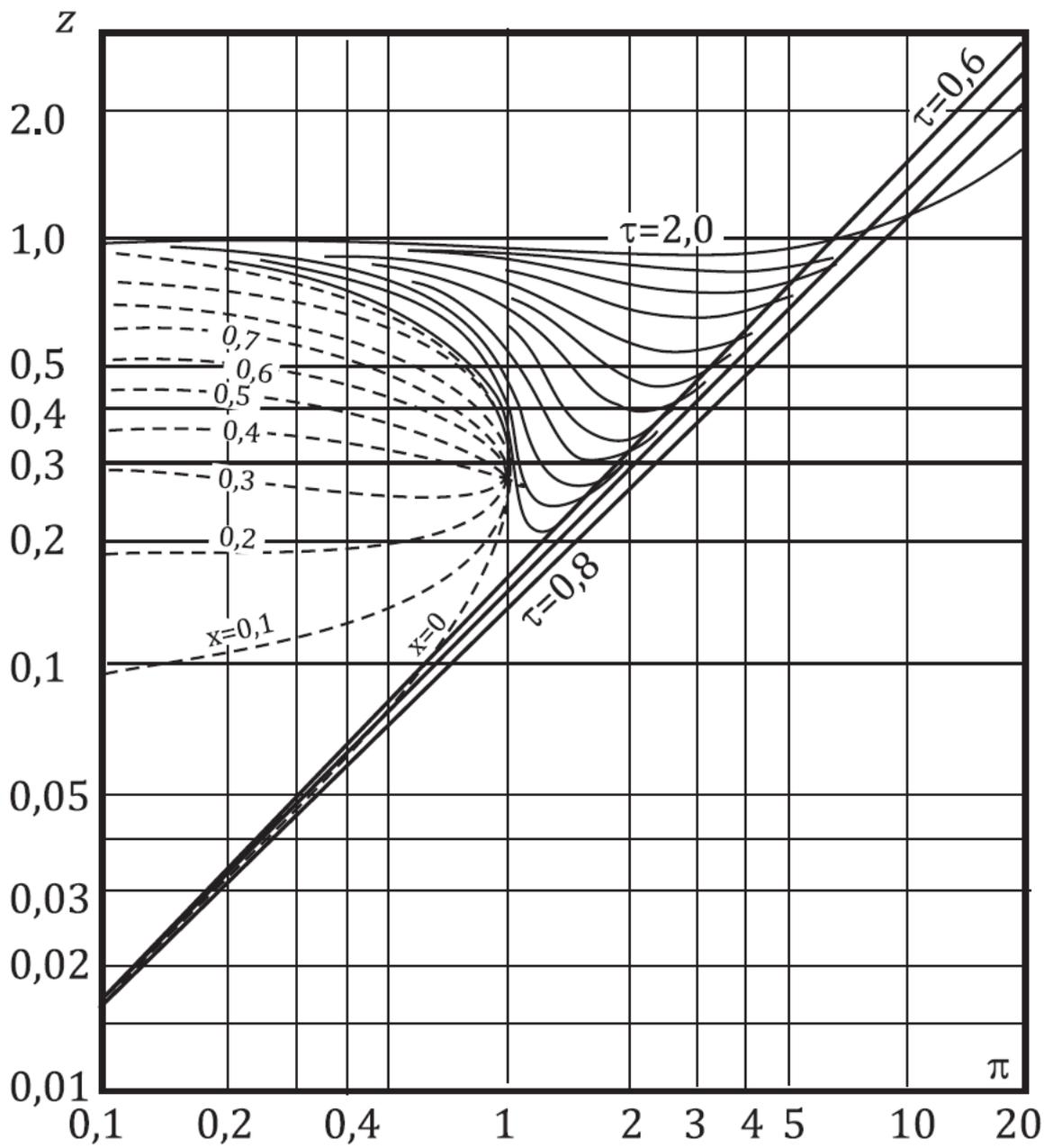


Рис. 5.14. z, π -диаграмма реального газа

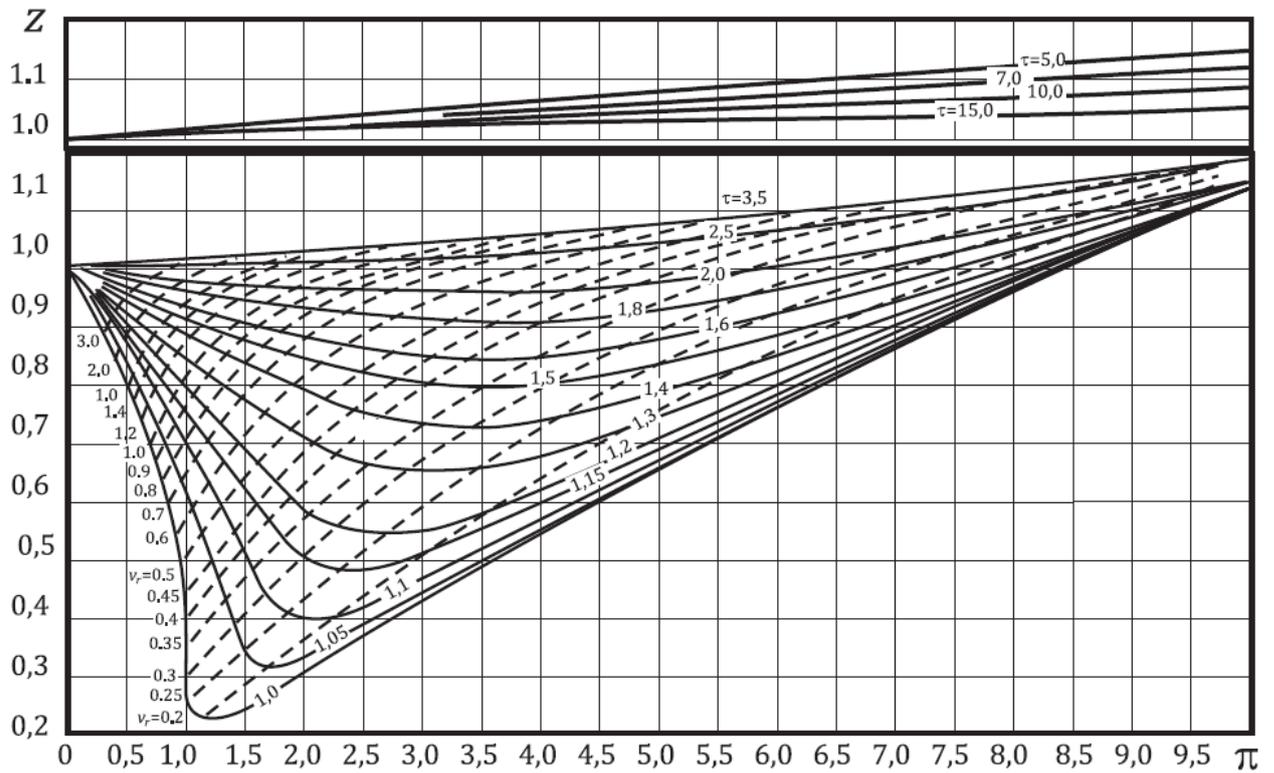


Рис. 5.15. z, π -диаграмма для области $\tau > 1$

Поскольку для идеального газа при любых параметрах

$$z = 1,$$

эти графики наглядно представляют отличие удельного объема (плотности) реального и идеального газов при одинаковых параметрах. Видно, что это различие не монотонно изменяется при изменении параметров и плотность реального газа может быть и больше, и меньше, чем плотность идеального. В области газа изотермы имеют минимумы. Эти точки, где

$$\left(\frac{\partial z}{\partial p}\right)_T = 0$$

называются *точками Бойля*, а линия, их объединяющая, — *линией Бойля*. Вид ее показан на рис. 15.16. Температура, при которой эта линия приходит в точку

$$\pi = 0; z = 1,$$

называется *температурой Бойля* T_B . опыты показывают, что примерно

$$\tau_B = \frac{T_B}{T_K} \approx 2,75.$$

Температура T_B характерна тем, что при температурах выше нее плотность реального газа всегда меньше плотности идеального.

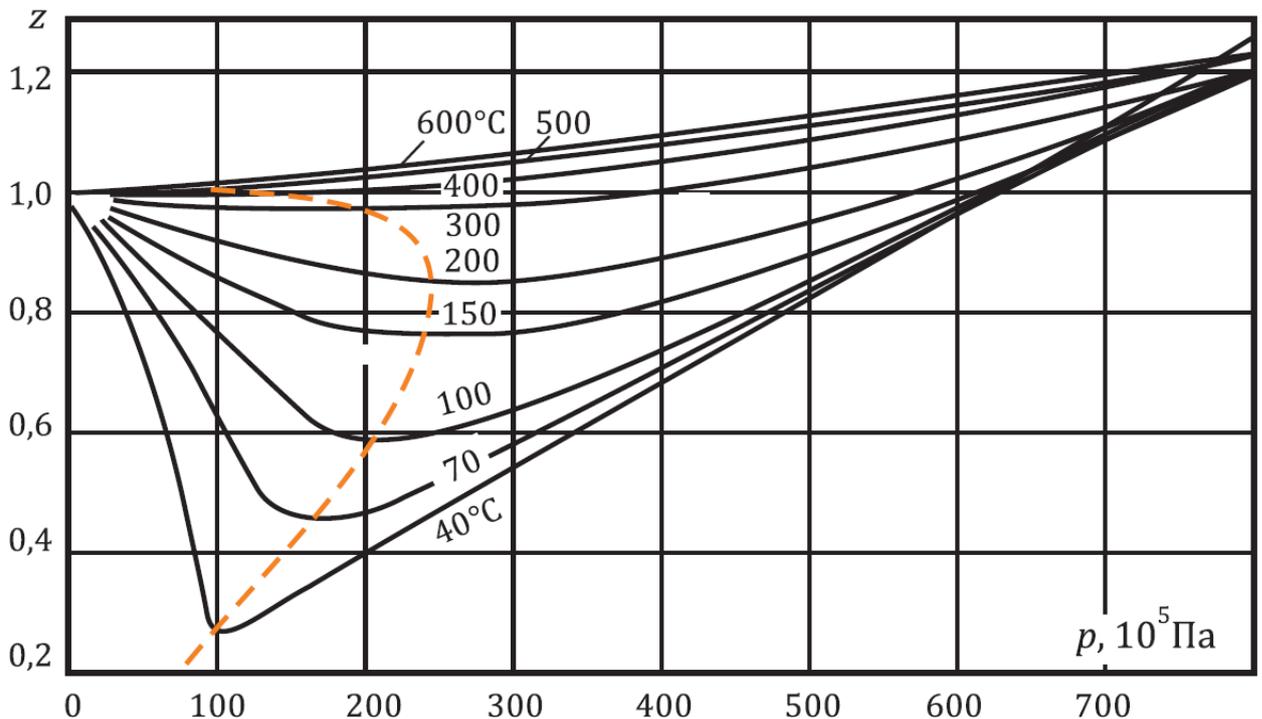


Рис. 5.16. Линия Бойля в z, p -диаграмме для углекислого газа CO_2

Изменение калорических свойств реальных газов при изменении термических параметров вещества также имеет сложный характер. Энтальпия реальных газов, как и идеальных, всегда возрастает при увеличении их температуры, как это хорошо видно на рис. 5.17 и 5.18 на примере водяного пара. Изменение же энтальпии с изменением давления (или плотности) связано дифференциальным соотношением (4.26)

$$\Delta h = \int \left[v - T \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \right] \cdot dp. \quad (5.9)$$

В жидкости при низкой температуре, где значения удельного объема и его термического расширения малы, изменения энтальпии жидкости очень малы. Так, например, у воды при температуре 20°C при увеличении давления от 0,1 до 20 МПа энтальпия увеличивается на 18,6 кДж/кг. С увеличением температуры жидкости изменение ее энтальпии с ростом давления уменьшается, и при температурах, близких к критической, рост энтальпии сменяется ее уменьшением, проходящим через минимум при очень высоких давлениях (рис. 5.17).

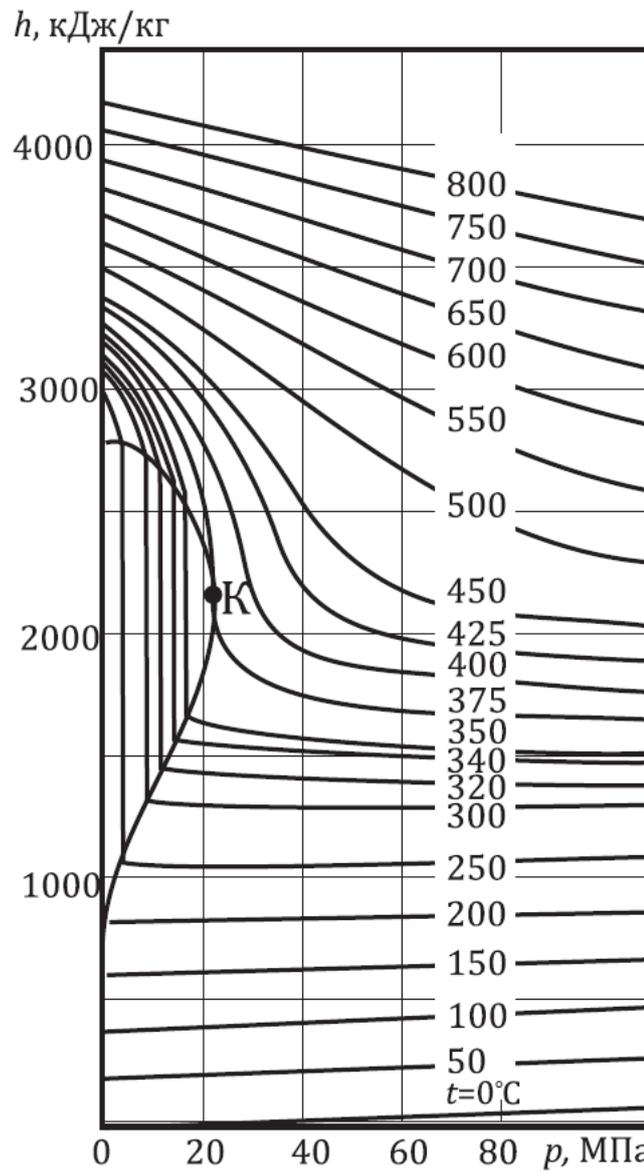


Рис. 5.17. Зависимость энтальпии водяного пара от давления

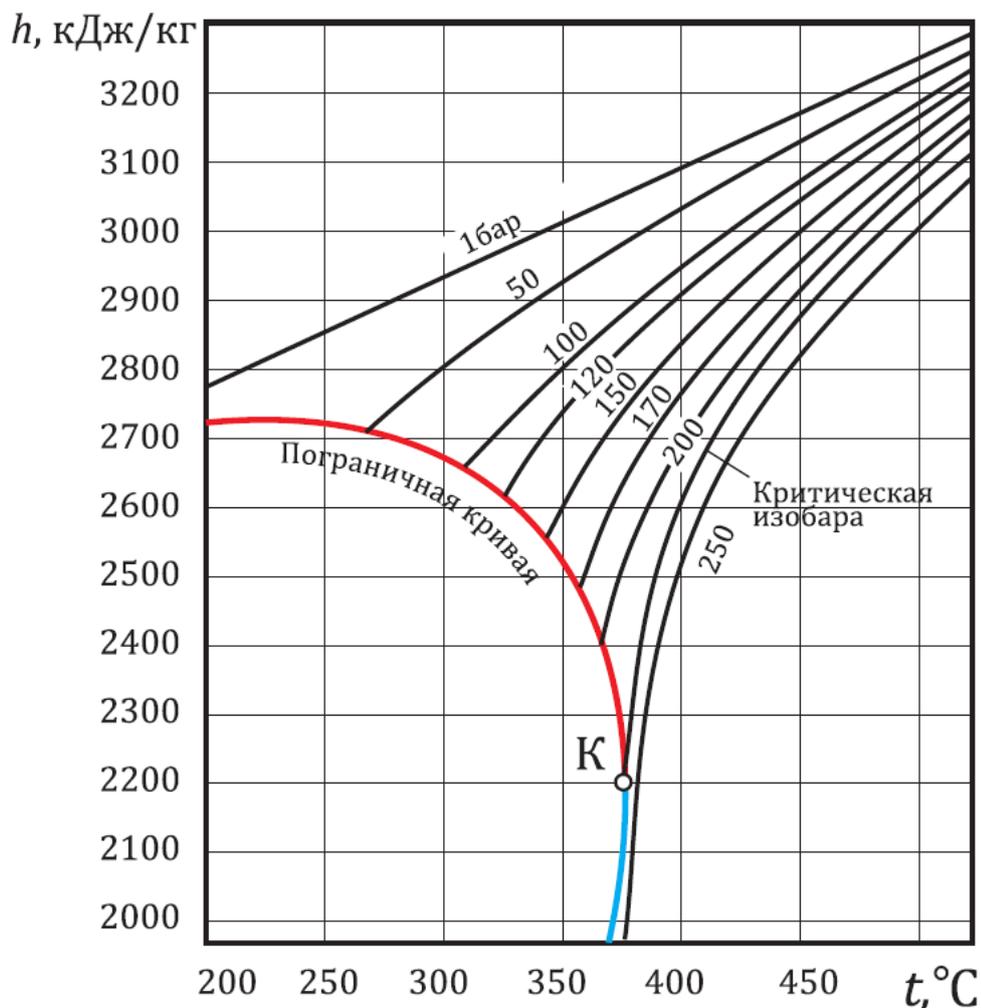


Рис. 5.18. h, t -диаграмма для водяного пара

У пара энтальпия его с увеличением давления снижается. При температурах ниже критической, достигнув давления насыщения, пар конденсируется, отдавая теплоту фазового перехода — теплоту парообразования, о чем свидетельствуют вертикальные участки изотерм между пограничными кривыми на рис. 5.17. При температурах же выше критической уменьшение энтальпии с ростом давления проходит без разрывов до тех пор, пока она не достигнет минимума при очень высоких давлениях, откуда начнет расти (по ним проходит *кривая инверсии*, о которой будет рассказано в гл. 9).

Еще более сложной является зависимость изобарной теплоемкости от параметров (рис. 5.19). Во всей двухфазной области, где изобара совпадает с изотермой, изобарная теплоемкость является бесконечно большой величиной, что следует из ее определения (1.39)

$$c_p = \left(\frac{\partial q}{\partial T} \right)_p = \infty.$$

Поэтому на изобаре докритического давления с увеличением температуры изобарная теплоемкость растет, пока не достигает пограничной кривой жидкости, а здесь скачком становится бесконечной. При критическом же давлении при увеличении температуры изобарная теплоемкость плавно

возрастает до бесконечно большой величины. Пройдя весь процесс парообразования при докритическом давлении на пограничной кривой пара изобарная теплоемкость снова скачком принимает некоторое значение и при дальнейшем увеличении температуры вначале резко, а затем плавно уменьшается.

При сверхкритическом давлении при увеличении температуры изобарная теплоемкость разрывного характера изменения значений не имеет, но в околокритической области имеет явно выраженный пикообразный вид, причем, чем ближе давление к критическому, тем больше значение ее в максимуме.

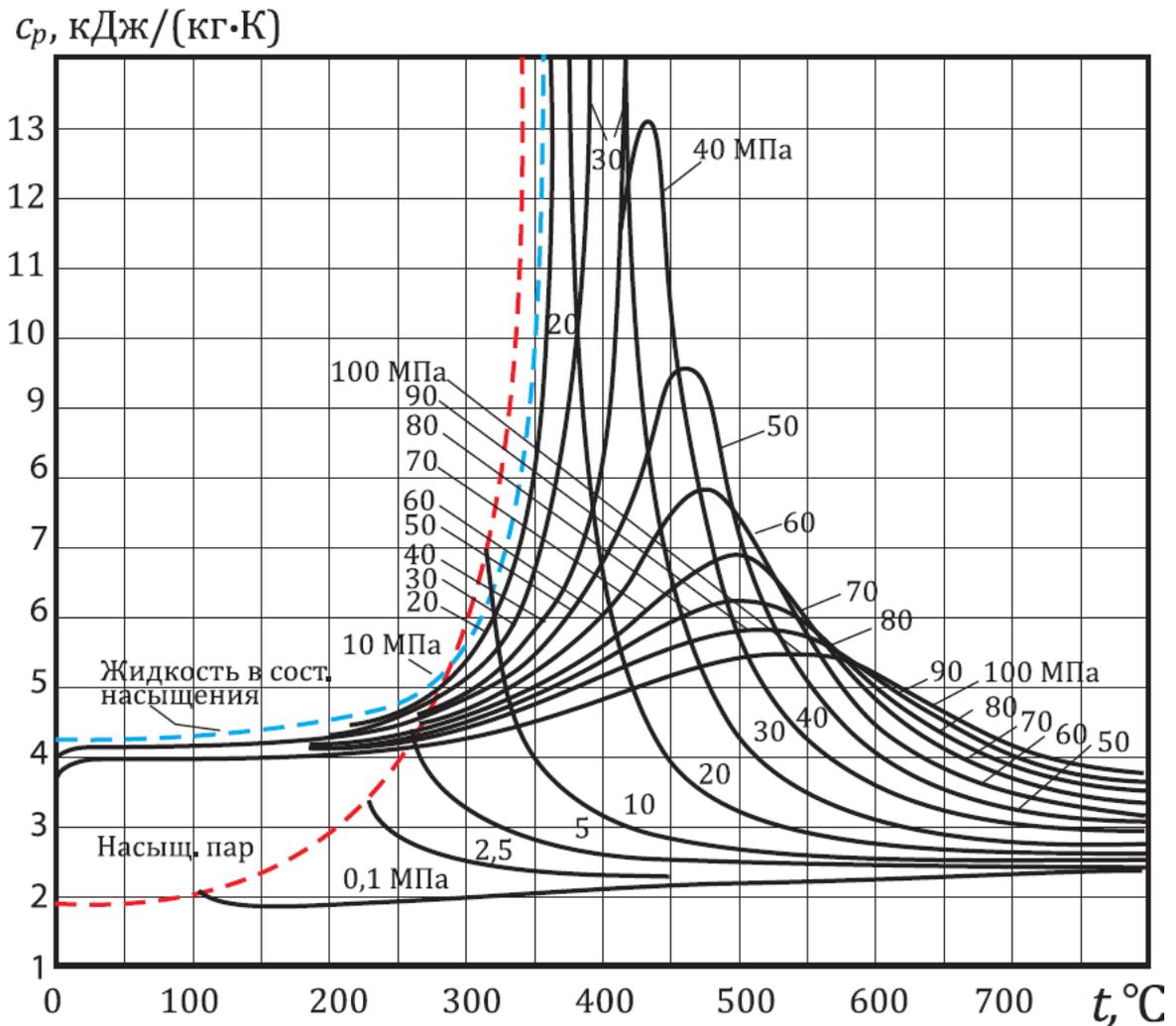


Рис. 5.19. c_p , t -диаграмма для водяного пара

Изохорная теплоемкость тоже изменяется очень сложно. Она также претерпевает скачки на пограничных линиях, но имеет конечное значение в двухфазной области. До сих пор неясно, конечно ее значение в критической точке или нет. В любом случае на примере углекислого газа CO_2 , у которого $T_K = 304,19 \text{ K}$, на рис. 5.20 показано, что на близких к критической изотермах при близкой к критической плотности имеются очень большие максимумы изохорной теплоемкости.

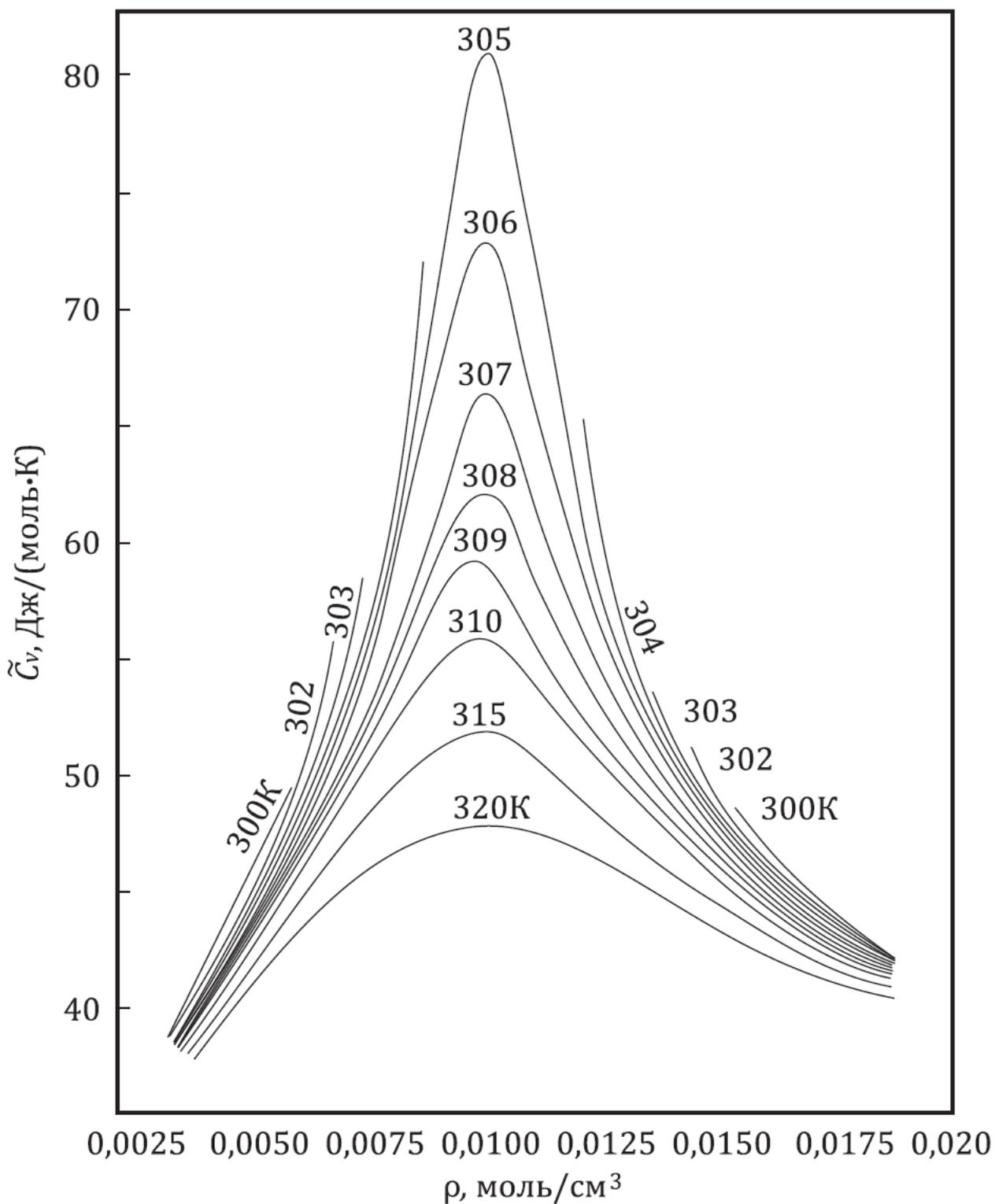


Рис. 5.20. c_v , ρ -диаграмма углекислого газа CO_2 вблизи критической точки

5.3. Термодинамические свойства воды и водяного пара

Вода является веществом, играющим особую роль в жизни людей. В то же время вода и водяной пар являются основными рабочими телами и теплоносителями в теплотехнических установках, поэтому следует более подробно рассмотреть их свойства.

Жидкая вода существует, начиная от параметров тройной точки, где одновременно в равновесии сосуществуют жидкость, твердое тело (лед) и пар. Здесь: температура $t_T = 0,01$ °С, давление $p_T = 611,657$ Па, удельный объем жидкости $v'_T = 0,0010002$ м³/кг. Тройная точка воды принята также основной реперной точкой МТШ-90, так как это состояние может быть воспроизведено в любой точке мира с очень малой погрешностью. В тройной точке международным соглашением установлено начало отсчета калорических свойств воды и водяного пара: внутренняя энергия жидкости

$$u'_T = 0,$$

энтропия жидкости

$$s'_T = 0.$$

Значение энтальпии здесь составляет по (1.16)

$$h'_T = u'_T + p_T \cdot v'_T = 0 + 611,7 \cdot 0,0010002 = 0,6117 \text{ Дж.}$$

Ввиду малости, в расчетах эту величину принимают чаще всего равной нулю.

Критическая точка воды имеет следующие параметры:

- критическая температура 647,096 К (373,946°С);
- критическое давление 22,064 МПа;
- критический удельный объем 0,003106 м³/кг.

Твердое тело, с которым контактирует вода при нормальных параметрах, (Лёд I), является аномальным. Его точки плавления при повышении давления смещаются в сторону более низкой температуры (рис. 5.21). При давлении 210 МПа и температуре -22°С существует другая тройная точка Лёд I — Лёд III — вода. Ниже температуры -22°С жидкой стабильной воды не существует. Параметры тройных точек, включающих жидкую воду указаны в табл. 5.2. У воды в твердом состоянии есть еще несколько фаз. Все они, кроме Льда I, нормальные (рис. 5.22).

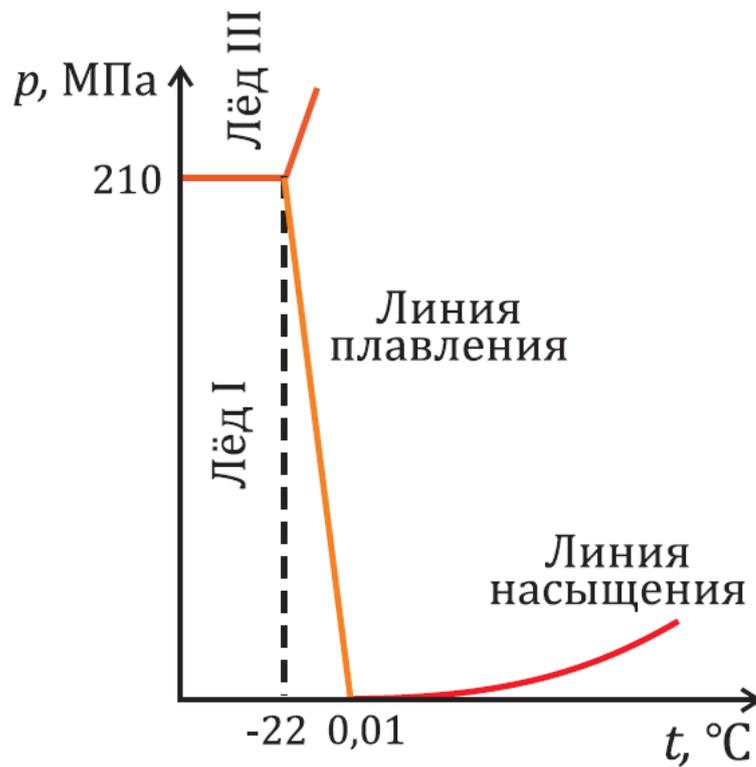


Рис. 5.21. Фазовая p, T -диаграмма для воды

Таблица 5.2. Параметры тройных точек, включающих жидкую воду

Лёд I — вода — пар	273,16 К	611,7 МПа
Лёд I — лёд III — вода	251,165 К	209,9 МПа
Лёд III — лёд V — вода	256,164 К	350,1 МПа
Лёд V — лёд VI — вода	273,31 К	632,4 МПа
Лёд VI — лёд VII — вода	355 К	2216 МПа

Тройная точка, содержащая все три фазы — твердую (лёд I), жидкую и паровую, называется главной тройной точкой.

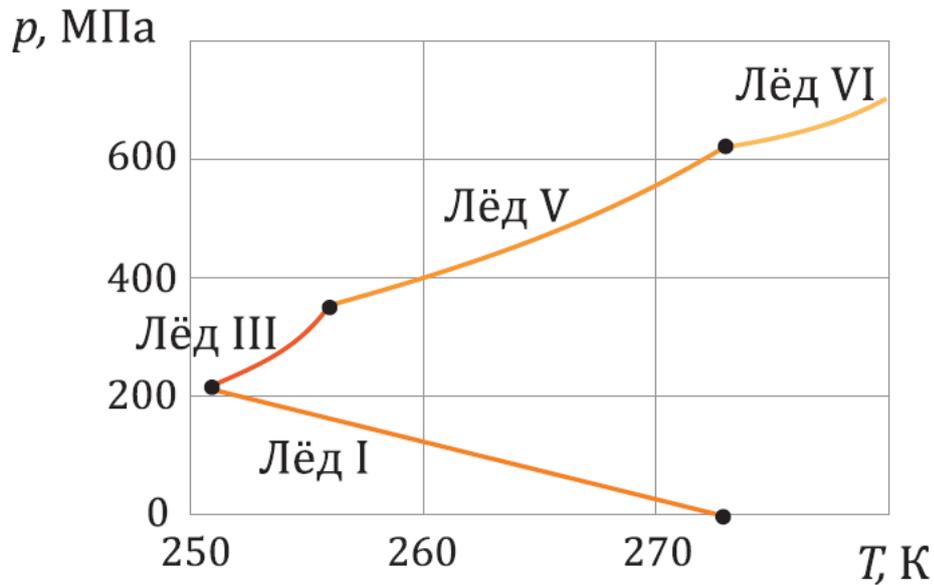


Рис. 5.22. Линии затвердевания воды

При нормальном атмосферном давлении (0,101325 МПа) вода при снижении температуры вначале сжимается (уменьшает удельный объем), а достигнув минимума его (максимума плотности) при температуре

$$t = 3,98^{\circ}\text{C}$$

при дальнейшем охлаждении расширяется (рис. 5.23) до тех пор, пока при температуре

$$t = 0^{\circ}\text{C}$$

не превратится в лед. При этом лед будет плавать на поверхности воды, так как имеет меньшую плотность, чем вода. При повышении давления точка максимума плотности смещается в сторону меньших температур (рис. 5.23 и 5.24) и при давлении 28,35 МПа и температуре $t = -2,2^{\circ}\text{C}$ сливается с линией плавления. При давлении выше 28,35 МПа аномалии плотности воды не существует. Аномальное поведение линии плавления существует до давления 210 МПа, чем и объясняется смещение температуры плавления в сторону меньших температур. Действительно, в разделе 5.2 при рассмотрении уравнения Клапейрона-Клаузиуса (5.6) было показано, что при положительной теплоте плавления

$$q_{\text{ф.п.}} = \lambda > 0$$

и

$$v_{\text{ж}} < v_{\text{ТВ}},$$

производная по линии плавления в p, T -диаграмме отрицательна, то есть

$$\frac{dp}{dT} < 0,$$

что и наблюдается у воды.

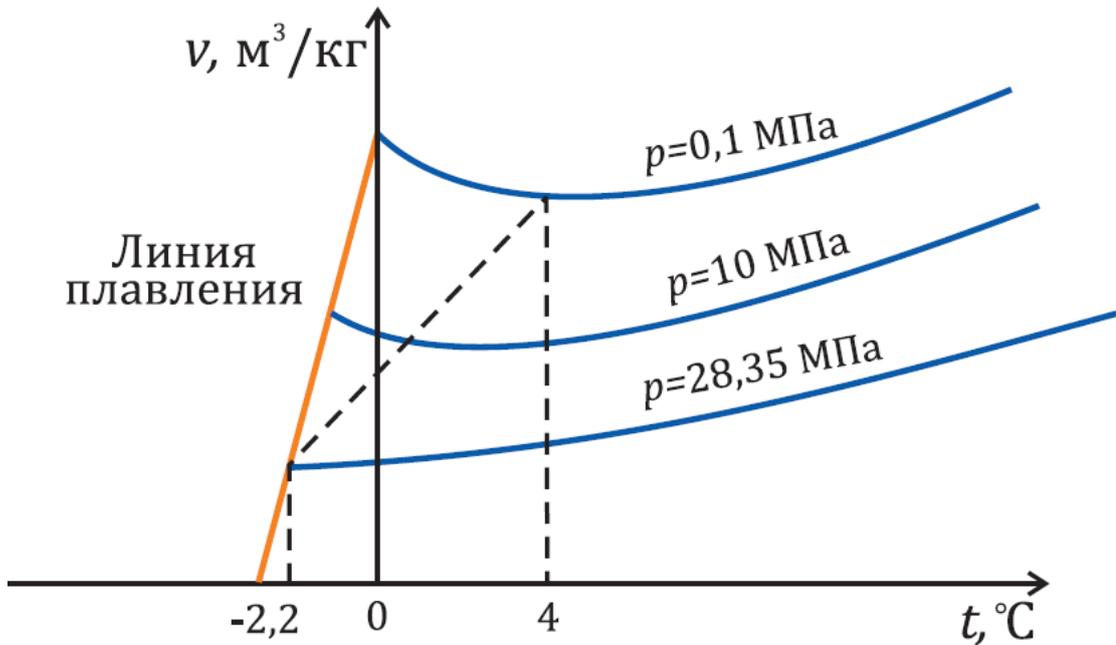


Рис. 5.23. v, t -диаграмма для области аномалии плотности воды

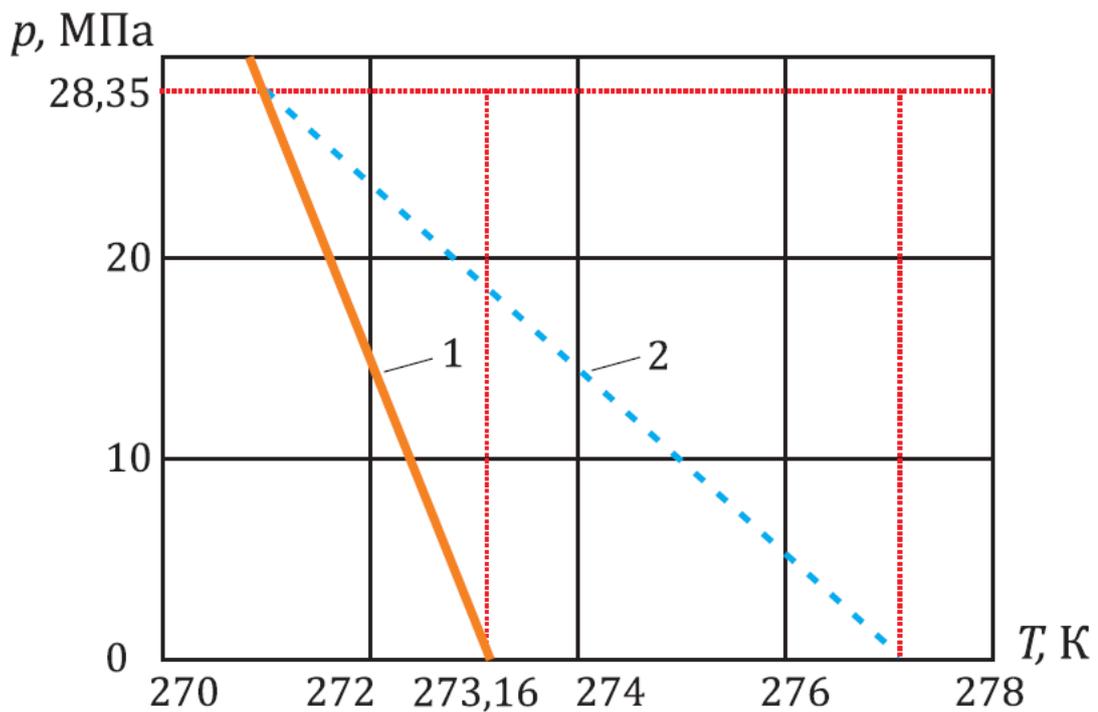


Рис. 5.24. Линия максимальной плотности воды (2) и линия плавления льда I (1)

Все эти особенности свойств воды играют большую роль в создании условий проживания людей на Земле. Так, охлаждаясь и становясь более плотной, вода опускается на дно рек и природных водоемов и сохраняется там при температуре, близкой к температуре максимума плотности, не давая рекам полностью промерзнуть. Лед, в свою очередь, располагаясь на поверхности воды, предотвращает ее интенсивный теплообмен с холодными массами воздуха и обуславливает охлаждение только через изоляционный слой. Все это

обеспечивает гораздо более быстрое прогревание рек и водоемов весной и смягчает климат. В то же время при «нормальном» виде линии плавления горные ледники становились бы под давлением собственного веса более устойчивыми при более высоких температурах и за многие столетия большая часть воды могла бы сохраняться не в виде водоемов, а в виде огромнейших горных ледников. Сейчас же под действием собственного веса они тают.

Изобарная теплоемкость воды при атмосферном давлении — 4,185 кДж/(кг·К) при 20°C, при повышении температуры понижается и, пройдя неглубокий минимум при температуре $t = 34^\circ\text{C}$, далее увеличивается вплоть до пограничной линии. Вода — малосжимаемая жидкость, изохоры ее в p, T -диаграмме очень близки к прямым линиям (рис. 5.25), и термическое расширение воды невелико. Поэтому при увеличении давления, согласно дифференциальному уравнению (4.28)

$$\left(\frac{\partial c_p}{\partial p}\right)_T = -T \cdot \left(\frac{\partial^2 v}{\partial T^2}\right)_p,$$

изобарная теплоемкость незначительно уменьшается. На всех докритических изобарах вплоть до критической, уходящей в бесконечность, повторяется температурная зависимость, характерная для атмосферного давления (рис. 5.26). Пикообразный характер зависимости изобарной теплоемкости наблюдается и на изотермах.

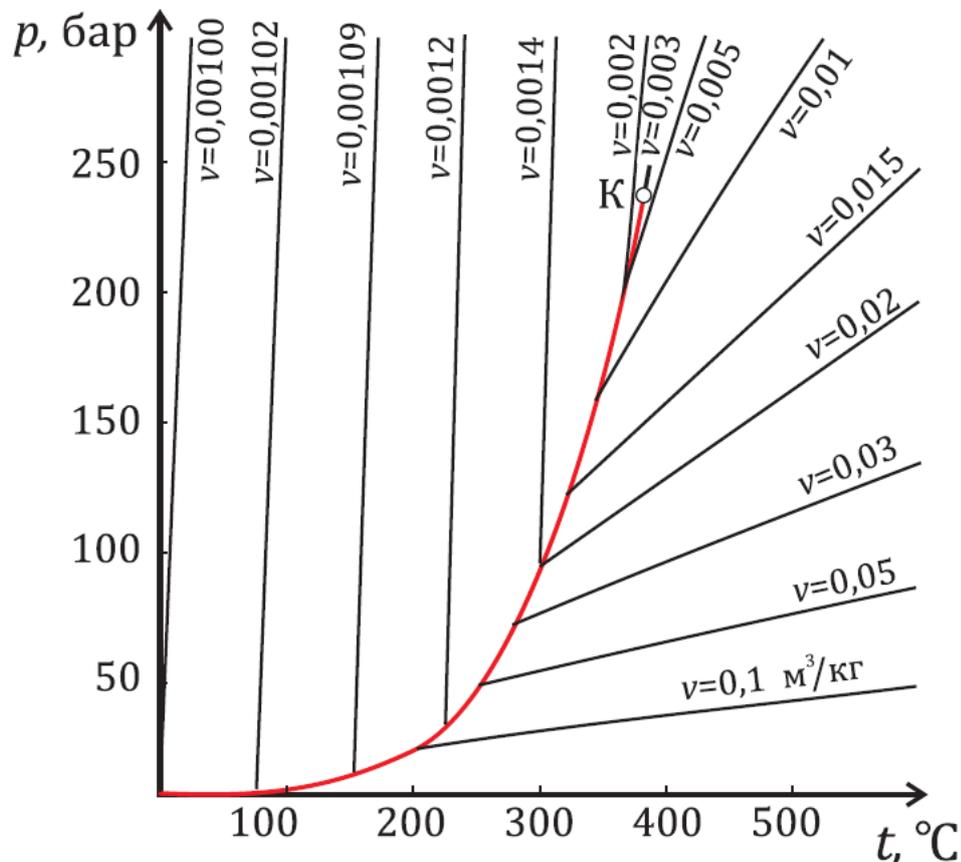


Рис. 5.25. Изохоры для воды и водяного пара в p, t -диаграмме

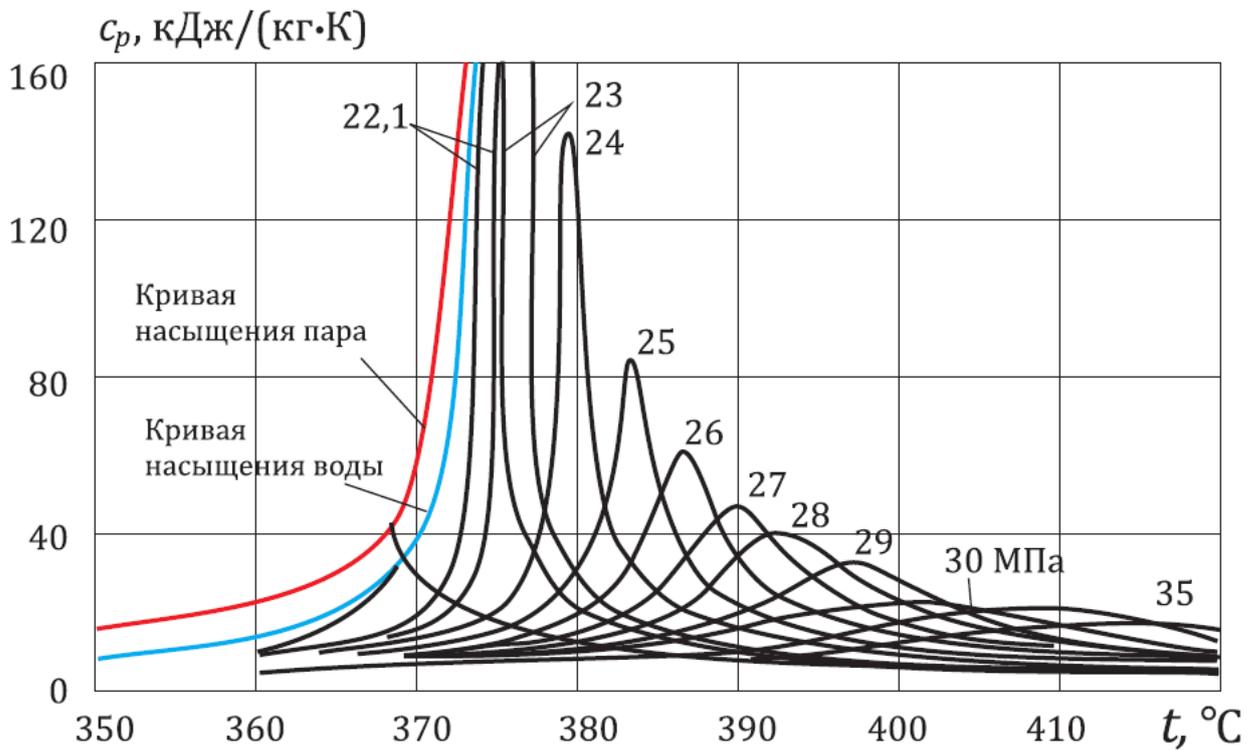


Рис. 5.26. Изобарная теплоемкость воды в закритической области

При применении в промышленности используется вода, находящаяся в различных фазах и состояниях. Для их качественного отличия применяют термины, приведенные на рис. 5.27. Так двухфазную смесь кипящей воды и сухого насыщенного пара, находящихся в состоянии насыщения, называют *влажным паром*. Согласно правилу фаз Гиббса двухфазная система обладает одной степенью свободы и для задания ее состояния достаточно одного параметра — температуры или давления.

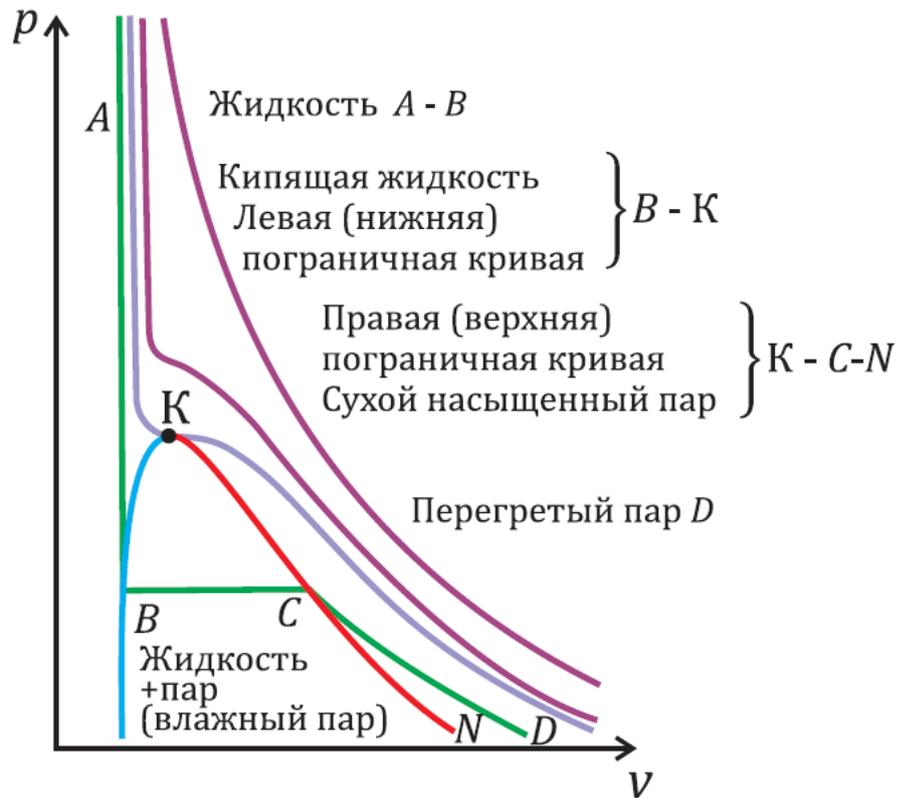


Рис. 5.27. p, v -диаграмма

Этим будут определены все термодинамические свойства компонентов. Свойства же влажного пара необходимо рассчитывать. Для этого вводится понятие *степени сухости влажного пара*. Под ней понимается массовая доля сухого насыщенного пара во влажном паре

$$x = \frac{m''}{m' + m''} \quad (5.10)$$

Значения нее могут, очевидно (рис. 5.28), изменяться от 0 (кипящая жидкость) до 1 (сухой насыщенный пар). Величина

$$y = 1 - x$$

называется *влажностью пара*.

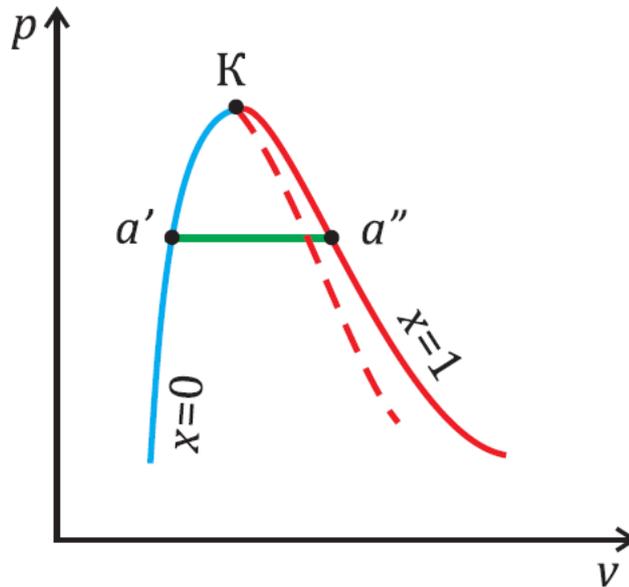


Рис. 5.28. Жидкость и пар в состоянии равновесия

С помощью степени сухости все свойства влажного пара рассчитываются по правилу аддитивности. Из этих же выражений она, чаще всего, и вычисляются

– удельный объем:

$$v_x = (1 - x) \cdot v' + x \cdot v'', \quad x = \frac{v_x - v'}{v'' - v'}, \quad (5.11)$$

– удельная внутренняя энергия:

$$u_x = (1 - x) \cdot u' + x \cdot u'', \quad x = \frac{u_x - u'}{u'' - u'}, \quad (5.12)$$

– удельная энтальпия:

$$h_x = (1 - x) \cdot h' + x \cdot h'', \quad x = \frac{h_x - h'}{h'' - h'}, \quad (5.13)$$

– удельная энтропия:

$$s_x = (1 - x) \cdot s' + x \cdot s'', \quad x = \frac{s_x - s'}{s'' - s'}. \quad (5.14)$$

В расчетах с влажным паром может также использоваться и его теплота парообразования, равная

$$r = h'' - h' = (u'' - u') + p \cdot (v'' - v'). \quad (5.15)$$

Пример 5.2

В барабане парового котла находится $m_x = 3$ т влажного пара при давлении 8 МПа. Объем барабана $V = 6$ м³. Определить температуру и

степень сухости пара, количество сухого насыщенного пара и занимаемый им объем барабана.

Решение

Возьмем в [3, табл. II] значение температуры насыщения $t_n = 295,0^\circ\text{C}$ и значения удельного объема кипящей воды $v' = 0,0013847 \text{ м}^3/\text{кг}$ и сухого насыщенного пара $v'' = 0,023528 \text{ м}^3/\text{кг}$. Определив значение удельного объема влажного пара в барабане $v_x = \frac{6}{300} = 0,002 \text{ м}^3/\text{кг}$, найдем его степень сухости по (5.11)

$$x = \frac{v_x - v'}{v'' - v'} = \frac{0,002 - 0,0013847}{0,023528 - 0,0013847} = 0,0278.$$

Далее рассчитаем массу сухого насыщенного пара

$$m'' = x \cdot m_x = 0,0278 \cdot 3000 = 83,4 \text{ кг}$$

и занимаемый им объем

$$V'' = m'' \cdot v'' = 83,4 \cdot 0,023528 = 1,96 \text{ м}^3.$$

Ответ: $t = 295,0^\circ\text{C}$; $x = 0,0278$; $m'' = 83,4 \text{ кг}$; $V'' = 1,96 \text{ м}^3$.

При анализе процессов и циклов водяного пара широко применяются энтропийные T, s - и h, s -диаграммы. Отличительной чертой T, s -диаграммы водяного пара от диаграммы идеального газа является присутствие в ней пограничных линий, исходящих из тройной точки и выделяющих в диаграмме область влажного пара (рис. 5.29). В этой диаграмме изобары докритического давления в двухфазной области имеют горизонтальный участок, так как процесс парообразования происходит при постоянном давлении и неизменной температуре. Критическая же изобара имеет точку перегиба в критической точке, так как на изобаре, за исключением критической точки

$$\left(\frac{dT}{ds}\right)_p > 0,$$

а в критической точке

$$ds \neq 0,$$

$$dT = 0,$$

и

$$\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_p = 0.$$

В области жидкости изменение энтропии с давлением, равное согласно уравнению (4.19)

$$\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$$

очень мало, так как термическое расширение воды невелико, и изобары в этой диаграмме очень близки к левой пограничной кривой. Поэтому T, s -диаграмму

иногда изображают так, что докритические изобары совпадают с левой пограничной кривой. В области влажного пара можно нанести линии постоянной степени сухости, поделив каждую изобару на пропорциональные части (рис. 5.30).

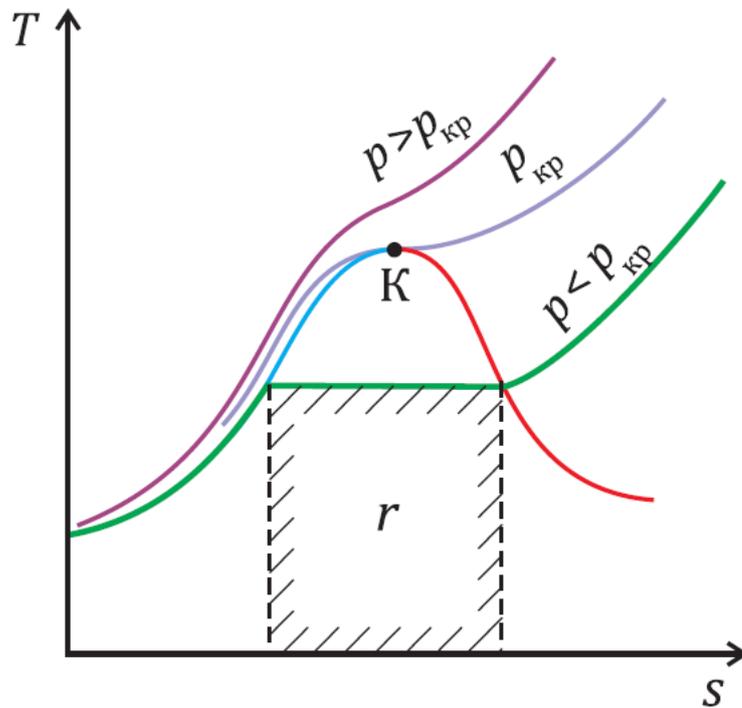


Рис. 5.29. T, s -диаграмма

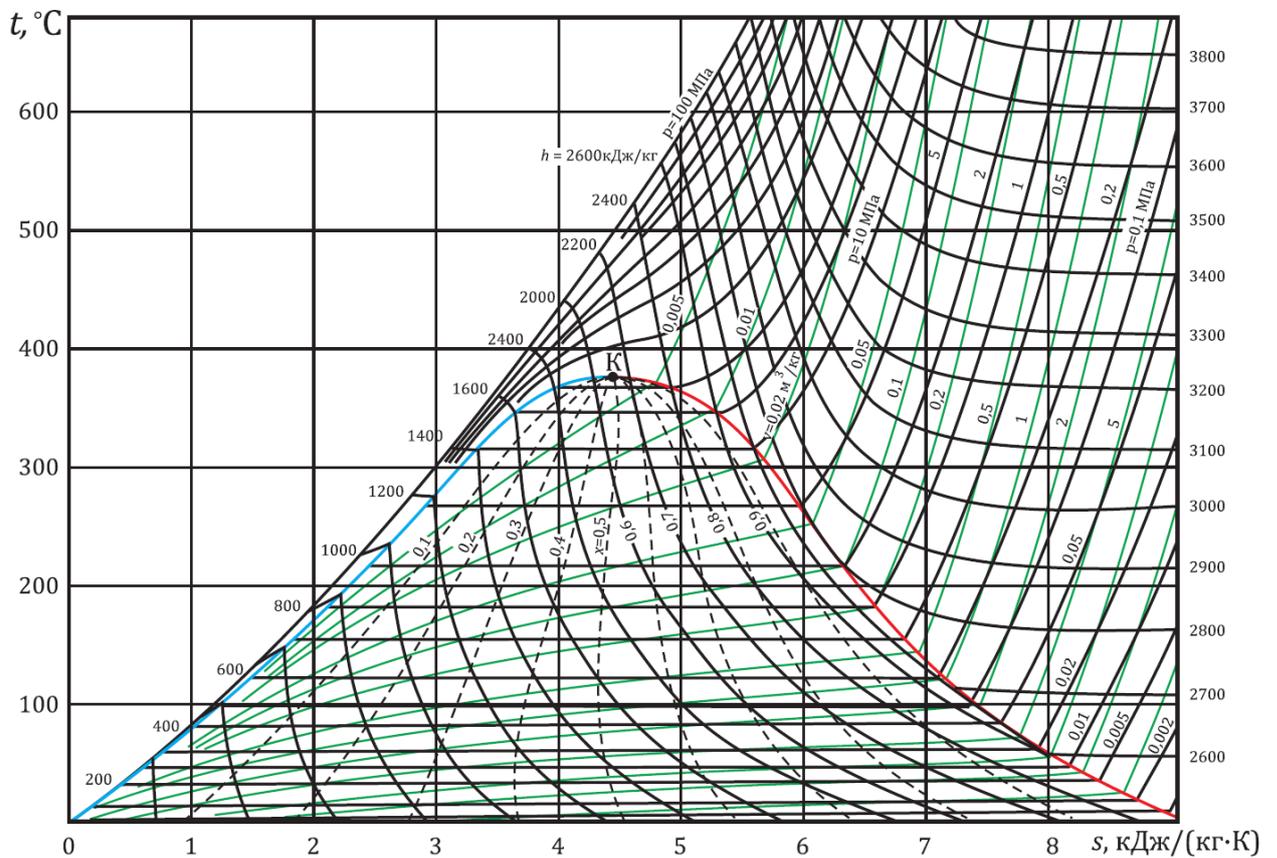


Рис. 5.30. T, s -диаграмма для воды и водяного пара

h, s -диаграмма применяется часто в предварительных расчетах. Объясняется это тем, что эти координаты удобны для наглядного представления многих производственных процессов, прежде всего обратимых и необратимых адиабатных, а при большом масштабе диаграммы и для прямого считывания значений свойств. В этой диаграмме область жидкости так же очень сжата и поэтому ее, как правило, не включают в диаграмму. Как пример, на рис. 5.31 приведена h, s -диаграмма, в которой представлена область перегретого пара и часть области влажного пара, примыкающая к правой (верхней) пограничной кривой, так как диаграмма удобна для расчета турбин и другого оборудования, работающего именно в этих областях. Критическая точка и область малых значений энтропии на диаграмме отсутствуют. Области влажного и перегретого пара разделены на ней линией $x = 1$. В области влажного пара изобары представляют собой прямые линии, так как согласно термодинамическому тождеству

$$Tds = dh - vdp,$$

и при

$$dp = 0$$

$$\left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_p = T, \quad (5.16)$$

а температура T в области влажного пара однозначно определяется давлением.

h , кДж/кг

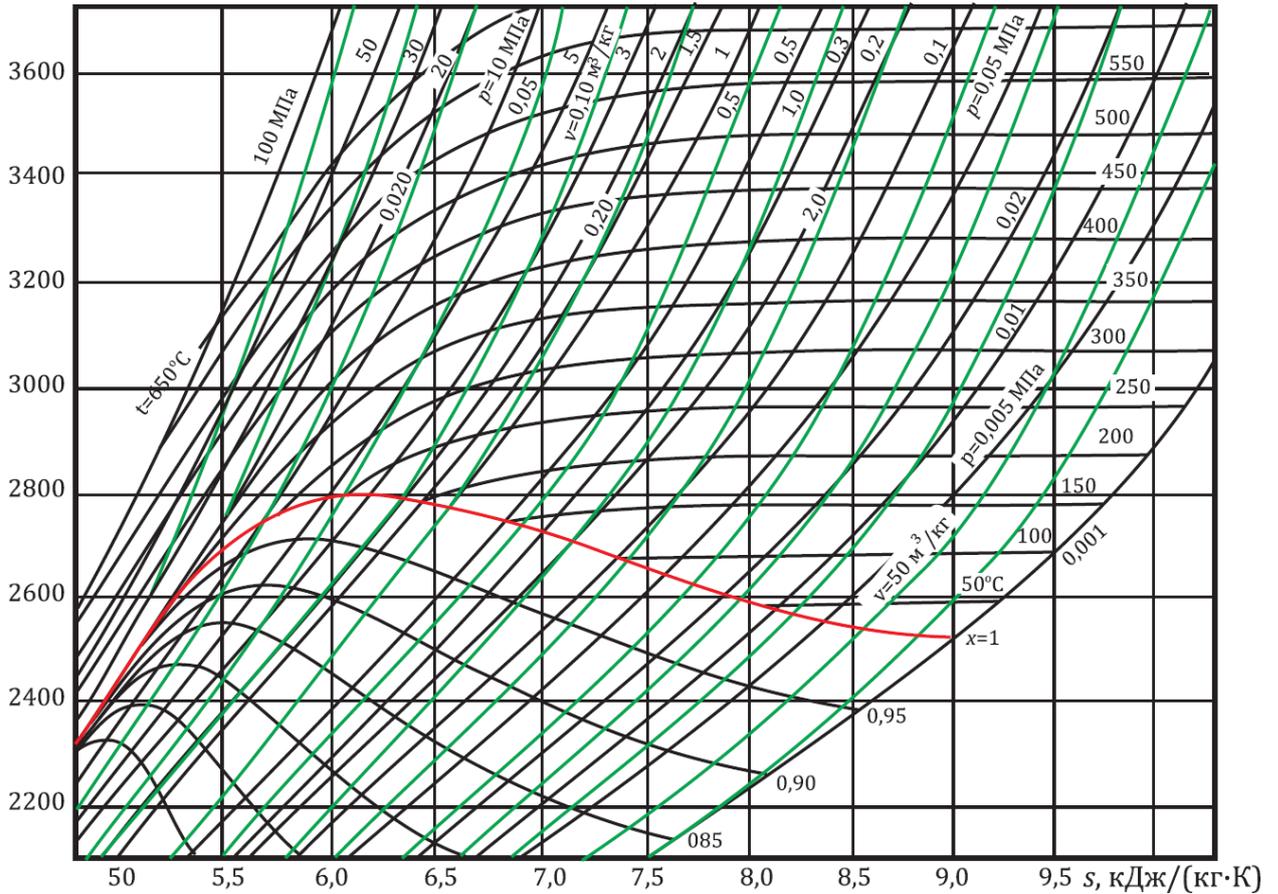


Рис. 5.31. h , s -диаграмма для водяного пара

С ростом давления температура насыщения возрастает и изобары составляют пучок расходящихся линий. При переходе в перегретый пар температура плавно изменяется, и изобара имеет вид плавной кривой, пересекающей пограничную кривую без излома. Изотермы, в области влажного пара, совпадающие с изобарами, по выходе в перегретый пар имеют излом и по мере увеличения энтропии приближаются к горизонтальным линиям, что отражает факт однозначной зависимости энтальпии от температуры для идеального газа. В области влажного пара нанесены линии постоянной степени сухости пара, что позволяет при расчетах избежать необходимости вычисления ее по соотношениям (5.11)-(5.14). Наконец, в диаграмме имеются и изоchoры в виде линий, пересекающих верхнюю пограничную кривую.

5.4. Термодинамические процессы воды и водяного пара

При анализе процессов изменения состояния воды и водяного пара следует иметь в виду, что все отмеченные здесь особенности характерны для расчета процессов любого реального газа.

Рассмотрим основные процессы воды и водяного пара:

- изохорный процесс ($v = \text{const}$);
- изобарный процесс ($p = \text{const}$);

- изотермический процесс ($T = \text{const}$);
- адиабатный процесс ($dq = 0$).

Как и при рассмотрении процессов идеального газа (глава 3) будем полагать, что для начального состояния пара известны два параметра, что полностью определяет это состояние, а для конечного состояния, кроме задания вида процесса, в результате которого оно достигается, известен еще один параметр. И цели, которые ставятся при анализе процессов остаются теми же.

Порядок расчета процессов водяного пара такой же, как и процессов идеального газа. Отличие же состоит в том, что из-за большой сложности термического уравнения состояния пара и возможности последовательного протекания процесса в нескольких фазах определять соотношение между начальными и конечными параметрами аналитическим путем невозможно. Для этого используются таблицы термодинамических свойств воды и водяного пара [3], различные диаграммы или вычислительная программа [6] и основанный на ней калькулятор термодинамических свойств воды и водяного пара. При этом весьма полезным является графическое представление процесса в различных термодинамических диаграммах, так как это позволяет составить представление об изменении фазового состояния вещества в ходе процесса и выбрать правильный способ нахождения его свойств, помня о том, что в двухфазной области они не могут быть непосредственно найдены в таблицах.

Определение основных характеристик процесса в случае водяного пара, равно как и любого другого реального газа, производится на основе использования самых общих термодинамических соотношений. Так, при нахождении изменения внутренней энергии вещества в любом процессе ввиду того, что в таблицах свойств реальных газов обычно не приводятся значения внутренней энергии, используется соотношение, связывающее ее с энтальпией (1.16)

$$u_2 - u_1 = h_2 - h_1 - (p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1). \quad (5.17)$$

Расчет же теплоты, работы расширения и технической работы производится по уравнениям первого и второго законов термодинамики.

Перейдем теперь к рассмотрению конкретных процессов воды и водяного пара.

Изохорный процесс ($v = \text{const}$). На рис. 5.32 в различных диаграммах изображены два типичных случая протекания изохорного процесса. Если закрытый сосуд заполнен водой, находящейся в равновесии со своим паром (состояние влажного пара), то при изохорном нагревании будет изменяться соотношение между количеством воды и пара в сосуде, то есть будет изменяться *степень сухости*. При $v < v_K$ (процесс 1-2) по достижении температуры T_a весь сосуд оказывается заполненным водой ($x = 0$) и при дальнейшем нагреве процесс проходит в области жидкости. Иная картина наблюдается при повышении температуры, если в начальном состоянии $v >$

v_K (процесс 3-4). В этом случае происходит испарение воды и при температуре T_b весь сосуд заполнен сухим насыщенным паром ($x = 1$) и дальнейшее нагревание происходит уже в области перегретого пара. Заметим, что в однофазной области и жидкости, и перегретого пара в p, T -диаграмме (рис. 5.32, б) изохоры являются линиями, близкими к прямым (см. также рис. 5.25).

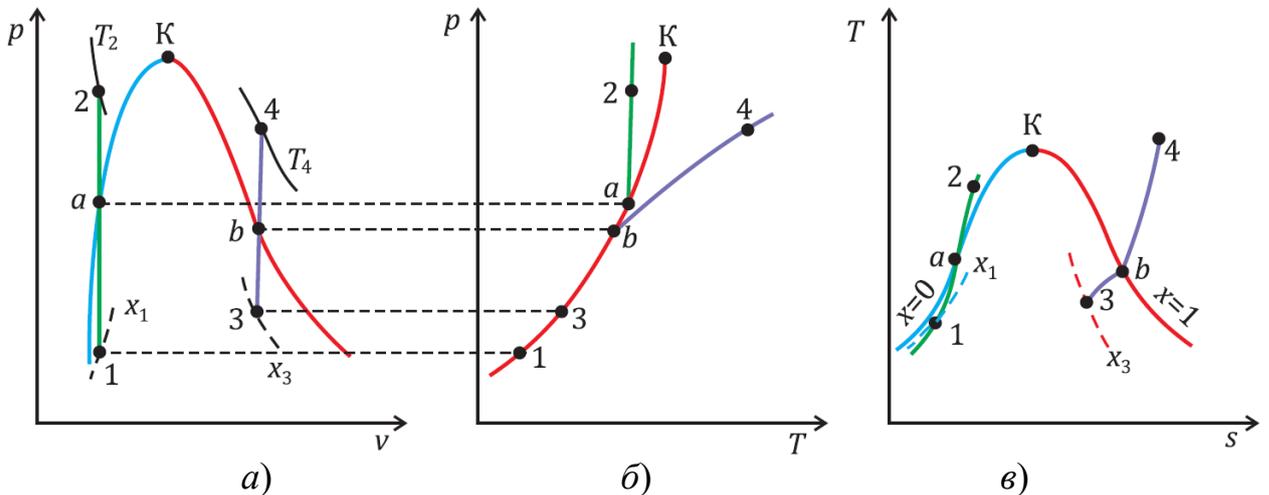


Рис. 5.32. Изохоры на диаграммах: а) p, v , б) p, T и с) T, s

Изменение всех величин, являющихся функциями состояния, в изохорном процессе, как и в любом другом, легко рассчитывается после определения их значений в начальной и конечной точках процесса с помощью таблиц [3] или программного модуля [6]. Поскольку работа расширения в этом процессе не совершается ($dv = 0$), то теплоту, подводимую к веществу, можно найти по уравнению (1.11) как

$$q = u_2 - u_1.$$

Пример 5.3

В закрытом сосуде объемом $V = 0,2 \text{ м}^3$ водяной пар охлаждается от состояния при давлении $p_1 = 10 \text{ МПа}$ и температуре $t_1 = 480 \text{ °С}$ до температуры $t_2 = 260 \text{ °С}$. Определить конечное давление пара и количество отведенной теплоты.

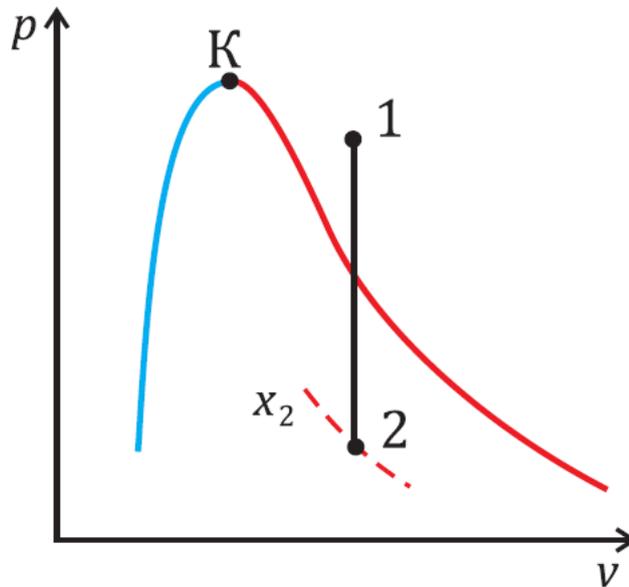


Рис. 5.33. К примеру 5.3

Решение

Из задания ясно, что в первом состоянии при $t_1 > t_K = 374 \text{ }^\circ\text{C}$ пар является перегретым. В [3, табл. III] находим его удельный объем $v_1 = 0,031629 \text{ м}^3/\text{кг}$ и удельную энтальпию $h_1 = 3322,9 \text{ кДж/кг}$, после чего рассчитываем удельную внутреннюю энергию по (1.16)

$$u_1 = h_1 - p_1 \cdot v_1 = 3322,9 - 10 \cdot 10^3 \cdot 0,031629 = 3006,6 \text{ кДж/кг}$$

и массу пара

$$m = \frac{V}{v_1} = \frac{0,2}{0,031629} = 6,323 \text{ кг.}$$

Для определения конечного состояния пара выпишем из [3, табл. I] данные о свойствах на пограничных линиях при температуре $t_2 = 260 \text{ }^\circ\text{C}$:

$$\begin{aligned} p_2 &= 4,6921 \text{ МПа,} \\ v_2' &= 1,2761 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{кг,} \\ v_2'' &= 0,04218 \text{ м}^3/\text{кг,} \\ h_2' &= 1134,8 \text{ кДж/кг,} \\ h_2'' &= 2796,6 \text{ кДж/кг.} \end{aligned}$$

Устанавливаем, что поскольку

$$v_2' < v_1 < v_2'',$$

то конечное состояние — влажный пар. Рассчитываем его степень сухости

$$x_2 = \frac{v_1 - v_2'}{v_2'' - v_2'} = \frac{0,031629 - 0,0012761}{0,04218 - 0,0012761} = 0,7421,$$

удельные энтальпию

$$h_2 = (1 - x_2) \cdot h'_2 + x_2 \cdot h''_2 = 2368,0 \text{ кДж/кг},$$

и внутреннюю энергию

$$u_2 = h_2 - p_2 \cdot v_2 = 2368,0 - 4692,1 \cdot 0,031629 = 2219,6 \text{ кДж/кг}.$$

Количество отведенной теплоты равно

$$Q = m \cdot (u_2 - u_1) = 6,323 \cdot (2219,6 - 3006,6) = -4976,2 \text{ кДж}.$$

Ответ: $p_2 = 4,6921 \text{ МПа}$; $Q = -4976,2 \text{ кДж}$.

Изобарный процесс ($p = \text{const}$). Вид изобар в различных термодинамических диаграммах показан на рис. 5.34, где процесс 1-2 соответствует докритическому, а 3-4 — сверхкритическому давлению. Это единственный из процессов реальных газов, где после нахождения свойств в начальном и конечном состояниях работа расширения может быть рассчитана по определяющему ее выражению (1.10)

$$l = p \cdot (v_2 - v_1).$$

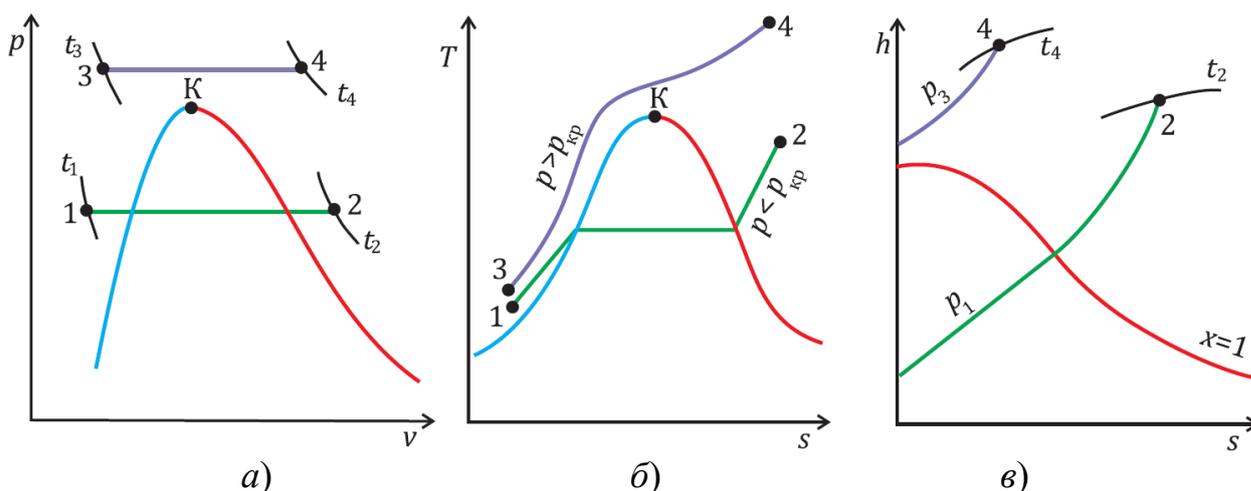


Рис. 5.34. Изобары в диаграммах: а) p, v , б) T, s и в) h, s

Теплота, подводимая в процессе, находится по соотношению, следующему из уравнения (1.17)

$$q = h_2 - h_1.$$

Изотермический процесс ($T = \text{const}$). На рис. 5.35 показан вид изотерм для докритической (1-2) и сверхкритической (3-4) температур.

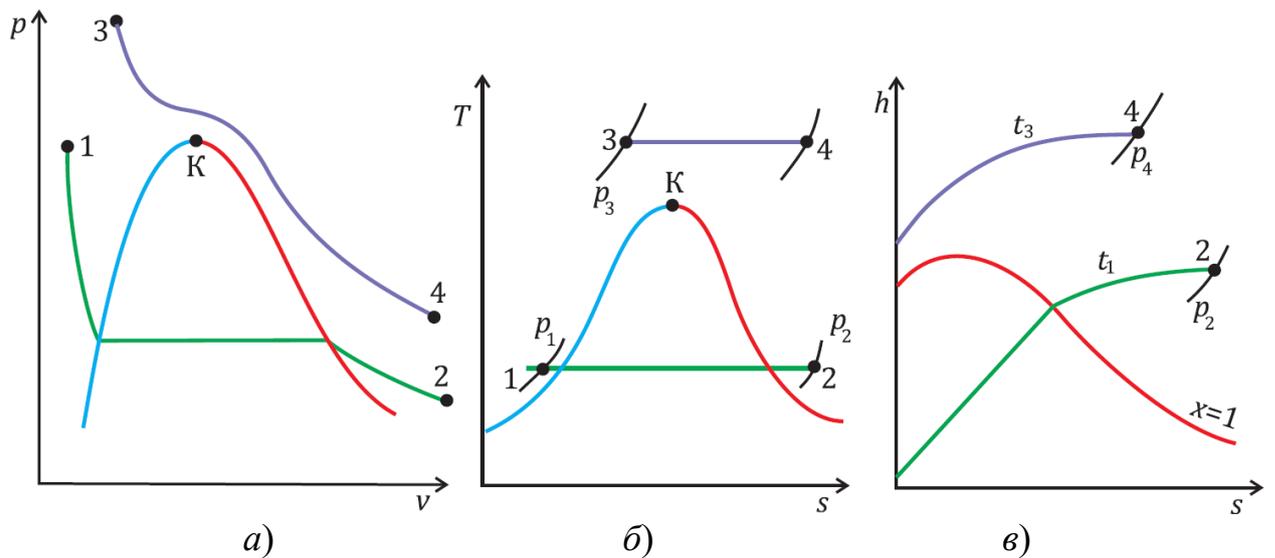


Рис. 5.35. Изотермы в диаграммах: а) p, v , б) T, s и в) h, s

В этом процессе теплота рассчитывается по уравнению (2.11), следующему из второго закона термодинамики

$$q = T \cdot (s_2 - s_1).$$

После этого работа расширения может быть рассчитана по первому закону термодинамики как

$$l = T \cdot (s_2 - s_1) - (u_2 - u_1).$$

Если процесс осуществляется в потоке, то произведенная техническая работа находится по уравнению первого закона термодинамики для потока вещества

$$l_{\text{тех}} = T \cdot (s_2 - s_1) - (h_2 - h_1). \quad (5.18)$$

Пример 5.4

Водяной пар с начальным давлением $p_1 = 5$ МПа сжимается при постоянной температуре $t = 310^\circ\text{C}$ до объема в 7 раз меньшего первоначального. Определить изменение его удельной внутренней энергии, затраченную удельную работу и количество удельной теплоты.

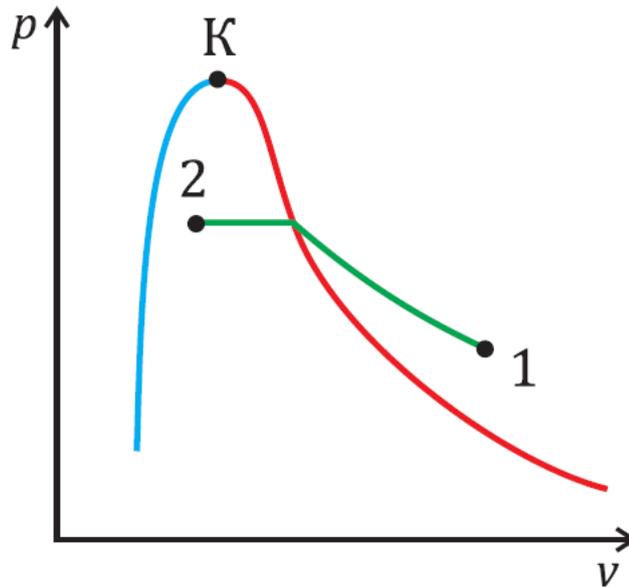


Рис. 5.36. К примеру 5.4

Решение

Обратившись к [3], найдем, что при давлении 5 МПа температура $t = 310\text{ }^\circ\text{C}$ выше, чем температура насыщения $t_{\text{нас}} = 263,94\text{ }^\circ\text{C}$. Следовательно, в первом состоянии пар перегретый. Из [3, табл. III] выписываем значения его свойств:

$$\begin{aligned} v_1 &= 0,046767\text{ м}^3/\text{кг}, \\ h_1 &= 2956,6\text{ кДж/кг}, \\ s_1 &= 6,2645\text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}). \end{aligned}$$

Найдем конечный объем пара

$$v_2 = \frac{v_1}{7} = \frac{0,046767}{7} = 0,006681\text{ м}^3/\text{кг}.$$

Для определения состояния пара в конечной точке процесса сравним v_2 с v' и v'' при $t = 310\text{ }^\circ\text{C}$:

$$v'_2 = 0,0014479\text{ м}^3/\text{кг}, v''_2 = 0,018339\text{ м}^3/\text{кг}$$

и

$$v' < v_2 < v''.$$

Следовательно, пар влажный. Выписываем из табл. I значения его свойств на пограничных линиях:

$$\begin{aligned} p_2 &= 9,8647\text{ МПа}, \\ h'_2 &= 1402,0\text{ кДж/кг}, \\ h''_2 &= 2727,9\text{ кДж/кг}, \\ s'_2 &= 3,3506\text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}), \end{aligned}$$

$$s_2'' = 5,6243 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$$

и рассчитываем степень сухости

$$x_2 = \frac{v_1 - v_2'}{v_2'' - v_2'} = \frac{0,046767 - 0,0014479}{0,018339 - 0,0014479} = 0,31.$$

Зная эту величину, можно вычислить другие свойства:

$$h_2 = (1 - x_2) \cdot h_2' + x_2 \cdot h_2'' = \\ = (1 - 0,31) \cdot 1402,0 + 0,31 \cdot 2727,9 = 1813,0 \text{ кДж}/\text{кг},$$

$$s_2 = (1 - x_2) \cdot s_2' + x_2 \cdot s_2'' = \\ = (1 - 0,31) \cdot 3,3506 + 0,31 \cdot 5,6243 = 4,0554 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Изменение внутренней энергии пара в процессе определим как

$$\Delta u = (h_2 - h_1) - (p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1) = \\ = (1813,0 - 2956,6) - \\ - (9,8647 \cdot 10^3 \cdot 0,006681 - 5 \cdot 10^3 \cdot 0,046767).$$

$$\Delta u = -980,7 \text{ кДж}/\text{кг},$$

а теплоту, отведенную в процессе, рассчитаем по (2.11)

$$q = T \cdot (s_2 - s_1) = (340 + 273,15) \cdot (4,0554 - 6,2645) = \\ = -1288,2 \text{ кДж}/\text{кг}.$$

Тогда затраченная работа сжатия определится по первому закону

$$l = q - \Delta u = -1288,2 - (-980,7) = -307,5 \text{ кДж}/\text{кг}.$$

Адиабатный процесс ($dq = 0$). Рассмотрим вначале случай, когда адиабатный процесс протекает обратимо и согласно уравнению второго закона термодинамики (2.18)

$$ds = 0, s = \text{const},$$

т.е. процесс является изоэнтропным. Для этого случая на рис. 5.37 в различных диаграммах представлены графики процесса расширения пара 1-2 и сжатия воды 3-4. Изменение внутренней энергии определяется, как обычно, по соотношению (5.17), после чего работа расширения находится из уравнения (1.11)

$$l = u_1 - u_2. \tag{5.19}$$

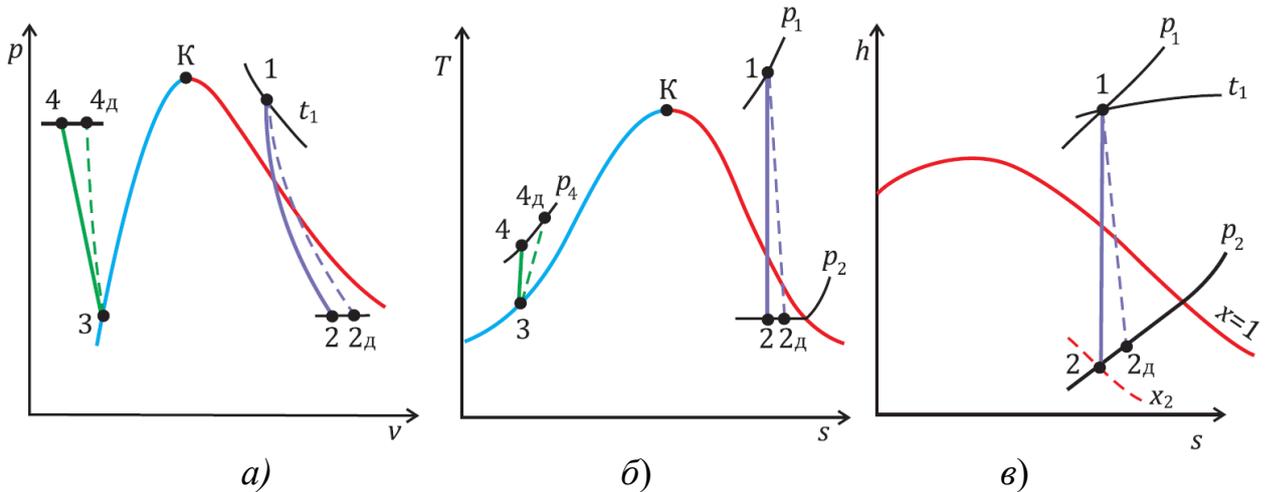


Рис. 5.37. Обратимые (сплошные линии) и необратимые (пунктирные линии) адиабаты в диаграммах *a) p, v, б) T, s* и *в) h, s*

Однако, на практике, адиабатный процесс чаще всего реализуется в машинах, работающих в потоке вещества (в турбинах, насосах, компрессорах) и тогда рассчитывается техническая работа из уравнения (1.29) при условии

$$dw = 0$$

по уравнению

$$l_{\text{тех}} = h_1 - h_2. \quad (5.20)$$

Если же процесс протекает необратимо, например, из-за наличия трения, то согласно уравнению (2.24) $ds > 0$ и процесс расширения теперь изобразится в p, v -, T, s и h, s -диаграммах на рис. 5.37 линией 1-2д, а процесс сжатия — линией 3-4д (рис. 5.37, *a*) и *б*). В этом случае работа расширения должна рассчитываться как

$$l^{\Delta} = u_1 - u_{2\text{д}}, \quad (5.21)$$

а техническая работа как

$$l_{\text{тех}}^{\Delta} = h_1 - h_{2\text{д}}. \quad (5.22)$$

5.5. Уравнение состояния реального газа

Под уравнением состояния реального газа понимается аналитическое выражение, описывающее не только связь между термическими параметрами (как уравнение идеального газа), но и (через дифференциальные соотношения) изменения калорических свойств вещества. История уравнения состояния реального газа насчитывает сотни вариантов различных предложений.

Простейшим уравнением, описывающим свойства реального газа как в области жидкости, так и области пара, является уравнение, предложенное Я. Ван-дер-Ваальсом в 1873 г. Уравнение Ван-дер-Ваальса имеет вид

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = R \cdot T, \quad (5.23)$$

где $a = \text{const}$; $b = \text{const}$ — поправка на собственный объем молекул.

Уравнение реального газа, в отличие от уравнения идеального газа, должно передавать влияние на внутреннюю энергию вещества не только температуры, но и плотности (или давления), т.е. иметь производную $\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T$, отличную от нуля. Эта производная, согласно дифференциальному уравнению (4.21), определяется соотношением

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T = T \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v - p. \quad (c)$$

Выясним, чему она равна в уравнении Ван-дер-Ваальса, представив его в удобном для этого виде

$$p = \frac{R \cdot T}{v - b} - \frac{a}{v^2}. \quad (5.24)$$

Отсюда

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = \frac{R}{v - b}$$

и подставив два последних уравнения в (c) получим

$$p_{\text{внут}} = \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T = \frac{a}{v^2}. \quad (5.25)$$

Таким образом ясно, что поправка, отражающая влияние межмолекулярных сил, получившая название *внутреннего давления*, в уравнении Ван-дер-Ваальса имеет достаточно простой вид, являясь независимой от температуры, что не соответствует действительности.

Индивидуальные постоянные уравнения a , b , R можно определить, если для данного вещества экспериментально измерены давление, температура и удельный объем хотя бы для трех состояний. Однако, обычно эти постоянные связывают с критическими параметрами вещества. Установить такую связь можно, используя систему из трех уравнений: уравнения в виде (5.24) и двух уравнений, следующих из условий существования критической точки (5.1):

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T = -\frac{R \cdot T}{(v - b)^2} + \frac{2a}{v^3} = 0, \quad (5.26)$$

$$\left(\frac{\partial^2 p}{\partial v^2}\right)_T = \frac{2 \cdot R \cdot T}{(v-b)^3} - \frac{6 \cdot a}{v^4} = 0. \quad (5.27)$$

Решив ее, можно получить критические параметры

$$v_K = 3 \cdot b, p_K = \frac{a}{27 \cdot b^2}, T_K = \frac{8 \cdot a}{27 \cdot b \cdot R}. \quad (5.28)$$

Если же известны критические параметры вещества, то можно определить постоянные уравнения Ван-дер-Ваальса. Однако при решении этой системы надо учесть еще одно условие, вытекающее из общего требования к любому уравнению реального газа, заключающегося в том, что в предельном случае при бесконечно большом удельном объеме уравнение должно переходить в уравнение идеального газа. Уравнение Ван-дер-Ваальса действительно переходит в уравнение идеального газа при

$$v \rightarrow \infty,$$

так как при этом

$$\frac{a}{v^2} \rightarrow 0 \text{ и } v \gg b,$$

если величина R является газовой постоянной идеального газа. В этом случае в полученной выше системе трех уравнений остаются лишь две определяемые величины — a и b . Это обстоятельство приводит к неопределенности вычисления этих постоянных. В зависимости от того, какая пара критических параметров взята в качестве определяющих, получаются различные значения постоянных a и b . В качестве примера в табл. 5.3 приведены результаты расчета двух констант a и b уравнения Ван-дер-Ваальса для воды тремя способами: используя для этого уравнения (5.28) для p_K и T_K , p_K и v_K , p_K и v_K .

Таблица 5.3. Константы уравнения Ван-дер-Ваальса

Выбранные критические параметры	a , Н·м ⁴ /кг ²	b , м ³ /кг
p_K, T_K	1705	0,001692
p_K, v_K	638	0,001035
T_K, v_K	1043	0,001035

Наиболее часто в качестве определяющих параметров принимают критическое давление p_K и критическую температуру T_K , так как обычно они известны более точно, чем критический удельный объем. В этом случае

$$a = \frac{27 \cdot R^2 \cdot T_K^2}{64 \cdot p_K}, b = \frac{R \cdot T_K}{8 \cdot p_K} \quad (5.28a)$$

Уравнение Ван-дер-Ваальса является уравнением третьей степени относительно удельного объема. При его решении (определении v) в зависимости от температуры могут быть получены три варианта корней: 1) один корень действительный, два — мнимых, не имеющих физического

смысла, 2) три различных действительных корня, 3) три одинаковых действительных корня. Изотермы, соответствующие уравнению, представлены на рис. 5.38. При температурах, выше критической, уравнение имеет один действительный корень и поэтому изотермы имеют вид плавных кривых. Для того, чтобы корни уравнения имели одинаковое значение, должны быть выполнены условия

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T = 0$$

и

$$\left(\frac{\partial^2 p}{\partial v^2}\right)_T = 0.$$

Но это совпадает с условиями (5.1), определяющими критическую точку. Значит точка, где все три корня уравнения (5.24) совпадают, является критической точкой, а изотерма, проходящая через нее, соответствует критической температуре.

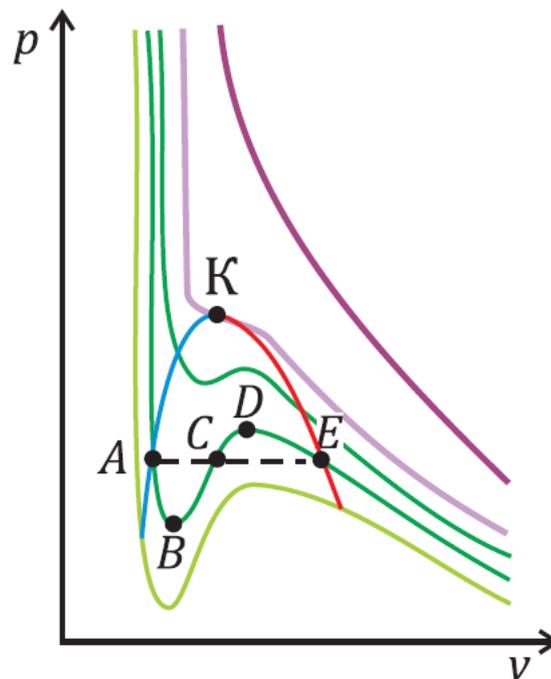


Рис. 5.38. Изотермы уравнения Ван-дер-Ваальса

При температурах, ниже критической, изотермы имеют волнообразный вид (рис. 5.39). Уравнение Ван-дер-Ваальса непосредственно не описывает фазовый переход, однако, такой вид изотерм при температурах, ниже критической, косвенным образом указывает на существование такого перехода. Действительно, в этом случае на всех изотермах имеется участок, где

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T > 0,$$

(участок BCD на рис. 5.39). Но таких процессов не существует в природе, т.к. в этом случае вещество находилось бы в термодинамически неустойчивых состояниях, когда при постоянной температуре с ростом давления увеличивается и объем. Поэтому по достижении крайних точек этого участка вещество должно перейти в двухфазное состояние.

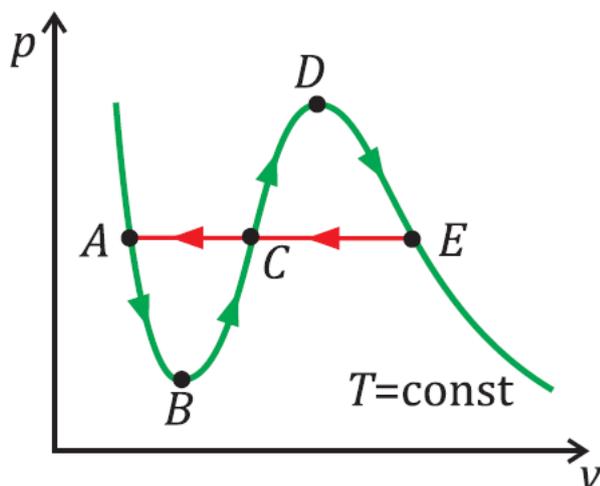


Рис. 5.39. Докритическая изотерма уравнения Ван-дер-Ваальса

Давление насыщения, соответствующее этому двухфазному состоянию, можно определить следующим образом. Согласно второму закону невозможно получение работы за счет теплоты источника одной температуры. Поэтому, если нанести в p, v -диаграмме изотерму фазового перехода при этой температуре (прямая $A-C-E$ на рис. 5.39), то должно выполняться условие

$$\oint_{ABCDECA} p dv = 0.$$

Отсюда правило Максвелла

$$\text{пл. } A-B-C-A = \text{пл. } C-D-E-C. \quad (5.29)$$

Давление, соответствующее линии $A-C-E$ и есть давление насыщения. Правило Максвелла, продемонстрированное здесь на примере уравнения Ван-дер-Ваальса, относится к любому уравнению состояния, претендующему на описание свойств вещества и в жидкой, и в газовой фазах. Оно есть выражение условия фазового равновесия (5.2)

$$\Phi_{\text{жид}} = \Phi_{\text{пар}}.$$

Линия, объединяющая предельные точки существования однофазного состояния — точки B и точки D на рис. 5.39, 5.40 и 5.41, называется *спинодалью*, а линия, объединяющая точки начала фазового перехода — точки A и точки E на этих же рисунках — *бинодалью*. Состояния между этими линиями являются *метастабильными* (т.е. малоустойчивыми), т.к. в них вещество является устойчивым по отношению к одним воздействиям, но при более сильных воздействиях переходит в другое фазовое состояние. Состояния на участке $A-B$ (рис. 5.39) являются состояниями *перегретой*

жидкости. На p, T -диаграмме (рис. 5.41) видно, что они находятся при температуре, намного большей, чем температура насыщения, т.е. в области паровой фазы. Состояния на участке $E-D$ (рис. 5.41) являются состояниями *переохлажденного пара*. На рис. 5.41 видно, что они находятся при температуре, меньшей, чем температура насыщения, т.е. в области жидкой фазы. Эти состояния в специальных условиях реально осуществляются. Например, состояния переохлажденного водяного пара осуществляются при адиабатном расширении его при истечении из сопел. При осторожном изобарном нагревании воду можно перегреть на десятки градусов.

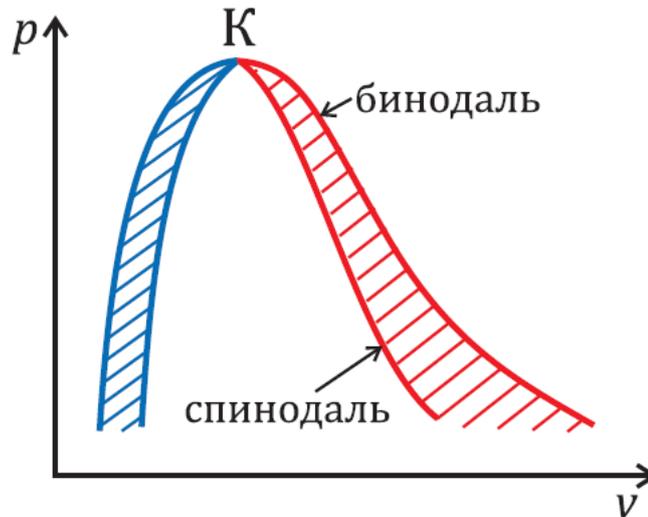


Рис. 5.40. Области метастабильных состояний (синим цветом выделена перегретая жидкость, красным цветом — переохлажденный пар)

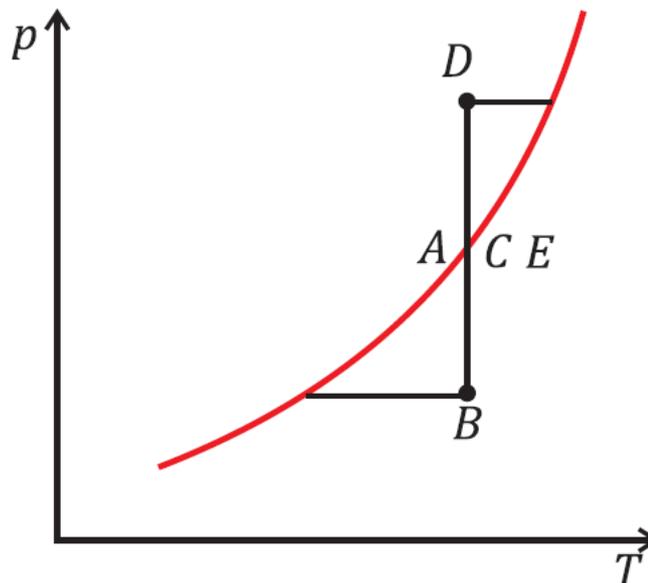


Рис. 5.41. Метастабильные состояния
 B — перегретая жидкость, D — переохлажденный пар

Уравнение Ван-дер-Ваальса, передавая основные физические особенности свойств реальных газов, не обеспечивает полноты и точности их вычисления, требуемой при технических расчетах. Оно лишь приближенно

представляет зависимость внутренней энергии вещества от плотности (см. уравнение (5.25) и совсем не передает зависимости теплоемкости от плотности, т.к. она определяется дифференциальным соотношением (4.23)

$$\left(\frac{\partial c_v}{\partial v}\right)_T = T \left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2}\right)_v,$$

а эта производная равна нулю. Представление же свойств реальных газов этим уравнением можно характеризовать таким фактом. Применяя соотношения (5.28), для уравнения Ван-дер-Ваальса можно получить значение коэффициента сжимаемости в критической точке равно

$$z_K = \frac{p_K \cdot v_K}{R \cdot T_K} = 0,375.$$

В действительности же для реальных газов он имеет значение в диапазоне $0,22 \div 0,33$.

Но уравнение Ван-дер-Ваальса послужило основой для целого класса малокоэффициентных *кубических уравнений состояния*, которые включают не просто постоянные a и b , а целые сочетания параметров. Примером этих уравнений является *уравнение Редлиха-Квонга*

$$\left(p + \frac{a}{v \cdot (v + b) \cdot \sqrt{T}}\right) \cdot (v - b) = R \cdot T.$$

Такие уравнения широко применяются, особенно в химической промышленности, там, где приходится описывать свойства малоисследованных веществ.

Вириальное уравнение состояния. Строгими методами статистической физики теоретическое уравнение состояния реального газа получено Дж. Майером и Н. Боголюбовым (1946 г.). *Уравнение Майера-Боголюбова* имеет вид разложения коэффициента сжимаемости

$$z = \frac{p \cdot v}{R \cdot T}$$

в ряд по степеням плотности

$$z = 1 + \frac{B}{v} + \frac{C}{v^2} + \frac{D}{v^3} + \dots, \quad (5.30)$$

где B — второй; C — третий и т.д. вириальные коэффициенты, учитывающие взаимодействие соответственно 2, 3, 4 и т.д. молекул.

Вириальные коэффициенты являются функциями температуры и могут быть вычислены, если известна зависимость потенциальной энергии взаимодействия молекул U_{II} от расстояния между ними r (рис. 5.42). Однако точный вид зависимости

$$U_{II} = f(r)$$

не известен и практически применяют приближенные выражения, которые носят названия *потенциалов*.

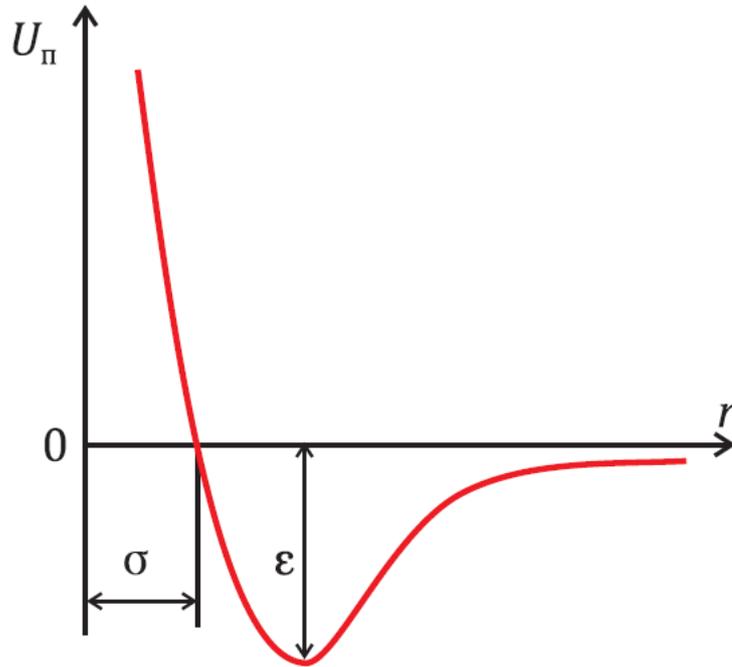


Рис. 5.42. Зависимость потенциальной энергии от расстояния между молекулами

Так для неполярных газов применение нашли *потенциалы группы m-n*, среди которых наибольшее применение нашел потенциал Леннарда-Джонса, предполагающий, что энергия отталкивания обратно пропорциональна двенадцатой степени ($n = 12$) расстояния, а энергия притяжения между молекулами обратно пропорциональна шестой степени ($m = 6$) расстояния между молекулами:

$$u(r) = 4 \cdot \varepsilon \left[\left(\frac{\sigma}{r} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r} \right)^6 \right], \quad (5.31)$$

где σ — значение r , при котором $U_{\text{П}} = 0$; ε — максимальная энергия притяжения (глубина потенциальной ямы) (рис. 5.42).

Существуют и другие потенциалы, каждый из которых применим для определенной группы веществ. Значения постоянных потенциалов для каждого газа могут быть определены по экспериментальным данным.

Вычисление вириальных коэффициентов даже для сравнительно простых потенциалов связано со значительными математическими трудностями. Поэтому обычно используют специальные таблицы относительных вириальных коэффициентов. Характер изменения второго относительного $B_{\text{отн}}$ и третьего относительного $C_{\text{отн}}$ вириальных коэффициентов показан на рис. 5.43 и 5.44. Здесь

$$T_{\text{отн}} = \frac{k_{\text{Б}} \cdot T}{\varepsilon},$$

$$B_{\text{отн}} = \frac{B}{b_0},$$

где $b_0 = \frac{2 \cdot \pi \cdot N_A \cdot \sigma^3}{3}$ — собственный объем молекул,

$$C_{\text{отн}} = \frac{C}{b_0^3}.$$

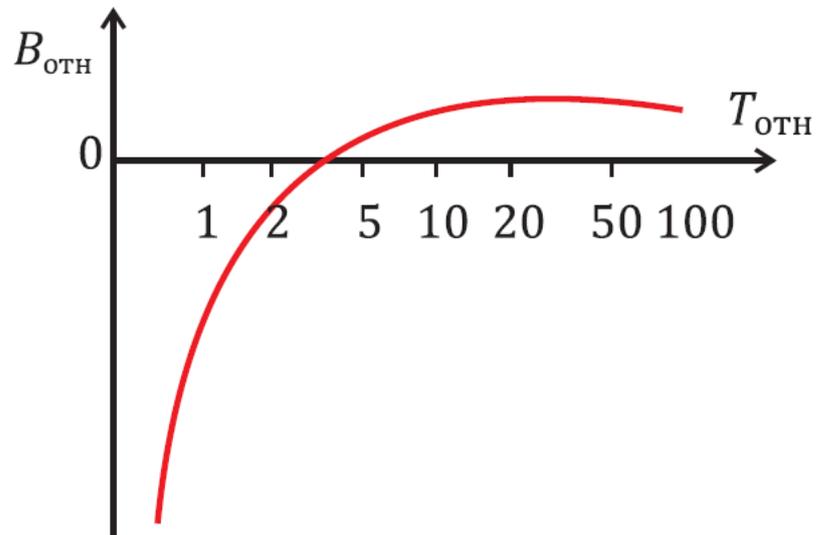


Рис. 5.43. Зависимость второго вириального коэффициента от температуры

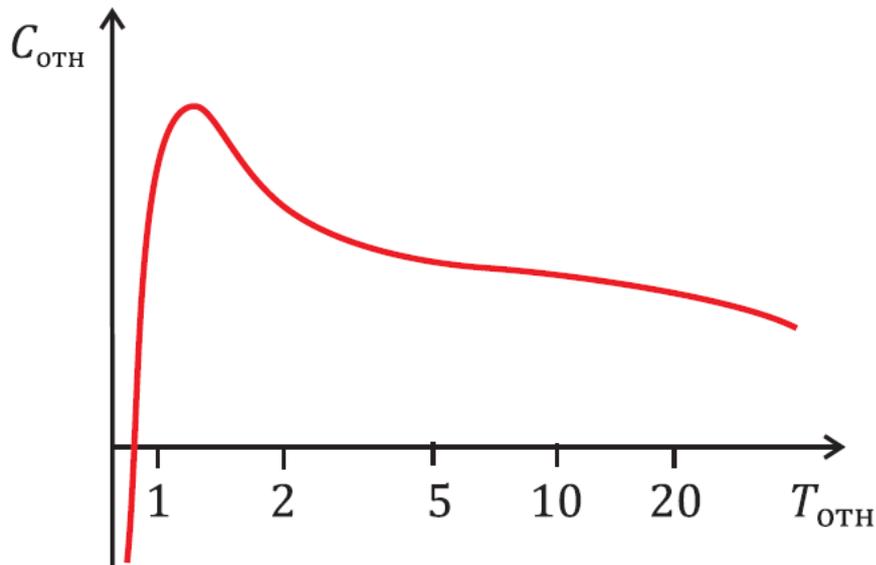


Рис. 5.44. Зависимость третьего вириального коэффициента от температуры

Применение потенциалов для обработки экспериментальных данных дает удовлетворительные результаты для газов в области умеренного сжатия и газов более или менее простых молекул. Для газов со сложными молекулами потенциалы в силу их приближенности не обеспечивают описания действительного поведения газа в широком диапазоне температур.

Уравнение (5.30) правильно передает физическую картину поведения газов, но применение его для количественных расчетов в области сильного сжатия затруднительно из-за незнания точного закона взаимодействия

молекул и трудности вычисления вириальных коэффициентов. Поэтому возникает мысль о создании полуэмпирического уравнения, в котором используется форма уравнения (5.30), но коэффициенты B, C, D, \dots не связываются с энергией взаимодействия молекул, а рассматриваются как эмпирические и определяются непосредственно по экспериментальным данным. Такие уравнения, называемые *уравнениями состояния в вириальной форме*, применяют или в виде, совпадающем с (5.30), или в виде ряда, но по степеням давления

$$z = 1 + B' \cdot p + C' \cdot p^2 + D' \cdot p^3 + \dots \quad (5.32)$$

Коэффициенты этих уравнений связаны между собой соотношениями

$$B' = \frac{B}{R \cdot T},$$

$$C' = \frac{C - B^2}{(R \cdot T)^2},$$

$$D' = \frac{D - 3 \cdot B \cdot C + 2 \cdot B^3}{(R \cdot T)^3}.$$

Нахождение коэффициентов уравнения состояния в вириальной форме по результатам экспериментального измерения удельного объема можно осуществить или аналитическим путем с использованием метода наименьших квадратов, или графическим методом.

Пример 5.5

В лаборатории проведено измерение удельного объема некоторого газа при определенной температуре и нескольких значениях давления, по результатам которых рассчитаны значения коэффициента сжимаемости газа z . Как по этим данным найти коэффициенты для уравнения в вириальном виде при этой температуре?

Решение

Это уравнение имеет вид

$$z = 1 + \frac{B}{v} + \frac{C}{v^2} + \frac{D}{v^3} + \dots \quad (a)$$

На график в координатах $z, 1/v$ нанести экспериментальные точки и провести объединяющую их линию — изотерму (рис. 5.45). Продифференцировав уравнение (a), получим

$$\left(\frac{\partial z}{\partial (1/v)} \right)_T = B + 2 \cdot C \cdot \left(\frac{1}{v} \right) + 3 \cdot D \cdot \left(\frac{1}{v} \right)^2 + \dots$$

и

$$\lim_{\frac{1}{v} \rightarrow 0} = \left[\frac{\partial z}{\partial (1/v)} \right]_T = B.$$

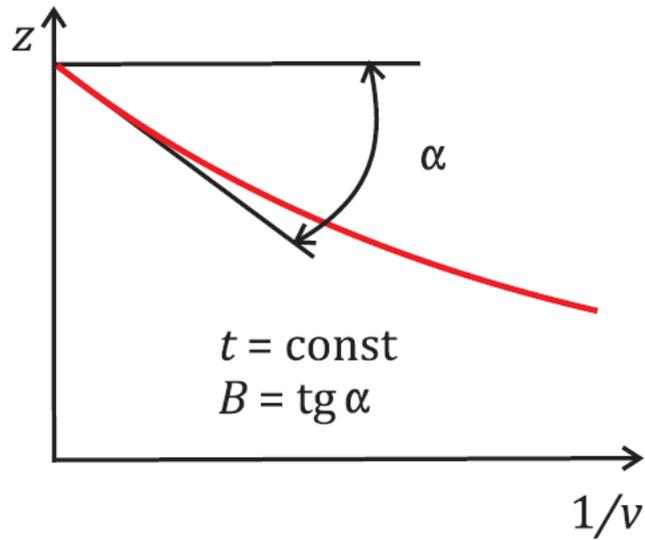


Рис. 5.45. Определение коэффициента B по экспериментальным данным

Определив

$$B = \operatorname{tg}(\alpha),$$

рассчитаем величины

$$(z - 1) \cdot v$$

и нанесем их на график в координатах

$$(z - 1) \cdot v, \frac{1}{v}.$$

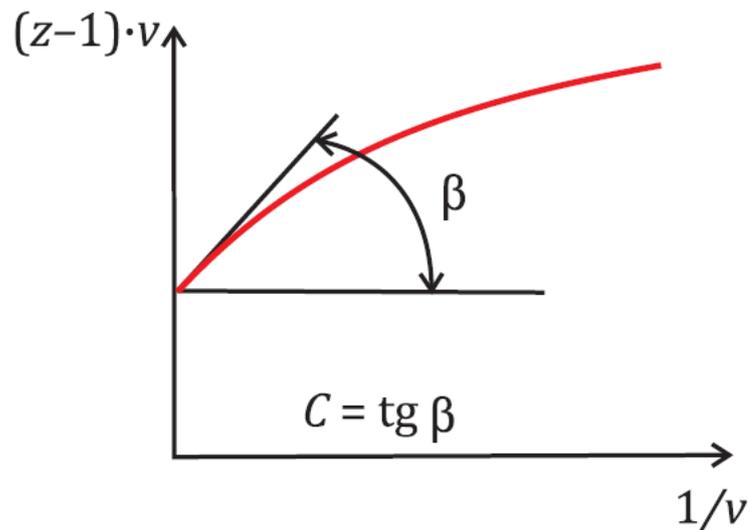


Рис. 5.46. Определение коэффициента C по экспериментальным данным

Из уравнения (a)

$$(z - 1) \cdot v = B + \frac{C}{v} + \frac{D}{v^2} \dots$$

и

$$\left(\frac{\partial(z-1) \cdot v}{\partial(1/v)} \right)_T = C + 2 \cdot D \cdot \left(\frac{1}{v} \right) + \dots$$

получаем

$$\lim_{1/v \rightarrow 0} = \left[\frac{\partial(z-1) \cdot v}{\partial(1/v)} \right]_T = C.$$

Определив третий вириальный коэффициент

$$C = \operatorname{tg}(\beta),$$

последовательно применяя такую процедуру, можно определить и следующие вириальные коэффициенты. Однако следует заметить, что при обычной неопределенности измерения экспериментальных значений удельных объемов в $0,1 \div 0,2\%$ уже при определении четвертого или пятого вириального коэффициента разброс точек на соответствующих графиках становится настолько большим, что невозможно провести сколько-нибудь надежную усредняющую линию. Это и является пределом определения вириальных коэффициентов.

5.6. Заключение

Надежная и эффективная работа теплотехнического оборудования во многом зависит от знания и учета теплофизических свойств функционирующего в нем рабочего тела, которые существуют при создании этого оборудования. Поэтому в технических расчетах в настоящее время для представления термодинамических свойств веществ используются только уравнения состояния, прошедшие проверку и получившие одобрение в авторитетных научных организациях, таких как Международная ассоциация по свойствам воды и водяного пара (IAPWS), Международный союз теоретической и прикладной химии (IUPAC), Государственная служба стандартных справочных данных (ГСССД) РФ, Национальный институт стандартов и технологий (NIST) США. В рамках этих организаций созданы уравнения состояния для многих технически важных веществ. Это уравнения или для коэффициента сжимаемости z , или для характеристической функции — энергии Гельмгольца в виде вириального ряда по степеням плотности с включением двух-трех специальных членов для описания свойств вблизи критической точки вещества. Это чисто эмпирические единые уравнения состояния, описывающие свойства как жидкости, так и газа, основанные на большом числе разнородных экспериментальных данных. Такие уравнения являются самыми надежными источниками сведений о термодинамических свойствах конкретного вещества.

В современных условиях большое значение придается быстродействию компьютерных вычислений свойств, обеспечиваемому уравнением, особенно

если оно применяется в автоматизированных системах управления технологическими процессами. Быстродействие вычислений обеспечивается типом уравнения и видом независимых переменных, в которых оно представлено. В этом отношении переменные температура — плотность неудобны для технических расчетов, так как эти переменные редко здесь применяются, а расчеты в других переменных требуют итерационных вычислений, что сильно замедляет расчеты.

Поэтому, например, в IAPWS разработана, наряду с единым уравнением, система локальных уравнений в переменных давление — температура (кроме околоскритической области), хорошо согласованная с ним и охватывающая ту же область параметров, предназначенная для технических расчетов. На этой системе уравнений основан справочник [3].

5.6.1. Подобие термодинамических свойств веществ

Экспериментальное исследование термодинамических свойств является делом долгим, и поэтому возникает мысль об использовании знаний о хорошо изученных веществах для получения сведений о свойствах малоисследованных методом подобия. Но для такого сопоставления необходимо правильно выбрать условия. Такими условиями не могут быть условия равенства температур и давлений сравниваемых веществ, так как при одинаковости температур и давлений одно вещество может быть в твердом состоянии, а второе — в состоянии пара. Физически одинаковым для всех веществ является критическое состояние, поэтому вводится понятие *приведенных параметров*

$$\pi = \frac{p}{p_K}, \tau = \frac{T}{T_K}, \omega = \frac{v}{v_K}$$

и сравнение свойств веществ проводится при условии, что они находятся в состояниях, где у них одинаковы два приведенных параметра, то есть в состояниях, одинаково отстоящих от критической точки. Такие состояния называют *соответственными*. В 1873 году Ван-дер-Ваальс предложил *закон соответственных состояний*, согласно которому: *если два вещества имеют одинаковыми два приведенных параметра, то у них одинаков и третий приведенный параметр*, то есть если

$$\pi = \text{idem} \text{ и } \tau = \text{idem},$$

то

$$\omega = \text{idem}.$$

Вещества, подчиняющиеся закону соответственных состояний, называются *подобными веществами*. Они подчиняются одному и тому же приведенному уравнению состояния. Например, для уравнения Ван-дер-Ваальса, используя соотношения (5.28a), можно получить

$$\left(\pi + \frac{3}{\omega^2}\right) \cdot (3 \cdot \omega - 1) = 8 \cdot \tau. \quad (5.33)$$

Подобного вида приведенные уравнения состояния можно получить и для других кубических уравнений, константы которых связаны с критическими параметрами. Казалось бы, задача определения термодинамических свойств малоисследованного вещества решается довольно просто: достаточно знать его критические параметры и свойства одного хорошо исследованного вещества, и можно все рассчитать, применив закон соответственных состояний. Но выяснилось, что дело сложнее: подчиняясь общим закономерностям изменения свойств, каждое вещество обладает своими количественными соотношениями. Примером этого является то, что они не имеют единого значения критического коэффициента

$$Z_K = \frac{p_K \cdot v_K}{R \cdot T_K},$$

а его значения для различных веществ находятся в диапазоне $0,22 \div 0,33$. Поэтому применение закона соответственных состояний к любым веществам приводит к плохим результатам.

Улучшенным вариантом закона является его обобщенная версия, в которой принимается, что если

$$z_K = \text{idem}, \pi = \text{idem}, \tau = \text{idem},$$

то

$$\omega = \text{idem} \text{ и } z = \text{idem},$$

так как для веществ с близкими значениями Z_K

$$z = \frac{p \cdot v}{R \cdot T} = \frac{\pi \cdot p_K \cdot \omega \cdot v_K}{8314 \cdot T_K \cdot \tau} = \frac{\pi \cdot \omega}{\tau} \cdot \frac{p_K \cdot v_K}{8314 \cdot T_K} = \frac{\pi \cdot \omega}{\tau} \cdot Z_K.$$

В этом случае вещества собираются в группы веществ с близкими значениями коэффициента сжимаемости в критической точке Z_K , в пределах которой и применяется закон соответственных состояний для определения коэффициента сжимаемости z . В каждой группе выбрано вещество, наиболее полно исследованное, и для него составлены таблицы обобщенных термодинамических свойств, пример которых приведен в табл. 5.4. Из них и берутся значения z .

Таблица 5.4. Обобщенный коэффициент сжимаемости z

τ	$\pi = 0,30$				$\pi = 0,40$			
	H ₂ O	I	II	III	H ₂ O	I	II	III
	$z_K=0,23$	$z_K=0,25$	$z_K=0,27$	$z_K=0,29$	$z_K=0,23$	$z_K=0,25$	$z_K=0,27$	$z_K=0,29$
τ_s	0,858	0,856	0,846	0,826	0,889	0,885	0,876	0,861
z''	0,760	0,780	0,783	0,790	0,700	0,732	0,738	0,746
z'	0,347	0,040	0,045	0,051	0,047	0,052	0,060	0,068
0,50	0,0448	0,048	0,055	0,063	0,0597	0,062	0,073	0,084
0,60	0,0389	0,043	0,049	0,056	0,0519	0,057	0,065	0,075
0,70	0,0356	0,040	0,046	0,050	0,0474	0,053	0,061	0,070
0,80	0,0342	0,039	0,044	0,051	0,0456	0,051	0,056	0,067

Подобные методы применяются и для расчета других термодинамических свойств.

Пример 5.6

Определить удельный объем четыреххлористого углерода CCl₄ при температуре $t = 261^\circ\text{C}$ и давлении $p = 3,2$ МПа. Известны его критические параметры: $t_K = 283,2^\circ\text{C}$; $p_K = 4,56$ МПа; $v_K = 0,00179$ м³/кг.

Решение

Молярная масса CCl₄

$$\mu = 12 + 4 \cdot 35,5 = 154 \text{ кг/кмоль.}$$

Рассчитаем коэффициент сжимаемости в критической точке z_K

$$z_K = \frac{p_K \cdot v_K}{R \cdot T_K} = \frac{4,56 \cdot 10^3 \cdot 0,00179 \cdot 154}{8,314 \cdot (283,2 + 273,15)} = 0,272.$$

Приведенные параметры заданного состояния составляют

$$\pi = \frac{p}{p_K} = \frac{3,2 \cdot 10^3}{4,56 \cdot 10^3} = 0,702,$$

$$\tau = \frac{T}{T_K} = \frac{534,15}{556,35} = 0,96.$$

В столбце таблицы

$$z_K = 0,27,$$

находим

$$z = 0,613,$$

тогда

$$v = \frac{z \cdot R \cdot T}{p} = \frac{0,613 \cdot 8,314 \cdot 534,15}{3,2 \cdot 10^3 \cdot 154} = 0,00901 \text{ м}^3/\text{кг.}$$

Измеренное значение удельного объема равно

$$v_3 = 0,00910 \text{ м}^3/\text{кг}.$$

Ответ: $v = 0,00901 \text{ м}^3/\text{кг}$, расхождение составляет

$$\delta v = \frac{v_3 - v}{v_3} \cdot 100\% = \frac{0,00910 - 0,00901}{0,00910} \cdot 100\% = 1\%.$$

В настоящее время разработано много методов сравнительных расчетов термодинамических свойств веществ. В основе их всех положена обобщенная версия закона соответственных состояний с привлечением какого-либо дополнительного параметра:

- критического коэффициента сжимаемости z_K ;
- параметра Филиппова

$$A = 100 \cdot \pi_{1,6};$$

где $\pi_{1,6} = \pi$ при $\tau^{-1} = \frac{T_K}{T} = 1,6$;

- фактора ацентричности Питцера

$$\omega = -(\lg(\pi) - 1)$$

при $\tau = 0,7$ и других параметрах, а также таблиц приведенных свойств или приведенных уравнений состояния. Сюда же можно отнести и применение расчетов по вириальному уравнению с использованием какого-либо межмолекулярного потенциала, например потенциала Леннарда-Джонса (5.31), таблиц относительных значений вириальных коэффициентов.

5.7. Контрольные вопросы

1. Назовите условия фазового равновесия.
2. Какие вещества называются аномальными?
3. Назовите условия существования критической точки.
4. Сформулируйте правило фаз Гиббса.
5. Напишите, чему равен коэффициент (фактор) сжимаемости вещества z .
6. Напишите уравнение состояния Ван-дер-Ваальса.
7. Назовите параметры тройной точки воды.
8. Назовите параметры критической точки воды.
9. Где находится начало отсчета калорических свойств воды и водяного пара?
10. Напишите уравнение состояния в вириальной форме.
11. Чему равна изобарная теплоемкость влажного пара?
12. Объясните понятия точка Бойля, температура Бойля.
13. Объясните закон соответственных состояний веществ.

Глава 6. ВЛАЖНЫЙ ВОЗДУХ

6.1. Основные понятия и свойства влажного воздуха

Влажный воздух — это смесь сухого воздуха и влаги, которая может быть в виде пара, жидкости (роса, туман) и в твердом состоянии (лед, снег). Наибольший интерес в практической теплотехнике представляет смесь воздуха и водяного пара при не очень высоких давлениях, когда ее можно представить, как смесь идеальных газов. Последнее объясняется тем, что в большинстве задач температура воздуха существенно превышает критическую температуру и его свойства вплоть до достаточно высоких давлений мало отличаются от свойств идеального газа.

Парциальное давление водяного пара в смеси с воздухом очень мало, вследствие чего его свойства при любых температурах также будут близки к свойствам идеального газа. Поэтому для влажного воздуха справедлив закон Дальтона (1.64), согласно которому сумма парциальных давлений всех компонентов смеси равна давлению смеси. Многие задачи, связанные с расчетами процессов во влажном воздухе, проходят при атмосферном (барометрическом) давлении B и закон Дальтона в этом случае будет иметь вид

$$p_{\text{п}} + p_{\text{с.в}} = B, \quad (6.1)$$

где $p_{\text{п}}$, $p_{\text{с.в}}$ — парциальные давления пара и сухого воздуха.

В то же время, если давление влажного воздуха отличается от барометрического, то под символом B в формуле (6.1) следует понимать реальное давление влажного воздуха. Необходимо помнить, что применять формулу (6.1) можно и при давлениях больших, чем давление B , только если влажный воздух можно считать смесью идеальных газов, в которой каждый компонент в смеси находится при температуре смеси и при давлении, равном парциальному давлению. Возможность использования законов идеального газа, в том числе закона Дальтона (6.1), можно оценить по диаграмме (рис. 1.15).

Особенностью влажного воздуха, как смеси идеального газа, является возможность одной компоненты смеси — водяного пара конденсироваться с образованием жидкой фазы (росы или тумана) или твердой фазы (снега или льда). Влажный воздух, представляющий собой смесь сухого воздуха с водяным паром и водой, в которой пар и вода находятся в состоянии насыщения, а парциальное давление пара равно давлению насыщения p_s при температуре влажного воздуха

$$p_{\text{п}} = p_s,$$

называют *насыщенным влажным воздухом*. На рис. 6.1 состояния пара и воды в насыщенном влажном воздухе обозначены соответственно точками a'' и a' .

Влажный воздух, в котором парциальное давление пара меньше давления насыщения

$$p_{\text{п}} < p_s,$$

а пар находится в состоянии перегретого пара, называют *ненасыщенным влажным воздухом* (состояние 1 на рис. 6.1).

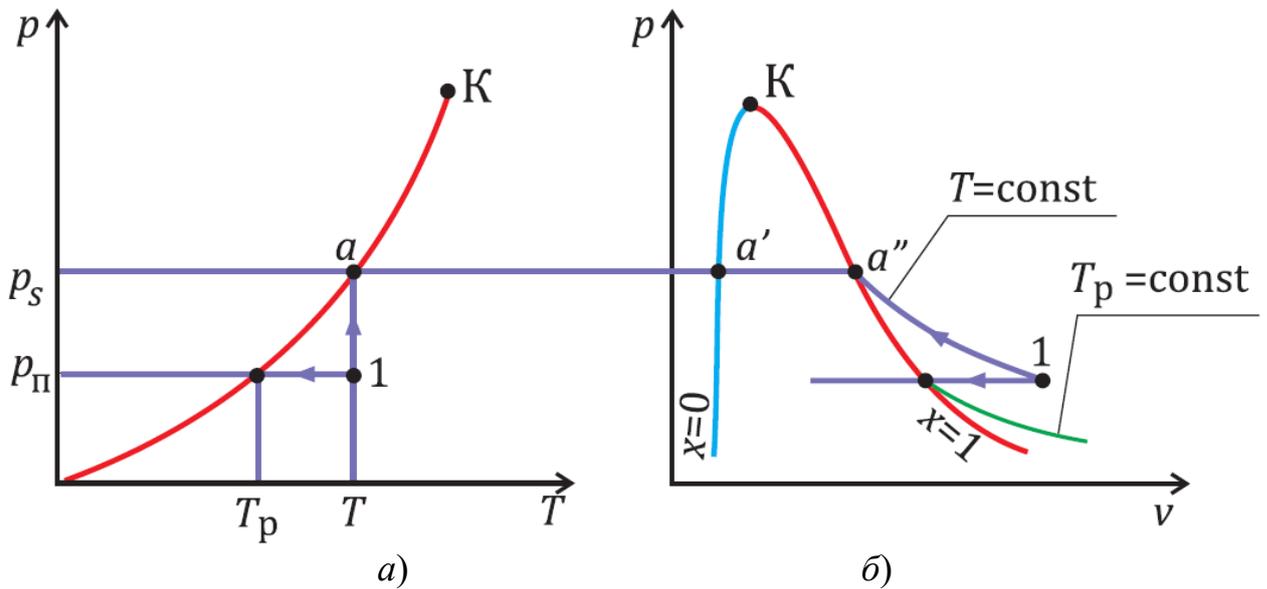


Рис. 6.1. Состояния водяного пара в смеси с сухим воздухом в p, T (а) и p, v (б) диаграммах

Температура, при которой из влажного воздуха при его охлаждении (при постоянном давлении) выпадает роса или туман, называется температурой *точки росы*. На рис. 6.1 — это температура T_p , равная температуре насыщения пара при его парциальном давлении:

$$T_p = T_s(p_{\text{п}}).$$

Для оценки количества влаги во влажном воздухе используется *влажносодержание* влажного воздуха, равное массе влаги, содержащейся в 1 кг сухого воздуха. Так как в общем случае влага может состоять из пара, жидкой фазы — воды (роса, туман) и твердой фазы (снег, лед), то

$$d = \frac{m_{\text{п}} + m_{\text{ж}} + m_{\text{ТВ}}}{m_{\text{с.в}}},$$

а общее влажносодержание обычно разделяют на составные части

$$d_{\text{п}} = \frac{m_{\text{п}}}{m_{\text{с.в}}}; \quad d_{\text{ж}} = \frac{m_{\text{ж}}}{m_{\text{с.в}}}; \quad d_{\text{ТВ}} = \frac{m_{\text{ТВ}}}{m_{\text{с.в}}}.$$

В ненасыщенном влажном воздухе отсутствуют жидкая и твердая фазы, поэтому

$$m_{\text{ж}} = m_{\text{ТВ}} = 0,$$

а

$$d = d_{\text{п}} = \frac{m_{\text{п}}}{m_{\text{с.в}}}, \quad (6.2)$$

поэтому вместо термина «влажностердержание» также используется термин «паросодержание», размерность которого — кг пара/(кг сух. воздуха) или г пара/(кг сух. воздуха).

Может вызвать удивление то, что для оценки относительного количества влаги используется отношение массы одного компонента смеси (пара) к массе другого компонента (сухого воздуха), а не к массе смеси, как это принято для смесей постоянного состава. Это объясняется тем, что влажный воздух не является смесью постоянного состава, из-за возможной конденсации водяного пара и уменьшению его массы. Во влажном воздухе в качестве неизменной величины удобно принять массу (или массовый расход) сухого воздуха, относительно которой в (6.2) оценивается количество влаги во влажном воздухе.

Характеристикой влажного воздуха может служить *абсолютная влажностер* (хотя она редко используется), равная массе пара, содержащейся в 1 м³ влажного воздуха

$$\rho_{\text{п}} = \frac{m_{\text{п}}}{V}, \quad (6.3)$$

представляющая собой плотность пара во влажном воздухе — кг пара/м³ вл. воздуха или г пара/м³ вл. воздуха.

Наиболее часто в качестве характеристики влажного воздуха используется не абсолютная, а *относительная влажностер*, равная отношению абсолютной влажности (6.3) к максимально возможному её значению при тех же значениях температуры T и давления B влажного воздуха

$$\varphi = \frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_{\text{п}}^{\text{max}}}. \quad (6.4)$$

Алгоритм определения максимальной плотности пара $\rho_{\text{п}}^{\text{max}}$ при заданной температуре T зависит от соотношения давления влажного воздуха B и давления насыщения пара $p_s(T)$:

$$p_s(T) < B \text{ или } p_s(T) > B.$$

а) *Состояние*, когда $p_s(T) < B$, часто встречается, когда при атмосферном давлении ($B \approx 1$ бар) температура влажного воздуха не превышает $t \approx 100^\circ\text{C}$ (рис. 6.2, а или рис. 6.1). При таком соотношении давлений состояние, в котором плотность пара максимальна (или минимален удельный объем)

$$v_{\text{п}} = \frac{1}{\rho_{\text{п}}},$$

это состояние сухого насыщенного пара (точка a'' на рис. 6.1, б).
Относительная влажность (6.4) в этом случае определяется

$$\varphi = \frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_{\text{п}}^{\text{max}}} = \frac{\rho_{\text{п}}}{\rho''}. \quad (6.4a)$$

Если водяной пар при температуре T и максимальном давлении

$$p_{\text{max}} = p_s(T),$$

можно считать идеальным газом, то, записав для него уравнение Клапейрона-Менделеева в двух состояниях на изотерме — состоянии 1 и состоянии с максимальной плотностью пара

$$\rho_{\text{п}} = \frac{p_{\text{п}}}{R_{\text{п}} \cdot T}, \quad \rho_{\text{max}} = \frac{p_s(T)}{R_{\text{п}} \cdot T}$$

и разделив одно уравнение на другое, получаем

$$\varphi = \frac{p_{\text{п}}}{p_s(T)}. \quad (6.4b)$$

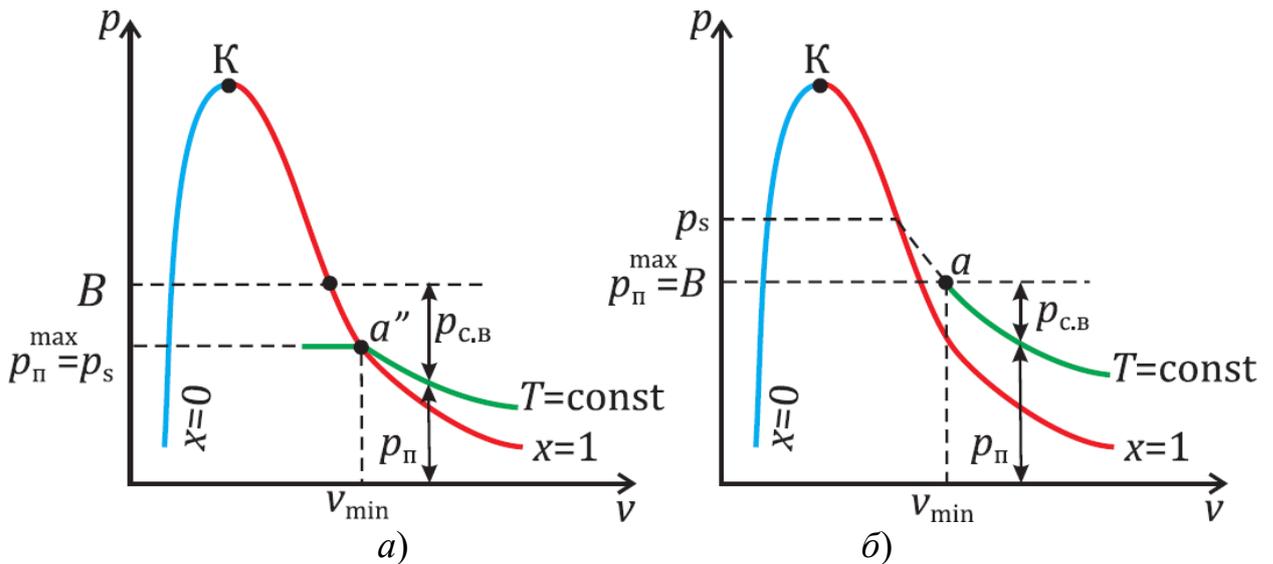


Рис. 6.2. Определение максимального давления пара $p_{\text{п}}$ при а) $p_s(T) < B$ и б) $p_s(T) > B$

Из (6.4a) и (6.4b) следует, что в ненасыщенном влажном воздухе

$$\rho_{\text{п}} < \rho''; \quad p_{\text{п}} < p_s(T) \text{ и } \varphi < 1,$$

а в насыщенном влажном воздухе

$$\rho_{\text{п}} = \rho''; \quad p_{\text{п}} = p_s(T) \text{ и } \varphi = 1.$$

По величине относительной влажности можно судить о том, насколько пар в составе ненасыщенного влажного воздуха близок к состоянию насыщения при той же температуре, когда из-за увеличения массы пара

начнется его конденсация с образованием росы или тумана, а относительная влажность станет равной единице

$$\varphi = 1.$$

Используя таблицы термодинамических свойств водяного пара в состоянии насыщения [3], можно получить предельные значения его парциального давления

$$p_{\max} = p_s(T)$$

и плотности пара

$$\rho'' = \frac{1}{v''}$$

во влажном воздухе. В качестве примера в табл. 6.1 приведены максимальные значения давления p_s и плотности водяного пара при различных температурах.

Таблица 6.1. Предельные параметры водяного пара в атмосферном влажном воздухе

$t, ^\circ\text{C}$	0	10	20	30	50	70
$p_s, \text{кПа}$	0,61	1,23	2,34	4,25	12,35	31,20
$\rho_s, \text{г/м}^3$	4,9	9,4	17,3	30,4	83,1	198,4

б) *Состояние, когда $p_s(T) > B$, встречается, когда, например, влажный воздух при атмосферном давлении ($B \approx 1$ бар) нагревается до температуры, превышающей 100°C (рис. 6.2, б). При таком соотношении давлений состояние, в котором плотность пара максимальна или минимален удельный объем*

$$v_{\pi} = 1/\rho_{\pi},$$

это состояние перегретого пара при температуре T и давлении B , в котором

$$\rho_{\pi}^{\max} = \rho(T, B),$$

т.к. парциальное давление пара p_{π} не может быть больше давления влажного воздуха B . Относительная влажность (6.4) в этом случае определяется

$$\varphi = \frac{\rho_{\pi}}{\rho_{\pi}^{\max}} = \frac{\rho_{\pi}}{\rho(T, B)}. \quad (6.5)$$

Интересно отметить, что в состоянии максимальной плотности

$$\rho_{\pi}^{\max} = \rho(T, B)$$

максимальное давление пара равно давлению влажного воздуха

$$p_{\pi} = B.$$

Это означает, что в этом состоянии во влажном воздухе осталась только одна компонента — пар, давление которого

$$p_{\text{п}} = B < p_{\text{с}}(T),$$

а влажный воздух является ненасыщенным. При давлении $p_{\text{п}} > B$ и температуре T существует только водяной пар.

Если водяной пар при температуре T и давлении B можно считать идеальным газом, то в выражении относительной влажности (6.5) отношение плотностей можно заменить отношением давлений

$$\varphi = \frac{p_{\text{п}}}{p_{\text{мах}}} = \frac{p_{\text{п}}}{B}. \quad (6.5a)$$

Уравнения (6.4б) и (6.5a), более простые, чем уравнения (6.4a) и (6.5), можно применять при умеренных давлениях влажного воздуха, когда при максимальных парциальных давлениях водяного пара и сухого воздуха, оба компонента влажного воздуха могут считаться идеальным газом без существенной потери точности.

Плотность ненасыщенного влажного воздуха, когда его составляющие — сухой воздух и водяной пар можно считать идеальными газами, записывается так

$$\rho = \rho_{\text{с.в}} + \rho_{\text{п}} = \frac{p_{\text{с.в}}}{R_{\text{с.в}} \cdot T} + \frac{p_{\text{п}}}{R_{\text{п}} \cdot T},$$

а заменив, в соответствии с уравнением Дальтона

$$p_{\text{с.в}} = B - p_{\text{п}},$$

получаем

$$\rho = \frac{B}{R_{\text{с.в}} \cdot T} - \frac{p_{\text{п}}}{T} \cdot \left(\frac{1}{R_{\text{с.в}}} - \frac{1}{R_{\text{п}}} \right) = \frac{B}{0,287 \cdot T} - \frac{1,32 \cdot p_{\text{п}}}{T}, \quad (6.6)$$

где $p_{\text{п}}$ — давление насыщения, кПа.

Соотношения между характеристиками ненасыщенного влажного воздуха, считая его компоненты — водяной пар и сухой воздух — идеальными газами, можно получить, используя уравнение Клапейрона-Менделеева (1.33) для $m_{\text{п}}$ килограммов водяного пара ($\mu_{\text{вод.пар}} = 18$ кг/кмоль) и $m_{\text{с.в}}$ килограммов сухого воздуха ($\mu_{\text{с.в}} = 29$ кг/кмоль),

$$p_{\text{п}} \cdot V = m_{\text{п}} \cdot \frac{8314,5}{18} \cdot T;$$

$$p_{\text{с.в}} \cdot V = m_{\text{с.в}} \cdot \frac{8314,5}{29} \cdot T.$$

Разделив одно уравнение на другое, получаем

$$\frac{p_{\text{п}}}{p_{\text{с.в}}} = d_{\text{п}} \cdot \frac{1}{0,622},$$

в котором, используя (6.1), заменим $p_{c.в}$ на разность $(B - p_{п})$,

$$d_{п} = 0,622 \cdot \frac{p_{п}}{p_{c.в}} = 0,622 \cdot \frac{p_{п}}{B - p_{п}}, \quad (6.7)$$

где $d_{п}$ — паросодержание, кг пара/кг сух. воздуха.

Выражение (6.7) устанавливает взаимосвязь между $d_{п}$, $p_{п}$ и $p_{c.в}$, а также между $d_{п}$, $p_{п}$ и B . Заменив, в соответствии с (6.5)

$$p_{п} = \varphi \cdot p_{\max},$$

получаем

$$d_{п} = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_{\max}}{B - \varphi \cdot p_{\max}}, \quad (6.7a)$$

где $p_{\max} = p_s(T)$, если $p_s(T) < B$, и $p_{\max} = B$, если $p_s(T) > B$.

а) Если

$$p_s(T) < B,$$

то

$$p_{\max} = p_s(T),$$

а выражение (6.7a) будет иметь вид

$$d_{п} = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_s(T)}{B - \varphi \cdot p_s(T)}, \quad (6.7b)$$

в котором давление насыщения пара $p_s(T)$ зависит только от температуры, поэтому соотношение (6.7b) — это соотношение между $d_{п}$, B , φ и T .

б) Если

$$p_s(T) > B,$$

то

$$p_{\max} = B,$$

а выражение (6.7a) будет иметь вид

$$d_{п} = 0,622 \cdot \frac{\varphi}{1 - \varphi}. \quad (6.7c)$$

Уравнение (6.7c) показывает, что когда температура T и давление B влажного воздуха удовлетворяют условию

$$p_s(T) > B,$$

относительная влажность φ зависит только от паросодержания $d_{п}$, а при постоянном $d_{п}$ остается постоянной.

Пример 6.1

При давлении $B = 100$ кПа и температуре $t = 30^\circ\text{C}$ точка росы влажного воздуха равна $t_p = 19^\circ\text{C}$. Определить парциальное давление пара, относительную влажность воздуха и его влагосодержание.

Решение

По таблицам водяного пара [3] по $t_p = 19^\circ\text{C}$ определяется давление насыщения

$$p_{\text{нас}} = 0,0021982 \text{ МПа} = 2,1982 \text{ кПа.}$$

Т.к. при охлаждении влажного воздуха $p_{\text{п}} = \text{const}$ (рис. 6.1), то в т. 1

$$p_{\text{п1}} = 2,1982 \text{ кПа.}$$

Максимальное давление пара (при $t_1 = \text{const}$) — это давление насыщения при $t_1 = 30^\circ\text{C}$. Поэтому по таблицам водяного пара [3] по $t = 30^\circ\text{C}$ определяется давление насыщения

$$p_{\text{нас}} = p_{\text{п.max}} = 4,2467 \text{ кПа.}$$

Относительная влажность (6.5)

$$\varphi = \frac{p_{\text{п}}}{p_{\text{п.max}}} = \frac{2,1982}{4,2467} = 0,518 = 51,8\%.$$

Влагосодержание определяется по формуле (6.7b)

$$d_{\text{п}} = 622 \cdot \frac{p_{\text{п}}}{B - p_{\text{п}}} = 622 \cdot \frac{2,1982}{100 - 2,1982} = 14,9 \text{ г/кг сух. воздуха.}$$

Ответ: $p_{\text{п}} = 2,1982$ кПа; $\varphi = 51,8\%$; $d_{\text{п}} = 14,9$ г/кг с. в.

При расчете тепловых процессов в потоке влажного воздуха, как и любого другого вещества, требуется знание *удельной энтальпии*. Для удобства расчетов энтальпию влажного воздуха также, как и влагосодержание $d_{\text{п}}$, относят к 1 кг сухого воздуха

$$h = h_{\text{с.в}} + d_{\text{п}} \cdot h_{\text{п}} + d_{\text{ж}} \cdot h_{\text{ж}}, \quad (6.8)$$

где $h_{\text{с.в}}$, $h_{\text{п}}$, $h_{\text{ж}}$ — удельные энтальпии сухого воздуха, водяного пара и воды; $d_{\text{п}}$, $d_{\text{ж}}$ — влагосодержание, равное соответственно количеству водяного пара и воды, содержащихся в 1 кг сухого воздуха.

При невысоких давлениях (примерно $p < 1,5$ МПа) компоненты влажного воздуха — сухой воздух и водяной пар можно считать идеальным газом, а энтальпию зависящей только от температуры. Для получения расчетных соотношений при сравнительно небольших изменениях температуры энтальпию компонентов представляют через теплоемкость и

температуру. Приняв начало отсчета энтальпии сухого воздуха при $t_0 = 0^\circ\text{C}$, а воды и водяного пара в тройной точке воды $t_0 = 0,01^\circ\text{C} \approx 0^\circ\text{C}$, получаем

$$\begin{aligned} h_{\text{с.в}} &= c_{p,\text{с.в}} \cdot (t - t_0), \\ h_{\text{п}} &= r_{0,\text{п}} + c_{p,\text{п}} \cdot (t - t_0), \quad h_{\text{ж}} = c_{p,\text{ж}} \cdot (t - t_0), \end{aligned} \quad (6.9)$$

в которой принимаем $c_{p,\text{с.в}} = 1 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$, $r_{0,\text{п}} = 2501 \text{ кДж}/\text{кг}$, $c_{p,\text{п}} \approx 1,89 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$, $c_{p,\text{ж}} = 4,19 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$.

Подставив численные значения c_p и $r_{\text{п}}$ в (6.9) и (6.8), получаем

$$h = t + (2501 + 1,89 \cdot t) \cdot d_{\text{п}} + 4,19 \cdot t \cdot d_{\text{ж}}, \quad (6.10)$$

где h , кДж/кг сух. воздуха; t , $^\circ\text{C}$.

Для ненасыщенного влажного воздуха $d_{\text{ж}} = 0$ и поэтому

$$h = t + (2501 + 1,89 \cdot t) \cdot d_{\text{п}}. \quad (6.11)$$

Максимальное паросодержание $d_{\text{п}}^{\text{max}}$ получаем при максимальном давлении пара p_{max} при заданной температуре T и давлении B влажного воздуха

$$d_{\text{п}}^{\text{max}} = 0,622 \cdot \frac{p_{\text{max}}}{B - p_{\text{max}}}, \quad (6.12)$$

которое зависит от соотношения между давлением насыщения $p_s(T)$ и давлением влажного воздуха B :

а) если

$$p_s(T) < B$$

(рис. 6.2, а), то максимальное давление — это давление насыщения $p_s(T)$. Для насыщенного влажного воздуха $d_{\text{ж}} \neq 0$, пар находится в состоянии насыщения ($\varphi = 1$), паросодержание $d_{\text{п}}$ (6.7) достигает максимального для заданной температуры значения (6.7б), а энтальпия определяется как

$$h = t + (2501 + 1,89 \cdot t) \cdot d_{\text{п}}^{\text{макс}} + 4,19 \cdot t \cdot d_{\text{ж}}. \quad (6.13)$$

б) если

$$p_s(T) > B$$

(рис. 6.2, б), то максимальное давление пара — это давление влажного воздуха B , а максимальная плотность пара — это плотность перегретого пара при параметрах влажного воздуха — температуре T , и давлении B . Влажный воздух при любых давлениях, включая максимальное давление B , остается ненасыщенным. Энтальпия влажного воздуха при этом рассчитывается по (6.11), в которой $d_{\text{п}}$ рассчитывается по (6.7с).

Уравнения (6.1)-(6.12) позволяют выполнить расчеты термодинамических процессов, совершаемых влажным воздухом. Однако расчеты упрощаются и становятся нагляднее (хотя их точность снижается),

если используются графические методы с применением h, d -диаграммы, которая строится на основе тех же уравнений (6.1)-(6.13).

Энтродия влажного воздуха, так же, как и энтальпия (6.6), является суммой энтропий сухого воздуха и водяного пара и так же, как и энтальпия относится к 1 кг сухого воздуха

$$s = s_{с.в} + d_{п} \cdot s_{п}, \quad (6.14)$$

где $s, s_{с.в}$ — энтропия влажного и сухого воздуха, кДж/(К·кг с.в),

$s_{п}$ — энтропия пара, кДж/(К·кг пара),

$d_{п}$ — паросодержание, кг пара/ кг с.в.

Энтропия сухого воздуха $s_{с.в}$ рассчитывается с учетом начала отсчета $T_0 = 273,15$ К и $p_{0,с.в} = 100$ кПа,

$$s_{с.в} = c_p^{с.в} \cdot \ln \frac{T}{T_0} - R_{с.в} \cdot \ln \frac{p_{с.в.}}{p_{0,с.в.}}. \quad (a)$$

Начало отсчета энтропии воды и водяного пара — в тройной точке воды: $s_{ж} = 0$ при $T_T \approx T_0 = 273,15$ К и $p_{0,п} = p_T \approx 611$ Па. Поэтому при расчете энтропии пара необходимо учитывать увеличение энтропии в процессе парообразования при $T_0 = \text{const}$ ($r_0/T_0 = 2501/273,15$ кДж/(К·кг пара))

$$s_{п} = \frac{r_0}{T_0} + c_{p,п} \cdot \ln \frac{T}{T_0} - R_{п} \cdot \ln \frac{p_{с.в.}}{p_{0,с.в.}}. \quad (b)$$

Подставив (a) и (b) в (6.14), получаем

$$s = c_p^{с.в} \cdot \ln \frac{T}{T_0} - R_{с.в} \cdot \ln \frac{p_{с.в.}}{p_{0,с.в.}} + d_{п} \cdot \left[\frac{r_0}{T_0} + c_{p,п} \cdot \ln \frac{T}{T_0} - R_{п} \cdot \ln \frac{p_{п}}{p_{0,п}} \right]. \quad (6.15)$$

6.2. h, d -диаграмма влажного воздуха

h, d -диаграмма влажного воздуха строится, как это следует из (6.6) и (6.7), для определенного давления влажного воздуха, чаще всего — для атмосферного давления B . В частности, в качестве атмосферного давления принимается некоторое осредненное давление, зависящее от высоты расположения географических регионов над уровнем моря. Например, для приморских городов, в том числе для С-Петербурга, принимается $B = 760$ мм рт. ст. = 101,325 кПа, в Москве — 745 мм рт. ст. Ориентируясь на систему единиц СИ, h, d -диаграмма также строится для $B = 100$ кПа = 750 мм рт. ст.

Изотермы ($t = \text{const}$) ненасыщенного влажного воздуха в h, d -диаграмме, как это следует из (6.11), — прямые линии, у которых при $d_{п} = 0$ энтальпия h , выраженная в кДж/кг сухого воздуха, численно равна температуре t в градусах Цельсия (рис. 6.2). Наклон изотерм определяется производной

$$\left(\frac{\partial h}{\partial d_{\text{п}}}\right)_t = 2501 + 1,9 \cdot t,$$

которая немного увеличивается с ростом температуры. При увеличении влагосодержания $d_{\text{п}}$ на изотерме парциальное давление пара достигает значения $p_{\text{п}} = p_s$ (на рис 6.1 это процесс 1-а"), относительная влажность

$$\varphi = 1,$$

а влагосодержание

$$d_{\text{п}} = d_s$$

(6.12). Если такие же расчеты и построения выполнить для других температур и для других значений φ (0,9; 0,8; 0,7 и т.д.), то, соединив на изотермах точки с одинаковыми значениями φ , получаем линии постоянной относительной влажности $\varphi = \text{const}$: $\varphi = 1,0$, $\varphi = 0,9$, $\varphi = 0,8$ и т.д.

При дальнейшем увеличении влагосодержания (при $d > d_s$ и $t = \text{const}$) пар начинает конденсироваться, рост давления пара прекращается ($p_{\text{п}} = p_s$), а влажный воздух становится *насыщенным*. Увеличение влагосодержания насыщенного влажного воздуха происходит только за счет увеличения массы сконденсировавшейся воды (тумана или росы), масса сухого насыщенного пара и масса сухого воздуха при этом не изменяются. Для насыщенного влажного воздуха, также, как и для ненасыщенного влажного воздуха, изотерма в h, d -диаграмме — прямая линия (6.2), но ее наклон, т.е. производная энтальпии (6.13) по температуре

$$\left(\frac{\partial h}{\partial d_{\text{ж}}}\right)_t = 4,18 \cdot t,$$

заметно меньше, чем для ненасыщенного влажного воздуха.

В построенной таким образом h, d -диаграмме (рис. 6.3) площадь диаграммы оказалась заполнена неравномерно — где-то изолиний много, а где-то их совсем нет. В связи с этим, ось d была развернута на 135° по отношению к оси h , как это показано на рис. 6.4. Очевидно, что в такой косоугольной диаграмме изолинии $h = \text{const}$ параллельны оси d и образуют с осью h угол 135° . Изолиния $\varphi = 1$ на рис. 6.4 делит поверхность h, d -диаграммы на область ненасыщенного и область насыщенного влажного воздуха (область тумана).

$B=750$ мм рт. ст.=100кПа

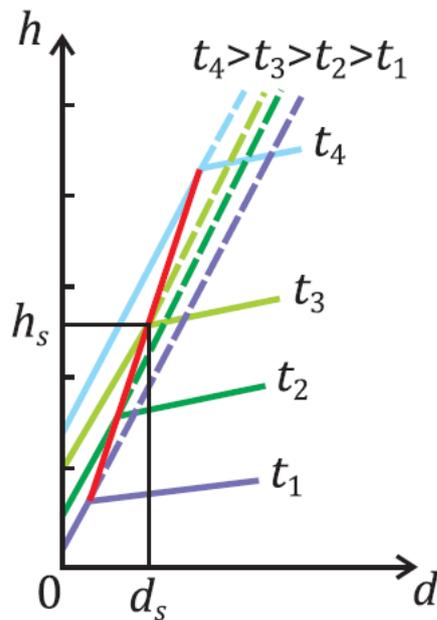


Рис. 6.3. h, d -диаграмма в прямоугольных координатах
 $B=750$ мм рт.ст.=100 кПа

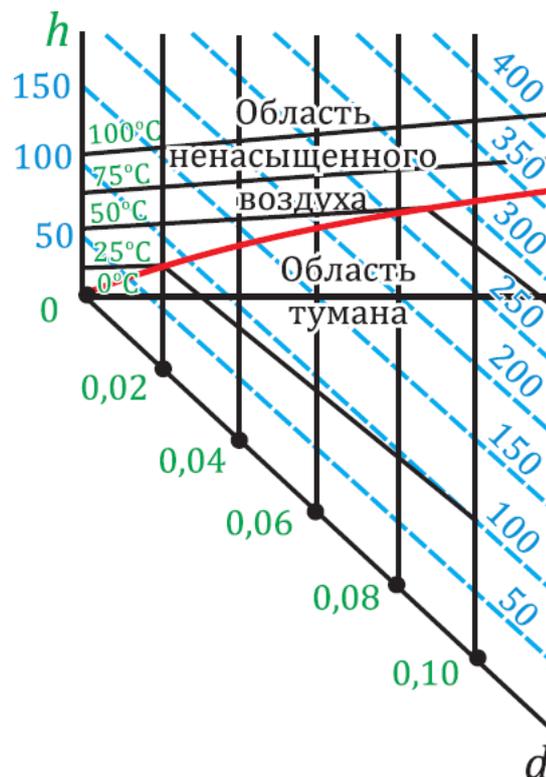


Рис. 6.4. h, d -диаграмма в косоугольных координатах
 $B = 750$ мм рт.ст. = 100 кПа

Имея в виду, что h, d -диаграмма влажного воздуха, построенная для атмосферного воздуха, чаще всего используется в сушильных установках, в которых влага удаляется из влажных материалов, а процессы проходят в области ненасыщенного влажного воздуха, область насыщенного влажного

воздуха — нижняя часть h, d -диаграммы на рис. 6.4 оказалась невостребованной. В связи с этим, во-первых, сохранив положение всех изолиний, как на рис. 6.3, ось d вернули в первоначальное (горизонтальное) положение; и, во-вторых, изотермы в области насыщенного влажного воздуха, как правило, на диаграмму не наносят. После этих изменений h, d -диаграмма стала выглядеть, как на рис. 6.5.

В h, d -диаграммах обычно влагосодержание приводят не в кг пара/кг сух. воздуха, а в г пара/кг сух. воздуха; относительную влажность φ указывают не в долях от единицы, а в процентах. Обычно, используя (6.7), в h, d -диаграмме строят *номограмму* (линию), позволяющую по известному влагосодержанию d определить парциальное давление пара $p_{\text{п}}$ по дополнительной шкале, которая находится справа в нижней части диаграммы (рис. 6.4): давление $p_{\text{п}}$ измеряется в точке пересечения линии $d = \text{const}$ и наклонной линии-номограммы.

Кроме того, наносят прерывистой линией изотермы мокрого термометра ($t_{\text{м}} = \text{const}$). Под температурой мокрого термометра понимают температуру поверхности воды, которая обдувается потоком влажного ненасыщенного воздуха. В этом случае $t_{\text{м}} < t$. Если поверхность воды обдувается потоком насыщенного воздуха, то температура у поверхности воды совпадает с температурой воздуха $t_{\text{м}} = t$. Поэтому на h, d -диаграмме изотермы сухого и мокрого термометров, соответствующих одному и тому же значению температуры, пересекаются на линии насыщенного воздуха, т.е. на линии $\varphi = 100\%$.

Пример 6.2

На h, d -диаграмме (рис. 6.5) показана точка А, которая обычно образуется пересечением двух произвольных изолиний, соответствующих двум независимым свойствам влажного воздуха. Необходимо определить термодинамические свойства влажного ненасыщенного воздуха ($t, t_{\text{м}}, t_p, d, h, \varphi, p_{\text{п}}$) в точке А. Найдите на h, d -диаграмме проходящие через точку А изолинии различных свойств и определите их численные значения. Парциальное давление $p_{\text{п}}$, в отличие от остальных свойств, определяется с помощью вспомогательной линии (номограммы) по дополнительной шкале, которая находится справа в нижней части диаграммы. Сравните найденные вами значения свойств влажного воздуха с приведенными ответами.

Ответ: $t = 60^\circ\text{C}$, $t_{\text{м}} \approx 28,3^\circ\text{C}$, $t_p = 21,5^\circ\text{C}$, $d = 12$ г/кг с. в., $h = 90$ кДж/кг с. в., $\varphi = 10\%$, $p_{\text{п}} \approx 12,5$ мм рт. ст.

$B=750$ мм рт. ст.=100кПа

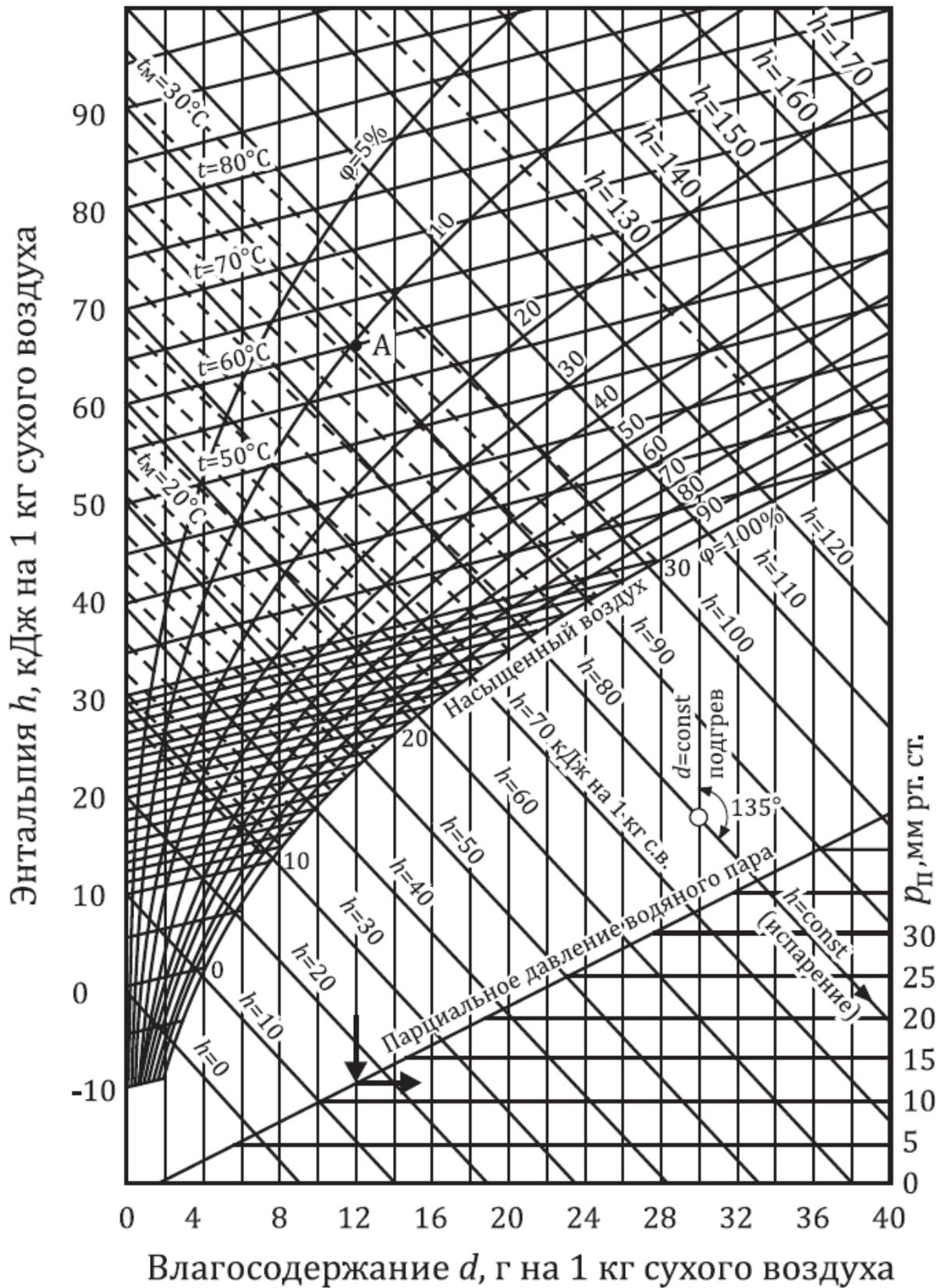


Рис. 6.5. h, d -диаграмма влажного воздуха

Следует помнить, что простота и наглядность использования h, d -диаграммы сопровождается некоторой потерей точности в определении свойств и, как следствие, при расчете процессов влажного воздуха.

При давлениях p , превышающих атмосферное давление B , но позволяющих считать компоненты влажного воздуха — сухой воздух и водяной пар — идеальным газом (для технических расчетов примерно при $p \leq 1,5$ МПа), можно использовать все вышеприведенные соотношения, заменив при этом барометрическое давление B на давление влажного воздуха p . При давлении $p \geq B$ положение изотерм влажного воздуха в h, d -диаграмме не изменится, т.к. энтальпия идеального газа не зависит от давления. Линии же постоянной относительной влажности (линии $\varphi = \text{const}$) смещаются. Характер этого смещения можно установить, записав для двух давлений ненасыщенного влажного воздуха p_1 и p_2 при $t = \text{const}$ выражения для относительной влажности

$$\varphi = \frac{p_{\text{п}}}{p_{\text{max}}},$$

в которых парциальное давление пара, согласно (1.63)

$$p_{\text{п}} = x_{\text{п}} \cdot p,$$

где $x_{\text{п}}$ — мольная доля пара в смеси пар-сухой воздух, а максимальное давление пара p_{max} — это давление насыщения $p_s(t)$:

$$\varphi_1 = x_{\text{п1}} \cdot \frac{p_1}{p_s(t)}; \varphi_2 = x_{\text{п2}} \cdot \frac{p_2}{p_s(t)}.$$

Имея ввиду, что при изменении давления влажного воздуха его состав (влажность $d_{\text{п}}$, мольная доля пара $x_{\text{п}}$) не меняется, а давление насыщения $p_s(t)$, зависящее только от температуры, также не меняется, то разделив второе выражение (φ_2) на первое (φ_1), получаем

$$\varphi_2 = \varphi_1 \cdot \frac{p_2}{p_1}. \quad (6.16)$$

Т.е. увеличение давления влажного воздуха при неизменной температуре приводит к пропорциональному увеличению относительной влажности φ . Таким образом, если на h, d -диаграмме, построенной для давления p_1 , в произвольной точке с параметрами t и φ_1 при увеличении давления влажного воздуха с p_1 до p_2 в той же самой точке сохраняется температура t и влажность $d_{\text{п}}$, то относительная влажность φ увеличивается до φ_2 пропорционально увеличению давления влажного воздуха (6.16). При этом точка, в которой $\varphi = \varphi_1$ перемещается в h, d -диаграмме по изотерме влево.

Нужно помнить, что формулу (6.16) можно применять, если состояния 1 и 2 являются состояниями ненасыщенного влажного воздуха, т.е. $\varphi_1 \leq 100\%$ и $\varphi_2 \leq 100\%$. Если при повышении давления p_2 , рассчитывая φ_2 по формуле (6.16), оказывается $\varphi_2 > 100\%$, это означает, что состояние 2 находится в области насыщенного влажного воздуха, в которой пользоваться формулой

(6.16) нельзя. Формулой (6.16) можно воспользоваться, чтобы определить максимальное значение давления p_2^{\max} (при котором $\varphi_2 = 100\%$), до которого влажный воздух остается ненасыщенным $p_2^{\max} = p_1 \cdot (100/\varphi_1)$, где φ — в %.

Пример 6.3

Определите изменение максимального влагосодержания воздуха d_{\max} для температуры 35°C при увеличении давления влажного воздуха с $p_1 = 1$ бар до $p_2 = 6$ бар.

Решение

Максимальное влагосодержание определяем по (6.12), в котором давление насыщения p_s при $t = 35^\circ\text{C}$ определяем по таблицам [3] $p_s(t) = 5,6286$ кПа.

Максимальное влагосодержание воздуха при давлении $p_1 = 1$ бар = 100 кПа

$$d_{s,1} = d_{п,1}^{\max} = 622 \cdot \frac{5,6286}{100 - 5,6286} = 37,1 \text{ г/кг с. в.},$$

а при давлении $p_2 = 6$ бар = 600 кПа

$$d_{s,2} = d_{п,2}^{\max} = 622 \cdot \frac{5,6286}{600 - 5,6286} = 5,9 \text{ г/кг с. в.}$$

Изменение максимального влагосодержания воздуха составило

$$\Delta d = d_{s,2} - d_{s,1} = 5,9 - 37,1 = -31,2 \text{ г/кг с. в.}$$

Таким образом, на изотерме $t = 35^\circ\text{C}$ при повышении давления влажного воздуха с 1 бар до 6 бар линия постоянной относительной влажности $\varphi = 100\%$ сместилась в h, d -диаграмме влево на $\Delta d = 31,2$ г/кг с. в.

Ответ: $\Delta d = -31,2$ г/кг с. в.

При расчете процессов влажного воздуха, когда его температура изменяется на сотни градусов, использовать формулы для расчета энтальпии и энтропии (6.11) и (6.15), в которых использовались осредненные значения изобарной теплоемкости сухого воздуха и пара при невысоких температурах, нельзя. Нужно использовать энтальпии и энтропии компонентов влажного воздуха — сухого воздуха и пара, содержащиеся в таблицах [2, 3, 5], или использовать калькулятор свойств газов [6]. Энтальпия и энтропия влажного воздуха при этом рассчитывается по самым общим формулам (6.8) и (6.14). Рассчитанные таким образом термодинамические свойства (h, u, s^0, c_p) влажного воздуха в идеальном-газовом состоянии приведены в таблицах [3] при температурах от -70°C до 2180°C для двух стандартных составов: 1) для влажного воздуха с влагосодержанием $d = 10$ г/кг с. в и 2) для влажного воздуха с относительной влажностью $\varphi = 60\%$, определяемой при $B = 760$ мм рт. ст. и $t = 15^\circ\text{C}$ ($d \approx 6,35$ г/кг с. в).

6.3. Определение состояния влажного воздуха

Для определения состояния влажного воздуха достаточно знать два независимых параметра. Приборы, измеряющие эти два параметра влажного воздуха, называются психрометрами и гигрометрами. Одним из таких параметров является температура влажного воздуха. Вторым параметром должно быть какое-то свойство влажного воздуха, зависящее от его влажности. Этим и отличаются все приборы, определяющие состояние влажного воздуха.

При определении состояния влажного воздуха *психрометром* (рис. 6.6) используются два ртутных термометра — сухой (1) и мокрый (2), которые с помощью вентилятора 3 обдуваются окружающим воздухом. *Сухой термометр* измеряет температуру окружающего (влажного) воздуха t_c , а мокрый термометр 2, чувствительная часть которого обернута батистом 4, смачиваемым водой, показывает меньшую температуру (называемую *температурой мокрого термометра*) вследствие испарения влаги. Причем, чем меньше относительная влажность воздуха, тем большее различие будет наблюдаться в показаниях сухого t_c и мокрого t_m термометров. Сначала по температуре мокрого термометра t_m определяется давление насыщения $p_{s,m}$, а затем с помощью *психрометрической формулы* определяется парциальное давление пара

$$p_{\Pi} = p_{s,m} - A \cdot B \cdot (t_c - t_m), \quad (6.17)$$

где B — барометрическое давление; A — константа прибора, называемая психрометрическим коэффициентом и зависящая от скорости обтекания воздухом чувствительной части мокрого термометра ($A \approx 7 \cdot 10^{-4} \text{K}^{-1}$).

Определив по температуре сухого термометра t_c давление насыщения p_s , равное максимальному давлению пара, по (6.5) определяется относительная влажность φ , по (6.4a) — влагосодержание d , а по (6.11) — удельная энтальпия влажного воздуха.

Пример 6.4

По показаниям психрометра состояние влажного воздуха при барометрическом давлении $B = 745$ мм рт. ст. (99,33 кПа) определяется температурами: $t_m = 15^\circ\text{C}$, $t_c = 20^\circ\text{C}$. Рассчитайте значения влагосодержания d , относительной влажности φ , энтальпии h (кДж/кг с.в), а также температуру точки росы t_p .

Решение

Обратившись к калькулятору свойств водяного пара [6] или к таблицам [3], найдем давление насыщения $p_s(t_m) = 1,706$ кПа и $p_s(t_c) = 2,339$ кПа. Парциальное давление водяного пара вычислим по психрометрической формуле (6.17), приняв $A = 0,7 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1}$,

$$p_{\Pi} = 1,706 - 0,70 \cdot 10^{-3} \cdot 99,33 \cdot 5 = 1,358 \text{ кПа.}$$

Используя соотношение (6.6), рассчитаем влагосодержание влажного воздуха

$$d = 0,622 \cdot \frac{1,358}{99,33 - 1,358} = 0,00862 \text{ кг/кг с. в.} = 8,62 \text{ г/кг с. в.}$$

Относительную влажность воздуха определим по формуле (6.4a), учитывая, что

$$\rho = 1/v,$$

получим

$$\varphi = \frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_{\text{п,маx}}} = \frac{v_{\text{п,маx}}}{v_{\text{п}}} = \frac{57,761}{99,701} = 0,580 = 58,0\%,$$

где значения удельных объемов могут быть найдены по таблицам [3] или с помощью калькулятора свойств водяного пара [6]: $v_{\text{п,маx}} = v''(t_{\text{с}})$ и $v_{\text{п}} = f(t_{\text{с}}, p_{\text{п}})$.

Для сравнения рассчитаем эту же величину по соотношению (6.5)

$$\varphi = \frac{p_{\text{п}}}{p_{\text{п,маx}}} = \frac{1,358}{2,3392} = 0,579 = 57,9\%.$$

Эти числа свидетельствуют о том, что соотношение (6.5) является хорошим приближением.

Энтальпию компонентов влажного воздуха принято отсчитывать от температуры $t_0 = 0^\circ\text{C}$. В этом случае энтальпия сухого воздуха $h_{\text{с.в.}}$, определяемая с использованием калькулятора [6], будет равна:

$$h_{\text{с.в.}} = h_{t_{\text{с}}} - h_{t_0} = 293,58 - 273,50 = 20,08 \text{ кДж/кг.}$$

Для перегретого водяного пара при $t_{\text{с}} = 20^\circ\text{C}$ и $p_{\text{п}} = 1,358 \text{ кПа}$ найденная по калькулятору [6] (или по таблицам [3]) энтальпия пара $h_{\text{п}} = 2538,0 \text{ кДж/кг}$. Тогда вычисленная по формуле (6.11) энтальпия влажного воздуха равна:

$$h_{\text{вл.в.}} = 20,08 + 2538,0 \cdot 8,62 \cdot 10^{-3} = 41,96 \text{ кДж/кг с. в.}$$

Ответ: $d = 8,62 \text{ г/кг с. в.}$; $\varphi = 58,0\%$; $h_{\text{вл.в.}} = 41,96 \text{ кДж/кг с. в.}$; $t_{\text{р}} = 11,9^\circ\text{C}$.

С помощью h, d -диаграммы определение свойств упрощается: сначала на диаграмме (рис. 6.7) находят изолинии $t_{\text{с}} = \text{const}$ и $t_{\text{м}} = \text{const}$, и затем на их пересечении искомую точку. Далее, определив численные значения изолиний, проходящих через эту точку ($\varphi = \text{const}$, $d = \text{const}$, $h = \text{const}$), находим φ , d и h . Значение точки росы $t_{\text{р}}$ находится по найденному влагосодержанию d , а парциальное давление пара $p_{\text{п}}$ — также по влагосодержанию d , но с помощью вспомогательной номограммы (линии), как это показано в Примере 6.2.

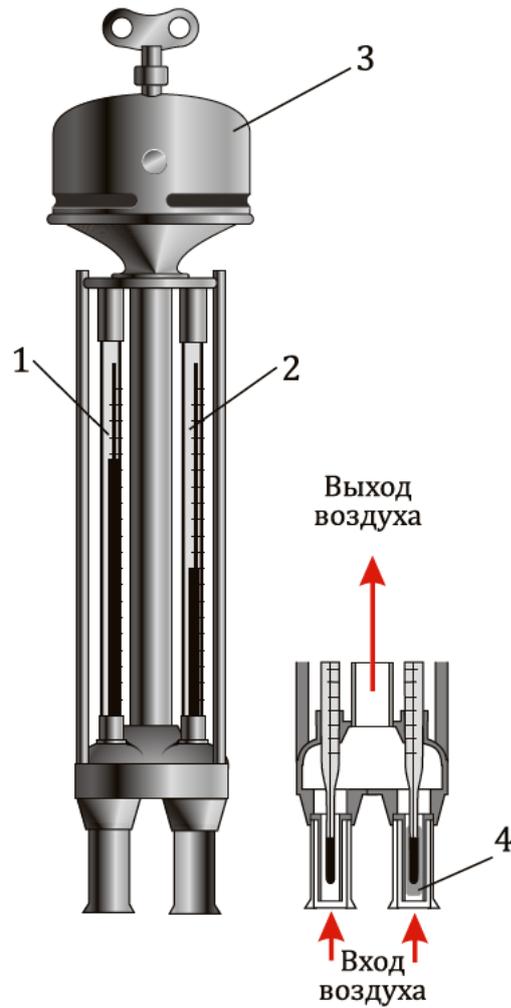


Рис. 6.6. Психрометр

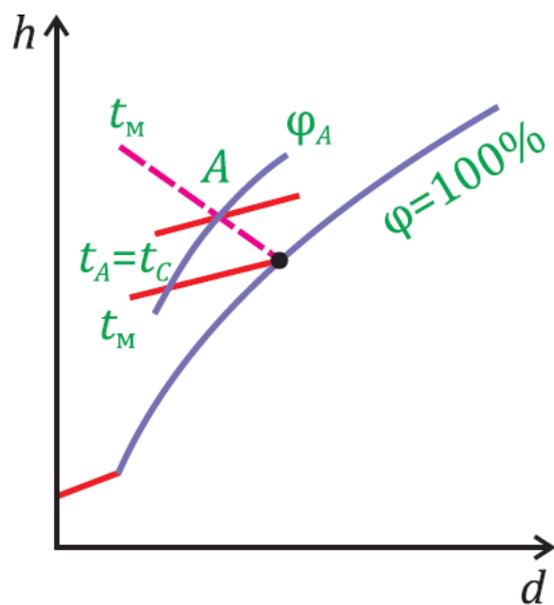


Рис. 6.7. Определение состояния влажного воздуха по показаниям психрометра на h, d -диаграмме

Состояние атмосферного влажного воздуха также может быть определено *конденсационным гигрометром*, с помощью которого кроме температуры окружающего воздуха t измеряется температура точки росы t_p . Гигрометр представляет собой металлическую тонкостенную цилиндрическую емкость 4 (рис. 6.8), дно которой 1 снаружи тщательно отполировано. В эту емкость заливается легко испаряемая жидкость (эфир), температура которого измеряется термометром 2. Через некоторое время температура гигрометра (в том числе эфира) станет равной температуре атмосферного воздуха t . После этого с помощью резиновой груши 5 и специальной трубки 3 через эфир прокачивается воздух, в результате чего эфир интенсивно испаряется и охлаждается. При этом снижается не только температура эфира, но и температура металлического цилиндра, на наружной поверхности которого охлаждается окружающий воздух. Так как охлаждение воздуха происходит при постоянном влагосодержании ($d = \text{const}$) и при постоянном давлении пара $p_{\text{п}} = \text{const}$ (рис. 6.1) от состояния 1 с температурой T_1 до состояния при некоторой температуре T_p , когда давление насыщения $p_s(T_p)$ сравняется с давлением пара $p_{\text{п}} = p_s$, относительная влажность достигнет 100%, влажный воздух становится насыщенным, а на полированной поверхности цилиндра 1 появляются капельки воды. Температура, при которой наблюдается это явление, отмечается термометром. Она и является температурой точки росы t_p . Определив с помощью таблицы [3] или калькулятора [6] давление насыщения пара при температуре росы, равное парциальному давлению пара $p_{\text{п}} = p_s(t_p)$, и давление насыщения пара при температуре влажного воздуха t_1 , равное максимальному давлению пара $p_{\text{п, max}} = p_s(t_1)$, по (6.4b) определяется относительная влажность φ , по (6.7) — влагосодержание d , а по (6.11) — удельная энтальпия влажного воздуха. Пример расчета свойств по показаниям гигрометра дан в Примере 6.1.

Термодинамические свойства влажного воздуха по показаниям гигрометра могут быть определены и при помощи h, d -диаграммы (рис. 6.9). Для этого на линии $\varphi = 100\%$ следует найти точку B с измеренной гигрометром температурой точки росы t_p . Из этой точки вертикально вверх нужно провести линию $d = \text{const}$, соответствующую процессу нагревания (охлаждения) до пересечения с изотермой $t = \text{const}$, соответствующей температуре влажного воздуха. Точка пересечения (точка A на рис. 6.9) определяет состояние влажного воздуха. Значения φ , d , $p_{\text{п}}$ и h могут быть прочитаны на диаграмме, как это было показано в Примере 6.2.

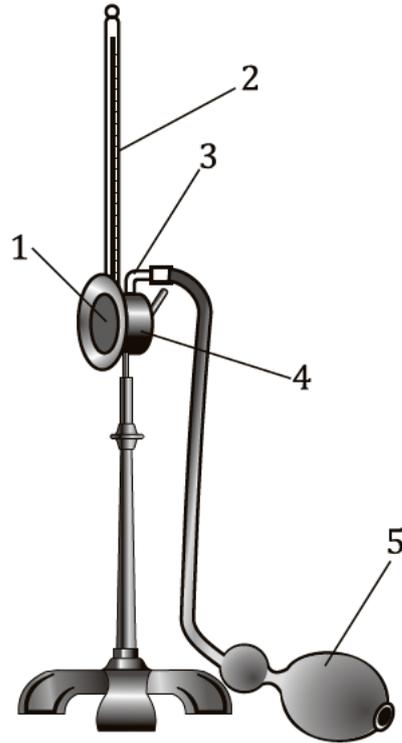


Рис. 6.8. Гигрометр

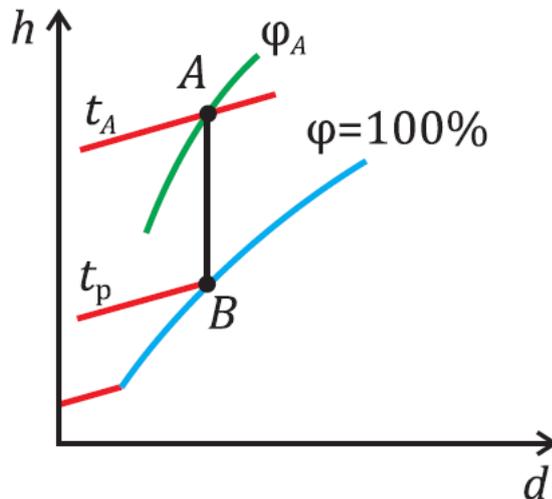


Рис. 6.9. Определение состояния влажного воздуха по показаниям гигрометра на h, d -диаграмме

Существует широкий класс гигрометров, в которых кроме температуры измеряется какое-либо свойство вещества, изменяющееся при изменении влажности воздуха. На табло подобных приборов, как правило, выводятся температура t и относительная влажность φ влажного воздуха. Определив давление насыщения p_s при температуре t , можно рассчитать по (6.4b) парциальное давление пара p_p , по (6.7) — влагосодержание и по (6.11) — удельную энтальпию h .

6.4. Термодинамические процессы во влажном воздухе

Нагрев и охлаждение влажного воздуха (например, в калорифере сушильной установки) проходит при постоянном давлении. Если влажный воздух при этом остается ненасыщенным, то количество пара и сухого воздуха в нем не меняется, поэтому и влагосодержание $d_{\text{п}}$ (6.2) тоже не меняется, т.е. $d_{\text{п}} = \text{const}$, а в соответствии с (6.6) и давление пара тоже меняться не будет, т.е. $p_{\text{п}} = \text{const}$. Количество теплоты, подведенной при нагревании или отведенной при охлаждении, определяется первым законом термодинамики для потока вещества (1.28). В рассматриваемых процессах техническая работа равна нулю, т.к. здесь отсутствуют устройства типа турбины, компрессора, насоса и т.п. Пренебрегая в (1.28) изменением кинетической энергии, получаем для процесса нагрева влажного воздуха от состояния A (рис. 6.10) до состояния B

$$q = h_B - h_A, \quad (6.18)$$

$$Q = m_{\text{с.в.}} \cdot q, \text{ кДж/с}, \quad (6.19)$$

где h — удельная энтальпия влажного воздуха, кДж/(кг с.в); $m_{\text{с.в.}}$ — массовый расход сухого воздуха, (кг с.в)/с.

Зная массовый расход влажного воздуха m , массовый расход сухого воздуха $m_{\text{с.в.}}$, получаем, используя (6.2),

$$m_{\text{с.в.}} = \frac{m}{1+d_{\text{п}}}. \quad (6.20)$$

Необходимые для расчета влагосодержание $d_{\text{п}}$ и энтальпии h_A и h_B проще всего определить, нанеся на h, d -диаграмму процесс $A-B$ по известным в начале процесса t_A и φ_A , а в конце процесса t_B , как это показано на рис. 6.10.

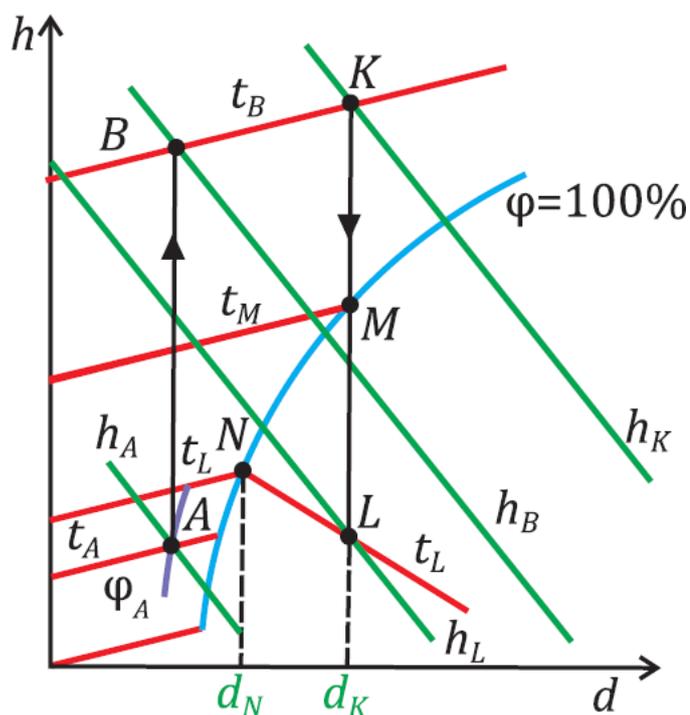


Рис. 6.10. Процессы нагрева и охлаждения влажного воздуха в h, d -диаграмме

Более точно можно определить параметры влажного воздуха по строгим формулам, не прибегая к h, d -диаграмме. Сначала по начальной температуре t_A с помощью таблиц [3] или калькулятора [6] определяется давление насыщения $p_{s,A}$. Зная барометрическое давление B и относительную влажность φ_A , по (6.4b) можно определить давление пара $p_{п}$, по (6.7) влагосодержание $d_{п}$ и по (6.11) энтальпию h_A . Т.к. в процессе нагрева влагосодержание $d_{п}$ и давление пара $p_{п}$ не меняются, то энтальпия в конце процесса h_B определяется по найденному влагосодержанию $d_{п}$ и заданной температуре t_B по (6.11). Относительную влажность воздуха в конце процесса φ_B можно рассчитать по (6.5a), предварительно определив давление насыщения $p_{s,B}$ при заданной температуре t_B .

Расчет *процесса охлаждения* от состояния K (рис. 6.10), которое задается обычно температурой t_K и относительной влажностью φ_K , зависит от конечного состояния влажного воздуха: он насыщенный или ненасыщенный. Для этого необходимо определить температуру точки росы (точка M на рис. 6.10). Если конечная температура $t_{\text{кон}} \leq t_M$, то влажный воздух насыщенный, если $t_{\text{кон}} > t_M$, то – ненасыщенный. При использовании h, d -диаграммы, точка M находится на пересечении изолиний $d_K = \text{const}$ и $\varphi = 100\%$. Более точно температуру точки росы можно определить как температуру насыщения $t_{s,M}$ при давлении пара $p_{п,M}$, а т.к. при охлаждении в области ненасыщенного влажного воздуха

$$p_{п,M} = p_{п,K},$$

то, используя (6.4b)

$$p_{п,К} = \varphi_K \cdot p_{s,К},$$

где давление насыщения $p_{s,К}$ находится по температуре t_K с помощью таблиц [3] или калькулятора [6].

Если температура в конце процесса охлаждения $t_{кон} \geq t_M$, т.е. весь процесс проходит в области ненасыщенного влажного воздуха, то определение влагосодержания и энтальпий в начале и конце процесса, а также расчет отведенной теплоты и массового расхода сухого воздуха ничем не отличается от расчета процесса нагрева по (6.18)-(6.20).

Если же процесс заканчивается в области насыщенного влажного воздуха, когда конечная температура $t_L \leq t_M$, как на рис. 6.10, процесс охлаждения $K-L$ сначала проходит в однофазной области на участке $K-M$, где влажный воздух представляет собой смесь идеальных газов — сухого воздуха и перегретого водяного пара. При температуре точки росы t_M пар становится сухим насыщенным, а неизменное при охлаждении влагосодержание

$$d = d_{п}$$

сравнивается с максимально возможным его значением d_{max} для температуры t_M .

Дальнейшее охлаждение на участке $M-L$ (рис. 6.10) приводит к снижению максимального паросодержания

$$d_{п} = d_{max} = d_s$$

и конденсации оставшегося пара. В образовавшейся двухфазной системе газ-жидкость газовая фаза — это смесь сухого воздуха и сухого насыщенного пара, а жидкая фаза (конденсат) — это вода в состоянии насыщения. Пар совершает процесс $M-N$, при котором паросодержание $d_{п}$ уменьшается от d_M до d_N , а влагосодержание образовавшейся жидкой фазы при этом увеличивается от нуля до

$$d_{ж} = d_L - d_N.$$

Суммарное влагосодержание двухфазной системы пар — жидкость в конце процесса

$$d_{п} + d_{ж} = d_N + (d_L - d_N) = d_L = d_M = d_K$$

остаётся таким же, как и в начале процесса.

Энтальпия насыщенного влажного воздуха h_L определяется для температуры t_L по (6.13), в которой $d_{п} = d_N$ рассчитывается по (6.12). Теплота, отведенная в процессе $K-L$, определяется так же, как и в (6.19), с учетом (6.20), а удельная теплота — аналогично (6.18):

$$q = h_L - h_N.$$

Если после процесса охлаждения $K-L$ образовавшийся конденсат удаляется из системы, то влагосодержание оставшегося влажного воздуха уменьшается на величину

$$\Delta d = d_L - d_N.$$

По уменьшению влагосодержания можно оценить количество конденсата, которое выводится из влажного воздуха за единицу времени в процессе его охлаждения:

$$\Delta m_{\text{вл}} = m_{\text{с.в}} \cdot (d_L - d_N).$$

Процесс сушки влажным воздухом осуществляется в сушильной камере (рис. 6.11), в которой сушится влажный материал (уголь, ткани и т.п.) предварительно нагретым воздухом в калорифере, в результате чего влагосодержание влажного воздуха увеличивается.

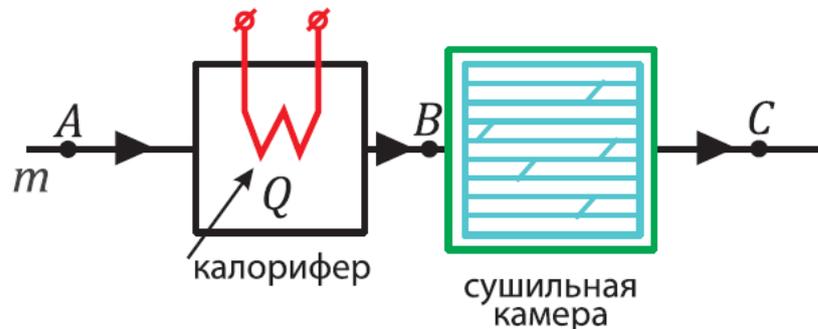


Рис. 6.11. Принципиальная схема сушильной установки

На рис. 6.12 показан процесс нагрева воздуха (процесс $A-B$) в калорифере, аналогичный процессу $A-B$ на рис. 6.10. Для анализа процесса в сушильной камере используем первый закон термодинамики для потока вещества (1.28). Также как и для процесса нагрева и охлаждения влажного воздуха техническая работа равна нулю и можно пренебречь изменением кинетической энергии. Кроме того, здесь нет организованного подвода теплоты к влажному воздуху и нет отвода теплоты от него. Поэтому, пренебрегая энтальпией испаряемой воды, считаем процесс адиабатным, т.е.

$$dq = 0.$$

Таким образом, из первого закона термодинамики (1.29) следует:

$$dh = 0; h = \text{const} \text{ и } h_C = h_B.$$

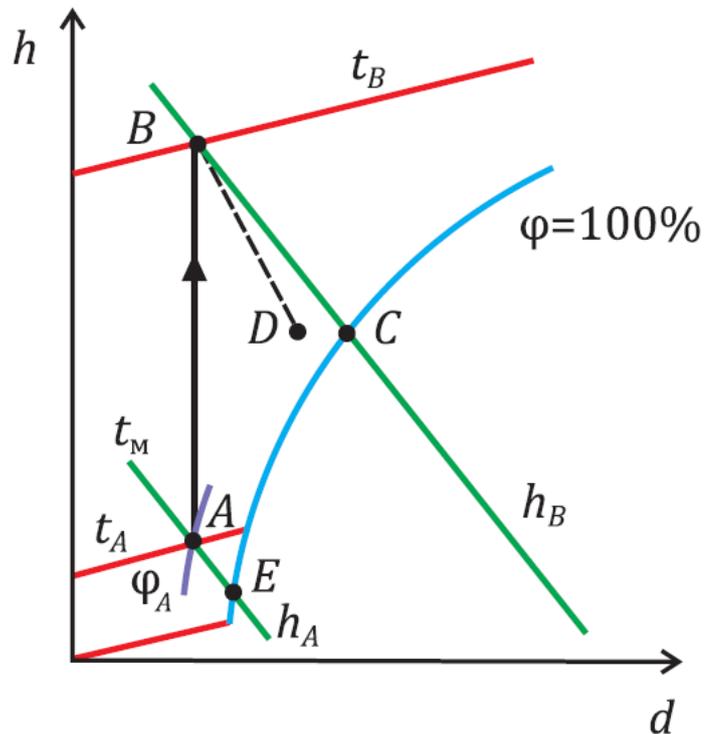


Рис. 6.12. Процессы в сушильной установке в h, d -диаграмме:
 А-В — в калорифере; В-С — в сушильной камере без потерь тепла,
 В-Д — то же, но с учетом потерь тепла; А-Е — сушка без калорифера

Равенство энтальпий до и после сушильной камеры можно объяснить существованием двух процессов. Во-первых, теплота, затраченная потоком влажного воздуха на испарение воды должна уменьшить энтальпию этого воздуха на величину теплоты парообразования

$$\Delta h = r.$$

Но в процессе испарения воды и образовании пара энтальпия влажного воздуха увеличивается также на величину

$$\Delta h = r,$$

и в итоге энтальпия в процессе сушки не меняется. А т.к. массовый расход сухого воздуха в процессе сушки не изменяется, то энтальпия, отнесенная к 1 кг сухого воздуха, также изменяться не будет.

Если учесть потери теплоты в окружающую среду из-за несовершенства тепловой изоляции, действительная энтальпия влажного воздуха на выходе из сушильной камеры $h_D < h_C$. Т.е. действительный процесс сушки — это процесс В-Д, а потери теплоты равны разности энтальпий

$$h_C = h_D.$$

Удельная производительность сушильной установки равна разности паросодержаний на выходе из установки и на входе в неё: в отсутствие тепловых потерь — это

$$\Delta d = d_C - d_A,$$

а при наличии тепловых потерь действительная производительность меньше:

$$\Delta d_d = d_D - d_A.$$

На рис. 6.12 также показан процесс сушки $A-E$ без предварительного подогрева воздуха в калорифере. В этом случае удельная производительность сушильной установки равна

$$\Delta d_{\min} = d_E - d_A,$$

что существенно меньше, чем сушка с предварительным подогревом.

Пример 6.5

В сушильной установке (рис. 6.11 и 6.12) влажный воздух с температурой 21°C и относительной влажностью 40% поступает в калорифер, где нагревается до 75°C , после чего направляется в сушильную камеру, где находится влажный материал. Считать, что относительная влажность воздуха на выходе из сушильной камеры равна 100%. Потерями теплоты пренебречь. Необходимо определить мощность нагревателя калорифера, количество влаги, которое уносит каждый килограмм сухого воздуха, количество удаляемой влаги за 1 час и удельный расход тепла, затрачиваемого на испарение 1 кг влаги в сушильной камере, если в установку поступает 1 кг/с влажного воздуха. Необходимые свойства влажного воздуха взять на h, d -диаграмме (рис. 6.5). Определить все то же, но параметрами на выходе из нее, учитывая тепловые потери в сушильной камере, считать температуру 29°C и относительную влажность 80%.

Решение

По h, d -диаграмме (рис. 6.5) определяем в точках:

т.1) по $t_1 = 21^\circ\text{C}$ и $\varphi = 40\%$ находим

$$d_1 = 6 \text{ г/кг с. в. и } h_1 = 38 \text{ кДж/кг с. в.};$$

т.2) по $t_2 = 75^\circ\text{C}$ и $d_2 = d_1 = 6 \text{ г/кг с. в.}$ находим

$$h_2 = 90 \text{ кДж/кг с. в.};$$

т.3) по $h_3 = h_2 = 90 \text{ кДж/кг с. в.}$ и $\varphi_3 = 100\%$ находим

$$d_3 = 24 \text{ г/кг с. в.};$$

т.3д) по $t_{3д} = 29^\circ\text{C}$ и $\varphi_{3д} = 80\%$ находим

$$d_{3д} = 20 \text{ г/кг с. в.}$$

Зная массовый расход влажного воздуха m , определяем массовый (секундный) расход сухого воздуха

$$m_{\text{с.в.}} = m / (1 + d_1) = 1 / (1 + 0,006) = 0,994 \text{ кг с. в./с.}$$

Удельную теплоту, подведенную к воздуху в калорифере, определим по (6.18)

$$q_k = h_2 - h_1 = 90 - 38 = 52 \text{ кДж/кг с. в.,}$$

а мощность нагревателя в калорифере

$$N = m_{c.в} \cdot q_k = 0,994 \cdot 52 = 51,7 \text{ кВт.}$$

Количество испарившейся влаги в сушильной камере равно разности паросодержаний d влажного воздуха

$$\Delta d = d_3 - d_2 = 24 - 6 = 18 \text{ г вл./кг с. в.}$$

Удельная теплота, затраченная на испарение 1 кг влаги в калорифере, равна

$$q_{уд} = \frac{q_k}{\Delta d} = \frac{52}{0,018} = 2889 \text{ кДж/кг вл.}$$

Масса влаги, удаленная из влажного материала за 1 час, составляет

$$\Delta m_{вл.} = \Delta d \cdot m_{c.в} = 0,018 \cdot 0,994 \cdot 3600 = 64,4 \text{ кг вл./ч.}$$

Если учитывать потери теплоты в сушильной установке, то характеристики калорифера (q_k , N) не изменятся, но характеристики сушильной камеры изменятся существенно.

Количество испарившейся влаги в сушильной камере

$$\Delta d_d = d_{зд} - d_2 = 20 - 6 = 14 \text{ г вл./кг с. в.}$$

Теплота, затраченная на испарение 1 кг влаги в калорифере, равна

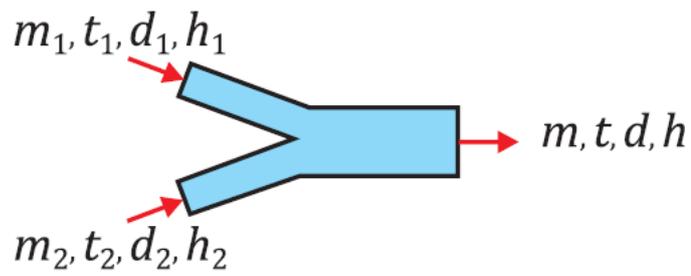
$$q_{уд,д} = q_k / \Delta d_d = 52 / 0,014 = 3714 \text{ кДж/кг вл.}$$

Масса влаги, удаленная из влажного материала за 1 час, составляет

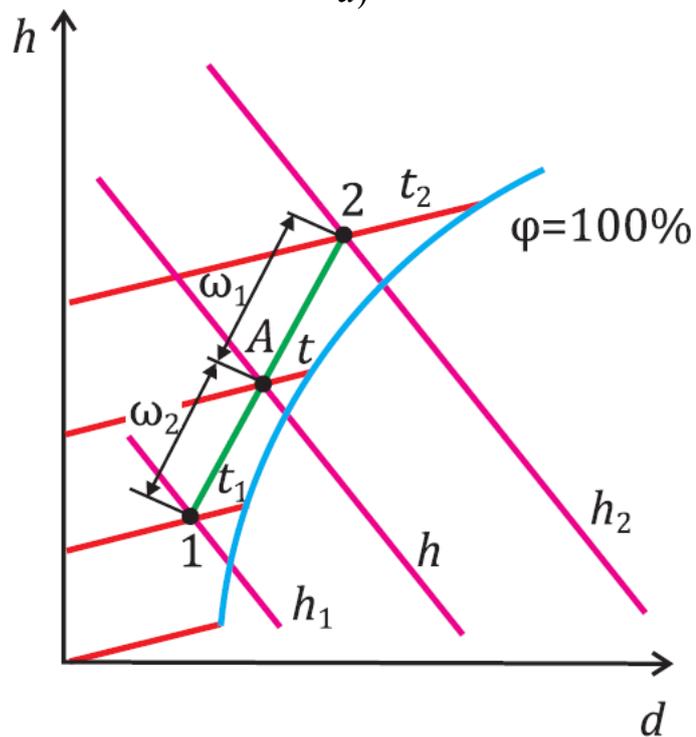
$$\Delta m_{вл,д} = \Delta d_d \cdot m_{c.в} = 0,014 \cdot 0,994 \cdot 3600 = 50,1 \text{ кг вл./ч.}$$

Ответ: $N = 51,7$ кВт, $\Delta d = 18$ г вл./кг с. в, $\Delta m_{вл.} = 64,4$ кг вл./ч, $q_{уд} = 2889$ кДж/кг вл.; с учетом потерь теплоты: $N = 51,7$ кВт, $\Delta d = 14$ г вл./кг с. в, $\Delta m_{вл.} = 50,1$ кг вл./ч, $q_{уд} = 3714$ кДж/кг вл.

Процесс смешения двух потоков влажного воздуха подобен процессу смешения двух идеальных газов. На рис. 6.13, а показана схема смешения двух потоков влажного воздуха, а на рис. 6.13, б изображение процесса смешения ЭТИХ ПОТОКОВ.



a)



b)

Рис. 6.13. Схема смешения (a) и процесс смешения (б) двух потоков влажного воздуха в h, d -диаграмме

Будем считать, что смешение потоков происходит при постоянном давлении. Записав баланс массы (по сухому воздуху)

$$m = m_1 + m_2, \quad (a)$$

баланс влаги

$$m \cdot d = m_1 \cdot d_1 + m_2 \cdot d_2, \quad (b)$$

уравнение теплового баланса

$$m \cdot h = m_1 \cdot h_1 + m_2 \cdot h_2, \quad (c)$$

и разделив (b) и (c) на m , получаем

$$\begin{aligned}d &= d_1 \cdot \omega_1 + d_2 \cdot (1 - \omega_1), \\h &= h_1 \cdot \omega_1 + h_2 \cdot (1 - \omega_1),\end{aligned}\tag{6.20}$$

где m_1 , m_2 , m — массовые расходы сухого воздуха 1-го и 2-го потоков до смешения и суммарного потока сухого воздуха после смешения, (кг с.в)/с; $\omega_1 = m_1/m$, $\omega_2 = m_2/m = 1 - \omega_1$ — массовые доли двух потоков сухого воздуха.

Линейная конструкция формул (6.20) позволяет сравнительно просто определить состояние влажного воздуха после смешения на h , d -диаграмме (рис. 6.13, б), используя «правило рычага». Для этого нужно соединить прямой линией две точки, соответствующие состояниям первого и второго потоков. Затем на этой линии найти точку A , разделяющую ее на два отрезка, длина которых обратно пропорциональна массовым долям ω_1 и ω_2 , как это показано на рис. 6.13, б. Эта точка A соответствует состоянию влажного воздуха в результате смешения 1-го и 2-го потоков.

6.5. Контрольные вопросы

1. Дайте определения, что такое влажный воздух, насыщенный влажный воздух, ненасыщенный влажный воздух.
2. Какие величины характеризуют влажный воздух и что они означают?
3. Что такое влагосодержание и как оно рассчитывается?
4. Что такое абсолютная влажность влажного воздуха?
5. Что такое относительная влажность и как ее рассчитывают?
6. Что такое точка (температура) росы?
7. Что такое температуры сухого и мокрого термометра?
8. Как записать уравнения Клапейрона-Менделеева для влажного воздуха и для водяного пара во влажном воздухе?
9. Из каких слагаемых состоит энтальпия влажного воздуха?
10. Во сколько раз отличаются значения энтальпии ненасыщенного влажного воздуха, отнесенные к килограмму влажного воздуха (кДж/кг вл. в) и к килограмму сухого воздуха (кДж/кг с.в)?
11. Как изменится относительная влажность φ при увеличении барометрического давления B , если влагосодержание $d_{\text{п}}$ и температура влажного воздуха остаются неизменными? И почему?
12. В каком состоянии ненасыщенный влажный воздух имеет наибольшее значение энтальпии h и влагосодержания $d_{\text{п}}$ при постоянных значениях давления и температуры? И почему?
13. В каком состоянии плотность ненасыщенного атмосферного воздуха будет наибольшей, если его температура и барометрическое давление B не изменяются? И почему?

Глава 7. ЭКСЕРГИЯ

7.1. Эксергия термодинамических систем

При рассмотрении второго закона термодинамики (глава 2) на примере преобразования теплоты в работу было установлено, что различные виды энергии обладают неодинаковыми свойствами с точки зрения возможности преобразования их в другие виды. Одни из них могут быть полностью преобразованы в любые иные формы энергии. Это энергии упорядоченных форм движения. Другие виды энергии — энергии неупорядоченных форм движения (например, теплового движения молекул) — могут быть преобразованы в энергию иных форм лишь в ограниченной части и при соблюдении некоторых условий. В технической термодинамике эти условия определяются вторым законом. Здесь максимальная работа, которая может быть получена в системе давно называлась *работоспособностью*. В 1956 г. З. Рант предложил для такой части энергии термин *эксергия*, и он с этого времени получил широкое распространение. Очевидно, что именно эта часть представляет интерес при анализе процессов, протекающих в тепловых машинах. Рассмотрим это понятие подробнее.

Эксергией называется часть энергии системы, которая может быть преобразована в энергию организованных форм. Остальная часть называется *анергией*. Мерой эксергии является максимальная полезная работа, которую можно получить при обратимом изменении состояния системы от заданного (при параметрах p, T) до состояния равновесия с окружающей средой при параметрах p_0 и T_0 . Таким образом, в отличие от энергии, эксергия является функцией не только параметров системы, но и параметров окружающей среды:

$$e = f(p, T, p_0, T_0),$$

или

$$e = f(v, T, p_0, T_0).$$

Под окружающей средой в данном случае понимаются природные воздушный и водный бассейны в месте размещения системы. Ясно, что они в разных местах могут быть различными. Поэтому называя эксергию, всегда указывают и параметры окружающей среды.

Работа может быть произведена только при отсутствии равновесия в системе. Поэтому эксергия окружающей среды равна нулю. Эксергия внутренней энергии меньше этой энергии, эксергия теплоты меньше энергии, эксергия кинетической энергии равна этой энергии. В отличие от энергии, которая не исчезает, эксергия может уменьшаться и даже исчезать. Выясним, как определяется эксергия различных систем.

Рассмотрим изолированную систему, состоящую из вещества, занимающего при давлении p и температуре T некоторый объем V , и окружающей среды при давлении p_0 и температуре T_0 . Эксергию этого вещества можно найти, рассчитав, как сказано выше, максимальную полезную

работу, совершаемую в обратимом процессе изменения его параметров до параметров p_0, T_0 . Такое обратимое изменение параметров можно осуществить в результате последовательного проведения двух процессов. Вначале следует провести обратимое адиабатное (изоэнтропное) расширение вещества так, чтобы его температура стала равна температуре окружающей среды T_0 (процесс 1- a на рис. 7.1), а затем обратимое изотермическое расширение до давления окружающей среды p_0 (процесс a -0 на рис. 7.1). В последнем процессе к веществу подводится теплота, равная (в расчете на 1 кг)

$$q = T_0 \cdot (s_0 - s),$$

и суммарно совершенную в этих двух процессах работу можно найти по уравнению первого закона термодинамики (1.14)

$$l = u - u_0 - T_0 \cdot (s - s_0).$$

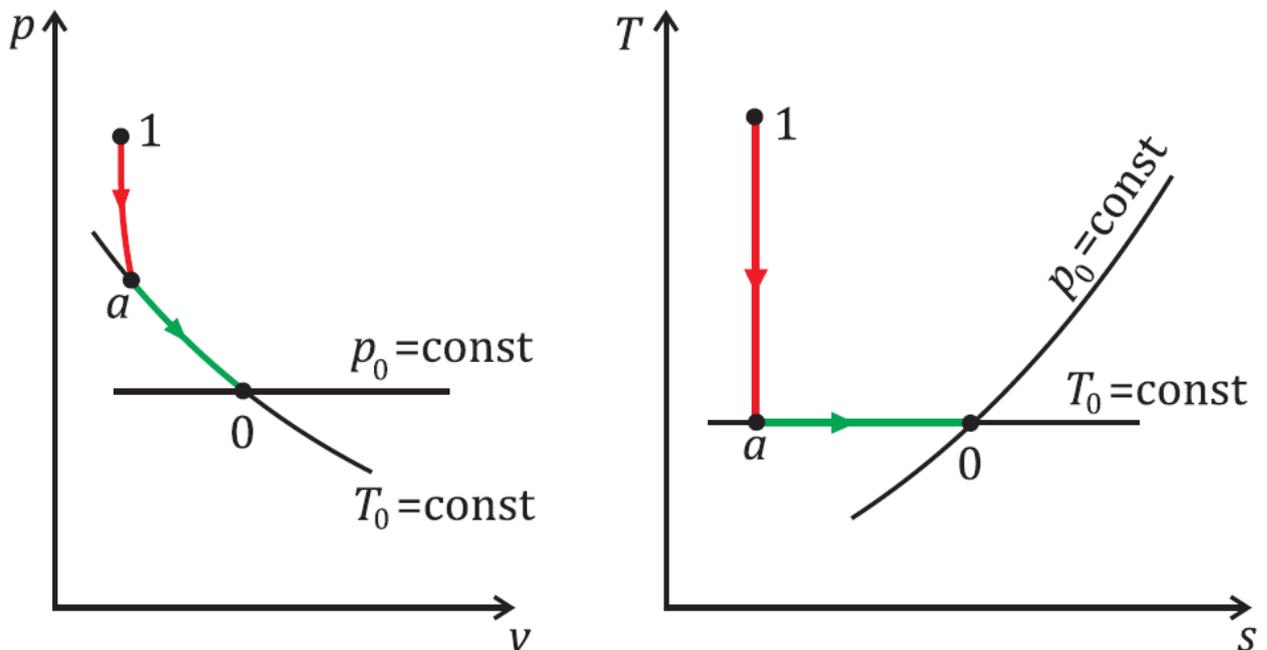


Рис. 7.1. Совокупность процессов, необходимых для определения эксергии: 1- a — обратимый адиабатный процесс, a -0 — обратимый изотермический процесс

Однако это не есть эксергия, так как часть этой работы должна быть затрачена на работу против постоянного давления окружающей среды при увеличении объема вещества от начального до объема при конечных параметрах p_0, T_0 . Поэтому эксергия вещества в замкнутом объеме равна

$$e_v = u - u_0 - T_0 \cdot (s - s_0) - p_0 \cdot (v_0 - v). \quad (7.1)$$

Если в подобной системе вещество находится не в замкнутом объеме, а в потоке, то обратимо изменить его параметры до параметров окружающей среды можно с помощью той же последовательности процессов, что рассмотрена выше и представлена на рис. 7.1. В этом случае при нахождении эксергии следует учесть, что техническая работа потока

это и есть эксергия, так как ее можно полностью полезно использовать на валу вращающегося механизма (турбины, компрессора и т.п.). Тогда из уравнения первого закона термодинамики для потока (1.29) получим, что эксергия вещества в потоке равна

$$e = h - h_0 - T_0 \cdot (s - s_0) + \frac{w^2}{2}. \quad (7.2)$$

Заметим, что в написание этого уравнения чаще не включают эксергию кинетической энергии потока, равную самой этой энергии, так как при желании это легко сделать, а обычно гораздо больше интересует, что можно получить за счет изменения параметров вещества. Тогда

$$e = h - h_0 - T_0 \cdot (s - s_0). \quad (7.3)$$

Эксергия вещества в потоке может быть наглядно представлена в h, s -диаграмме (рис. 7.2). В этой диаграмме к изобаре окружающей среды

$$p_0 = \text{const}$$

в точке $0(p_0, s_0)$, соответствующей состоянию окружающей среды, проведена касательная. В данных переменных производная на изобаре равна

$$\left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_{p_0} = T_0,$$

и, следовательно, угол наклона касательной определяется условием

$$\text{tg}\alpha = T_0.$$

Поэтому эта линия называется *прямой среды*. Если состояние вещества в потоке определено параметрами h_1 и s_1 (точка 1), то составляющие формулы (7.3) получают простое геометрическое представление, показанное на рис. 7.2, и эксергия его e_1 изображается в h, s -диаграмме вертикальным отрезком 1-а.

Выясним далее, как определяется эксергия теплоты, отводимой от источника теплоты в системе, состоящей из этого источника и окружающей среды с постоянной температурой T_0 . Если температура теплового источника T не изменяется при отводе теплоты q , то, очевидно, что максимальная работа может быть получена при осуществлении за счет этой теплоты обратимого цикла Карно. Поэтому эксергия теплоты в этом случае равна

$$e_q = q \cdot \eta_t^k = q \cdot \left(1 - \frac{T_0}{T}\right). \quad (7.4)$$

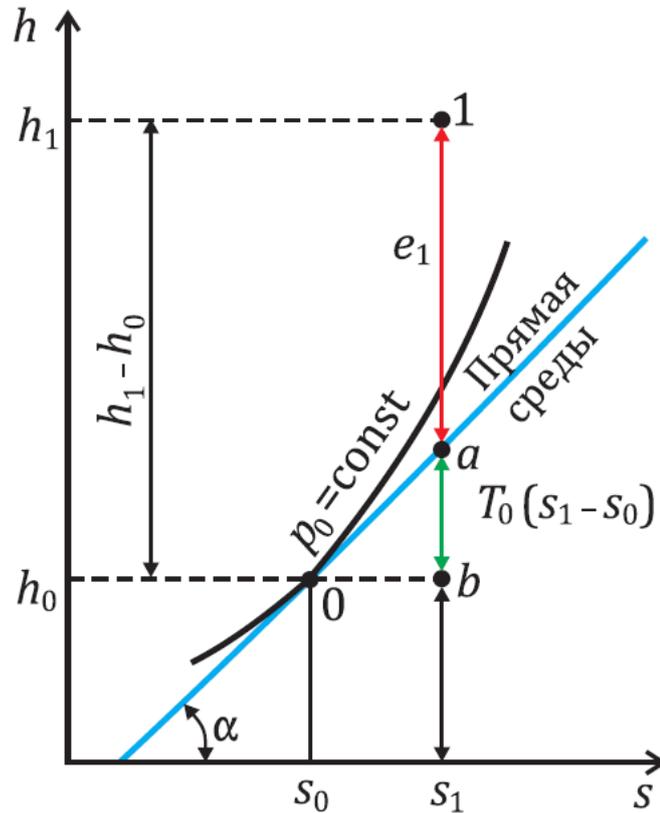


Рис. 7.2. Представление эксергии потока в диаграмме h, s

Выражение, стоящее в скобках

$$\tau_e = 1 - \frac{T_0}{T},$$

часто называют *эксергетической функцией* τ_e . График ее изменения при изменении температуры источника показан на рис. 7.3, на котором видно, что она может иметь отрицательные значения и, следовательно, эксергия теплоты тоже может быть отрицательна. Это есть просто отражение того факта, что для отвода теплоты от источника с температурой ниже температуры окружающей среды в окружающую среду надо затратить работу. На практике чаще приходится иметь дело с тепловыми источниками, температура которых при отводе тепла изменяется. Примером такого источника теплоты могут служить газообразные продукты сгорания топлива в котельном агрегате, где они при постоянном давлении охлаждаются, отдавая теплоту воде и водяному пару, от температуры сгорания T_1 до (в пределе) температуры окружающей среды T_0 (рис. 7.4). Эксергию теплоты в этом случае можно найти, выделив элементарное количество теплоты dq , эксергия которого определяется выражением (7.4), и проинтегрировав его для всего интервала температур

$$e_q = \int_{T_1}^{T_0} dq \left(1 - \frac{T_0}{T} \right).$$

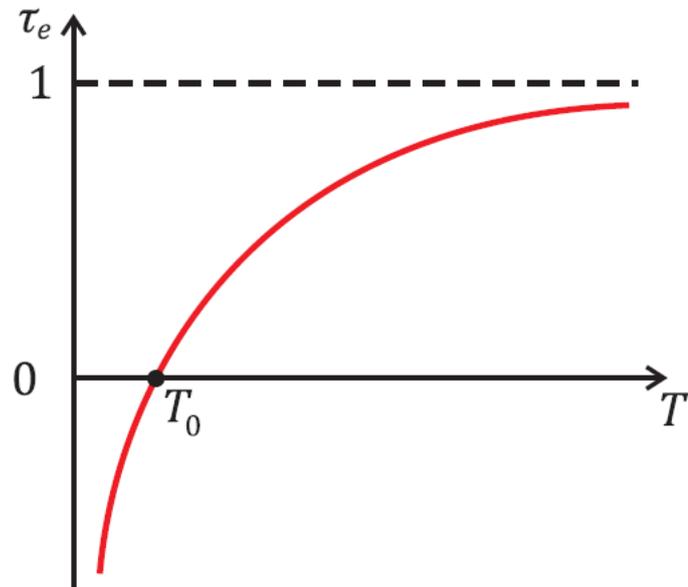


Рис. 7.3. Эксергетическая функция τ_e

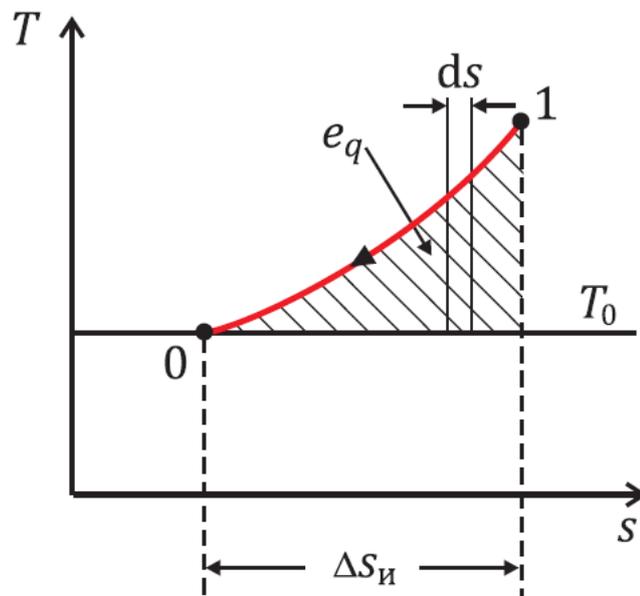


Рис. 7.4. Эксергия теплоты

Вспомнив, что согласно (2.9)

$$\frac{dq}{T} = ds,$$

в результате интегрирования получим, что *эксергия теплоты, получаемой от источника теплоты переменной температуры, равна*

$$e_q = q - T_0 \cdot \Delta s_{и}, \quad (7.5)$$

где $\Delta s_{и}$ — изменение энтропии источника теплоты.

Графическое представление эксергии теплоты в T, s -диаграмме показано на рис. 7.4. Если же применить введенное уравнением (2.21) понятие средней температуры $T_{\text{ср}}$, а эксергетическую функцию представить как

$$\tau_e = 1 - \frac{T_0}{T_{\text{ср}}},$$

то уравнение для эксергии теплоты примет вид

$$e_q = q \cdot \tau_e. \quad (7.6)$$

Формулы (7.4) и (7.5) чётко показывают неэквивалентность энергии в форме работы и в форме теплоты. Если энергию в форме работы можно преобразовать в эквивалентное количество энергии любой другой формы, то теплоту можно преобразовать в работу лишь частично, в зависимости от температуры источника теплоты и температуры окружающей среды.

Пример 7.1

Определить эксергию углекислого газа CO_2 , находящегося в баллоне объемом 40 литров при давлении $p_1 = 6$ МПа и температуре $t_1 = 30^\circ\text{C}$. Параметры окружающей среды: давление $p_0 = 0,1$ МПа и температура $t_0 = 20^\circ\text{C}$.

Решение

Эксергию газа рассчитаем по уравнению (7.1)

$$E_V = m \cdot [u_1 - u_0 - T_0 \cdot (s_1 - s_0) - p_0 \cdot (v_0 - v_1)], \quad (a)$$

для которого в таблице [3] найдём нужные величины:

$$u_1 = 159,8 \text{ кДж/кг};$$

$$s_1^0 = 4,872 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)};$$

$$u_0 = 153,2 \text{ кДж/кг};$$

$$s_0^0 = 4,843 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

По уравнению (1.33) определим массу газа в баллоне

$$m = \frac{p_1 \cdot V_1}{R \cdot T_1} = \frac{6 \cdot 10^3 \cdot 40 \cdot 10^{-3} \cdot 44}{8,314 \cdot (30 + 273,15)} = 4,333 \text{ кг}.$$

Далее последовательно рассчитаем составляющие уравнения (a):

$$u_1 - u_0 = 159,8 - 153,2 = 6,6 \text{ кДж/кг},$$

разность энтропий вычислим по (2.19)

$$\begin{aligned} s_1 - s_0 &= s_1^0 - s_0^0 - R \cdot \ln(p_1/p_0) = \\ &= 4,872 - 4,843 - (8,314/44) \cdot \ln(6 \cdot 10^3/0,1 \cdot 10^3) = \\ &= -0,7446 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)} \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} p_0 \cdot (v_0 - v_1) &= p_0 \cdot \frac{\tilde{R}}{\mu} \cdot \left(\frac{T_0}{p_0} - \frac{T_1}{p_1} \right) = \\ &= 0,1 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{293,15}{0,1 \cdot 10^3} - \frac{303,15}{6 \cdot 10^3} \right) = 54,44 \text{ кДж/кг}. \end{aligned}$$

Вставим все эти величины в уравнение (а) и получим искомый ответ

$$E_V = 4,333 \cdot [6,6 - 293,15 \cdot (-0,7448) - 54,45] = 714,2 \text{ кДж/кг}.$$

Ответ: $E_V = 714,2 \text{ кДж/кг}$.

7.2. Потеря эксергии в необратимых процессах

Полученные в предыдущем разделе выражения для эксергии определяют максимальную работу, которую можно получить в различных системах при проведении обратимых — идеализированных — процессов. Реальные же процессы всегда в той или иной степени необратимы, что приводит к уменьшению способности системы производить работу. Это уменьшение и называется *потерей эксергии*.

Как можно определить уменьшение эксергии системы вследствие необратимости процесса разберем на примере необратимого процесса адиабатного дросселирования. Здесь поток газа в сечении 1 (рис. 7.5) перед местным сопротивлением (клапаном) имеет параметры p_1 , h_1 , s_1 и скорость w_1 . В результате трения в клапане давление уменьшается до p_2 , но энтальпия h_2 в сечении 2 равна h_1 и скорости газа в сечениях 1 и 2 примерно одинаковы.

Процесс дросселирования существенно необратим и

$$s_2 > s_1.$$

Эксергия газа согласно (7.3) до дросселирования

$$e_1 = (h_1 - h_0) - T_0 \cdot (s_1 - s_0),$$

после дросселирования

$$e_2 = (h_2 - h_0) - T_0 \cdot (s_2 - s_0).$$

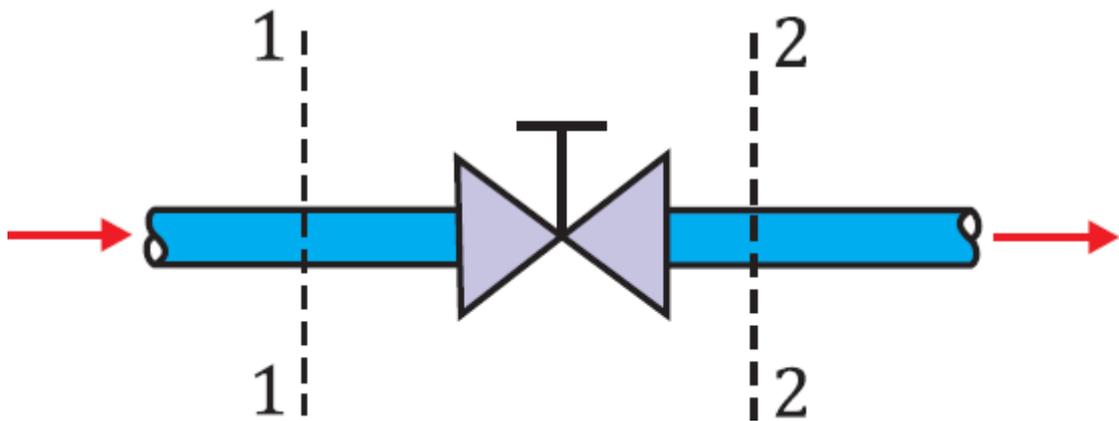


Рис. 7.5. Источник потери эксергии

Уменьшение эксергии составит

$$\Delta e = e_1 - e_2 = T_0 \cdot (s_2 - s_1).$$

Поскольку процесс дросселирования адиабатный, то увеличение энтропии газа представляет собой увеличение энтропии всей системы. Поэтому запишем:

$$\Delta e = T_0 \cdot \Delta s_{\text{сист.}}, \quad (7.7)$$

где $\Delta s_{\text{сист.}}$ — увеличение энтропии системы вследствие любых необратимых процессов.

Формула (7.7) носит название *формулы Гюи-Стодолы* и справедлива для расчета потери эксергии в любых необратимых процессах, независимо от причин необратимости.

Таким образом, в отличие от энергии, которая не исчезает, а лишь превращается из одной формы в другую, эксергия может уменьшаться при необратимых процессах. Потеря эксергии означает, что вследствие необратимости дополнительное количество энергии будет передано окружающей среде, где она имеет нулевую возможность преобразования ее в работу.

Понятие эксергии дает возможность сопоставлять различные виды энергии по их ценности с точки зрения получения работы за их счет, а понятие потери эксергии позволяет судить о термодинамическом совершенстве процессов преобразования энергии. Показателем термодинамического совершенства процесса служит эксергетический коэффициент полезного действия равный отношению эксергии, полученной в результате процесса $E_{\text{получ.}}$ к эксергии затраченной $E_{\text{затр.}}$.

$$\eta_{ex} = \frac{E_{\text{получ.}}}{E_{\text{затр.}}}. \quad (7.8)$$

Полученная эксергия может быть или равна затраченной (в обратимом процессе) или меньше нее на величину потерь ΔE . Поэтому эксергетический КПД можно представить как

$$\eta_{ex} = 1 - \frac{\Delta s_{\text{сист.}}}{E_{\text{затр.}}}. \quad (7.9)$$

Эксергетический КПД применим для анализа совершенства любых процессов и теплотехнических устройств. Так можно говорить об эксергетическом КПД цикла, комбинированной установки для выработки электричества и теплоты для целей теплофикации, теплообменного аппарата, тепловой изоляции и т.д. В частности, применим его для оценки совершенства обратимого цикла Карно (рис. 7.6). В этом случае полученная эксергия есть работа цикла $l_{\text{ц}}$, затраченная эксергия — эксергия теплоты q_1 , равная по (7.5)

$$e_{q_1} = q_1 - T_0 \cdot \Delta s_{\text{и}},$$

и эксергетический КПД равен

$$\eta_{ex}^K = \frac{l_{ц}}{q_1 - T_0 \cdot \Delta S_{и}}$$

Из графического представления этих составляющих в T, s -диаграмме (рис. 7.6) ясно, что

$$\eta_{ex}^k = 1.$$

Это означает, что такой цикл термодинамически совершенен и с помощью него в полной мере осуществляется преобразование теплоты в работу, возможное в заданных условиях.

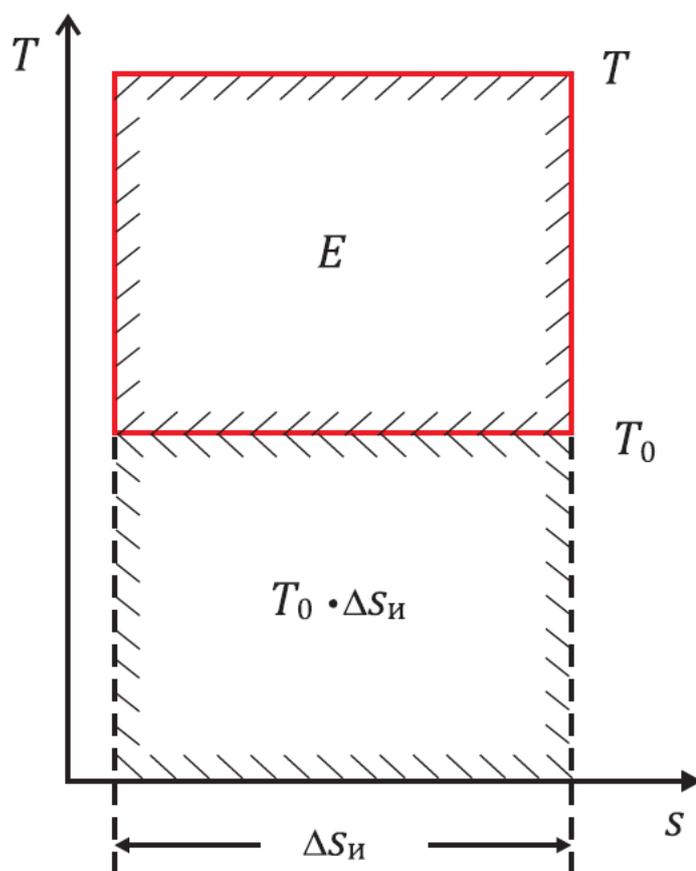


Рис. 7.6. Цикл Карно

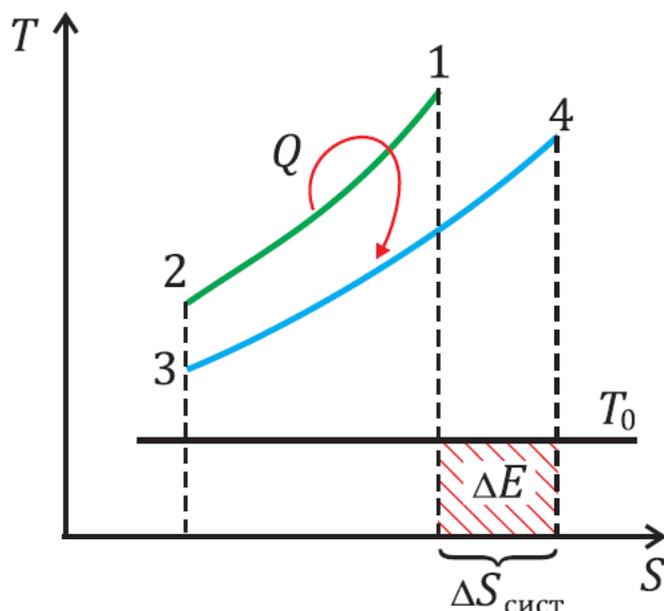


Рис. 7.7. Потеря эксергии при теплообмене

Эксергетический анализ элементов теплотехнических установок позволяет выявлять место и причины ухудшения процесса преобразования теплоты в работу.

Пример 7.2

Определить потерю эксергии и эксергетический КПД газо-воздушного подогревателя, в котором газ при давлении $p = 100$ кПа и $t_1 = 300^\circ\text{C}$ охлаждается до температуры $t_2 = 80^\circ\text{C}$. Воздух нагревается от начальных параметров $t_3 = 30^\circ\text{C}$ и $p_3 = 1$ МПа до температуры $t_4 = 160^\circ\text{C}$ при $p_4 = 900$ кПа. Расчёт вести на 1 кг воздуха. Газ обладает свойствами продуктов сгорания метана. Температура окружающей среды равна $T_0 = 293,15$ К.

Решение

Представим процессы, протекающие в теплообменнике, в диаграмме T, s (рис. 7.7) и в справочных таблицах [3] найдём значения свойств теплоносителей.

Газ:

$$\begin{aligned} h_1 &= 638,3 \text{ кДж/кг}; \\ s_1^0 &= 7,969 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}; \\ h_2 &= 385,4 \text{ кДж/кг}; \\ s_2^0 &= 7,414 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}. \end{aligned}$$

Воздух:

$$\begin{aligned} h_3 &= 303,6 \text{ кДж/кг}; \\ s_3^0 &= 6,881 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}; \\ h_4 &= 435,0 \text{ кДж/кг}; \\ s_4^0 &= 7,242 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}. \end{aligned}$$

Из теплового баланса определим массу газа, приходящегося на 1 кг воздуха

$$m_{\Gamma} \cdot (h_1 - h_2) = 1 \cdot (h_4 - h_3),$$

$$m_{\Gamma} = \frac{h_4 - h_3}{h_1 - h_2} = \frac{435,0 - 303,6}{638,3 - 385,4} = 0,5196 \text{ кг газа/кг воздуха.}$$

Рассчитаем изменения энтропии газа и воздуха, приходящиеся на 1 кг воздуха

$$\Delta S_{\Gamma} = -m_{\Gamma} \cdot (s_1^0 - s_2^0) = 0,5196 \cdot (7,969 - 7,414) = -0,2884 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}};$$

$$\Delta S_{\text{В}} = m_{\text{В}} \cdot \left(s_4^0 - s_3^0 - R \cdot \ln \frac{p_4}{p_3} \right) = 1 \cdot \left(7,242 - 6,881 - \frac{8,314}{29} \cdot \ln \frac{0,9}{1,0} \right) = 0,3912 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Определим изменение энтропии системы и по (7.7) потерю эксергии

$$\Delta S_{\text{сист.}} = \Delta S_{\Gamma} + \Delta S_{\text{В}} = -0,2884 + 0,3912 = 0,1028 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}};$$

$$\Delta E = T_0 \cdot \Delta S_{\text{сист.}} = 293,15 \cdot 0,1028 = 30,14 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}.$$

Для нахождения эксергетического КПД рассчитаем затрату эксергии газа, применив для этого формулу (7.3)

$$E_{\text{затр.}} = m_{\Gamma} \cdot [(h_1 - h_2) - T_0 \cdot (s_1 - s_2)] = 0,5196 \cdot [(638,3 - 385,4) - 293,15 \cdot (7,969 - 7,414)] = 46,87 \text{ кДж/кг.}$$

Эксергетический КПД определим по формуле (7.9)

$$\eta_{\text{ex}} = 1 - \frac{\Delta E}{E_{\text{затр.}}} = 1 - \frac{30,14}{46,87} = 0,357.$$

Ответ: $\Delta E = 30,14 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$; $\eta_{\text{ex}} = 0,357$.

Эксергетический КПД теплообменника получился невысоким. Он свидетельствует о том, что, несмотря на отсутствие потерь теплоты, количество работы, которое могло бы быть получено за счёт теплоты, отбираемой от газа, существенно уменьшится — на величину ΔE — при получении работы при отборе теплоты от воздуха. Эта величина энергии — $\Delta E = 30,14 \text{ кДж/кг}$ — будет дополнительно передана окружающей среде, где она не будет обладать эксергией. Причиной потери эксергии является необратимость процесса теплообмена при большой разности температур теплоносителей и уменьшение давления потока воздуха из-за наличия трения.

7.3. Контрольные вопросы

1. Сравните понятия энергия и эксергия.
2. Что является мерой эксергии?

3. Как вычисляется эксергия неподвижной системы?
4. Как вычисляется эксергия вещества в потоке?
5. Что такое эксергетическая температурная функция и где она применяется?
6. Поясните смысл формулы Гюи-Стодолы.
7. Чем определяется (объясняется?) потеря эксергии в теплообменном аппарате? Куда она теряется?

Глава 8. ТРЕТИЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ

8.1. Условия равновесия термодинамических систем

При рассмотрении второго закона было установлено, что допущение любых самопроизвольных процессов приводит к необратимости и, как следствие, к росту энтропии системы, т.е.

$$dS > 0.$$

С учетом необратимых процессов тождество (2.12) преобразуется в

$$T \cdot dS \geq dU + p \cdot dV. \quad (8.1)$$

Процесс прекращается, когда достигается состояние равновесия, определяемое условиями (2.20)

$$S_{\text{сист.}} = S_{\text{max}}; dS_{\text{сист.}} = 0; d^2S < 0.$$

Всё это относится к изолированной системе, т.е. к системе, определяемой условиями

$$U = \text{const}; V = \text{const}.$$

Рассмотрим, какими являются условия достижения равновесия в системе при других условиях взаимодействия с окружающей средой. Для этого из соотношения (8.1) получим

$$dU \leq T \cdot dS - p \cdot dV. \quad (8.2)$$

Для системы, взаимодействующей с окружающей средой в условиях

$$V = \text{const} \text{ и } S = \text{const},$$

$$dU < 0, \quad (8.3)$$

и следовательно, процессы, ведущие к равновесию, идут в направлении уменьшения внутренней энергии, а в состоянии равновесия

$$U = U_{\text{min}}; dU = 0; d^2U > 0. \quad (8.4)$$

С учетом необратимых процессов тождество (2.13) также преобразуется в

$$T \cdot dS \geq dH - V \cdot dp, \quad (8.5)$$

откуда для системы, взаимодействующей с окружающей средой в условиях

$$p = \text{const}; S = \text{const},$$

запишем

$$dH \leq TdS + Vdp. \quad (8.6)$$

Следовательно, процессы, ведущие к равновесию, в такой системе идут в направлении уменьшения энтальпии

$$dH < 0. \quad (8.7)$$

а в состоянии равновесия

$$H = H_{\min}; dH = 0; d^2H > 0. \quad (8.8)$$

Если в выражении (8.2) к слагаемому TdS применить преобразование Лежандра (1.15), то получим

$$dF < -S \cdot dT - p \cdot dV. \quad (8.9)$$

Отсюда для системы, взаимодействующей с окружающей средой в условиях

$$T = \text{const}; V = \text{const}$$

$$dF \leq 0, \quad (8.10)$$

что означает, что процессы, ведущие к равновесию, в этой системе идут в направлении уменьшения энергии Гельмгольца (изохорно-изотермического потенциала), и в состоянии равновесия

$$F = F_{\min}; dF = 0; d^2F > 0. \quad (8.11)$$

Подобным же образом, если к слагаемому $T \cdot dS$ в выражении (8.6) применить преобразование Лежандра (1.15), то получим

$$dG \leq -S \cdot dT + V \cdot dp. \quad (8.12)$$

Из этого следует, что в системе, в которой процессы совершаются в условиях

$$p = \text{const} \text{ и } T = \text{const},$$

$$dG \leq 0, \quad (8.13)$$

и, следовательно, процессы, ведущие к равновесию, идут в направлении уменьшения энергии Гиббса (изобарно-изотермического потенциала) G и равновесное состояние достигается при условии

$$G = G_{\min}; dG = 0; d^2G > 0. \quad (8.14)$$

Полученные в этом разделе соотношения раскрывают одну из важнейших черт характеристических функций. *Характеристические функции являются критериями равновесия в термодинамических системах.* Типичным примером их применения для этой цели является использование одной из них, g , при анализе фазовых переходов (см. раздел 5.1).

8.2. Третий закон термодинамики

Из рассмотренных выше условий прохождения процессов в различных системах наиболее важными являются два последних случая:

для системы

$$V, T = \text{const}$$

и системы

$$p, T = \text{const},$$

т.к. именно в этих системах осуществляются химические реакции. Условия равновесия представляют основу для анализа химических реакций, определения их направлений и влияния условий, при которых они осуществляются, на выход продуктов. Для анализа процессов в этих системах необходимо знать энергию Гельмгольца

$$F = U - T \cdot S$$

(первый случай) или энергию Гиббса

$$G = H - T \cdot S$$

(второй случай) как исходных веществ, так и продуктов реакции. В ходе расчётов необходимо вычислять, например, изменение энергии Гиббса, которое согласно уравнению Гиббса-Гельмгольца (4.14) равно

$$\Delta G = \Delta H + T \cdot \left(\frac{\partial \Delta G}{\partial T} \right)_p, \quad (8.15)$$

где символ Δ означает разность соответствующего свойства продуктов и исходных веществ реакции. При этом надо рассчитывать энтропию, а здесь возникло затруднение, — неизвестно было, где находится начало её отсчета.

Энтропия вошла в термодинамику как дифференциальная величина (2.9) и на основе первого и второго законов термодинамики установить начало её отсчета невозможно.

С развитием химической промышленности проблема расчёта химических реакций становилась все острее и её решением занимались ведущие научные умы. В 1906 г. В. Нернст обобщил результаты экспериментальных исследований реакций и предложил постулат об изменении свойств веществ при очень низких температурах. Он предложил, что

$$\lim_{T \rightarrow 0} \left(\frac{\partial}{\partial T} \Delta G \right)_p = \lim_{T \rightarrow 0} \left(\frac{\partial}{\partial T} \Delta H \right)_p = 0.$$

Отсюда следует

$$\lim_{T \rightarrow 0} \Delta S = \frac{\partial}{\partial T} \Delta G = 0,$$

$$\lim_{T \rightarrow 0} \Delta c_p = \frac{\partial}{\partial T} \Delta H = 0,$$

что означает что вблизи абсолютного нуля температуры энтропии исходных веществ и продуктов реакции становятся неизменными и равными между собой.

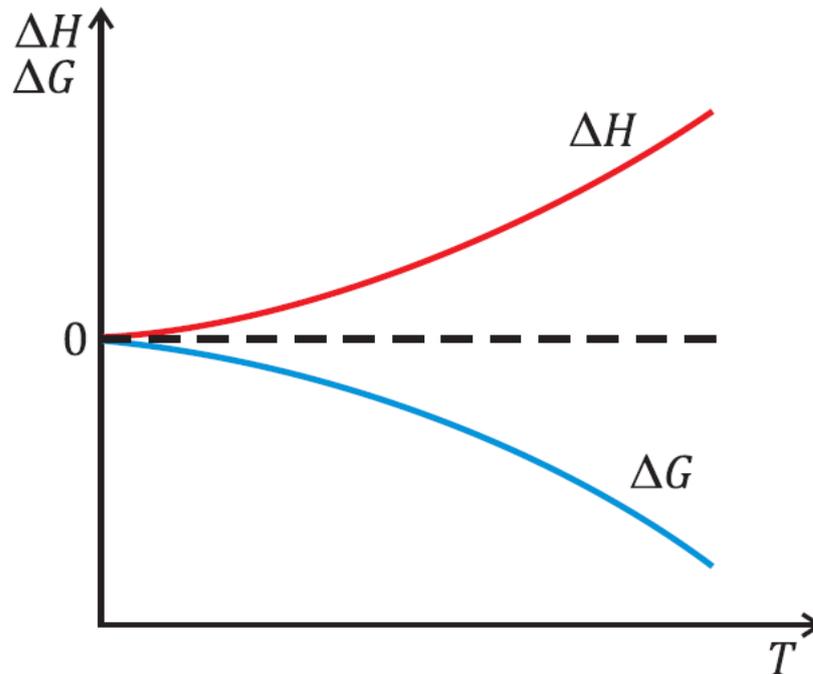


Рис. 8.1. Зависимость ΔH и ΔG от температуры

В 1912 г. М. Планк дополнил предложение Нернста. Он сказал, что энтропии становятся равными потому, что для всех веществ вблизи абсолютного нуля температуры независимо от давления или объёма энтропия равна нулю

$$\lim_{T \rightarrow 0} S = 0. \quad (8.16)$$

Это утверждение согласуется с тем положением, что в статистической физике справедливо соотношение (2.25)

$$S = k_B \cdot \ln W,$$

где W — термодинамическая вероятность состояния.

С приближением к нулю температуры структура вещества становится упорядоченной с вероятностью

$$W = 1$$

и, следовательно,

$$S = 0.$$

В более общей формулировке Планка предложение Нернста выглядит как *энтропии всех тел конечного объёма, имеющих однородный состав, бесконечно уменьшаются при температуре, стремящейся к абсолютному нулю*. Это утверждение, нашедшее многочисленные подтверждения, называется теперь третьим законом термодинамики. На практике его формулируют просто: при температуре

$$T = 0$$

энтропия

$$S = 0$$

при любом давлении вещества. Значения энтропии, рассчитанные исходя из этого положения, называются *абсолютной энтропией*.

Следствия третьего закона термодинамики ($p_0 = 0,1$ МПа):

1. С созданием третьего закона появилась возможность расчета абсолютной энтропии, поскольку теперь можно представить ход изменения теплоемкости вещества при низких температурах. Так, например, значение энтропии пара при стандартном давлении

$$p_0 = 0,1 \text{ МПа}$$

с учётом фазовых переходов может быть вычислено как

$$s = \int_0^{T_{\text{пл}}} \frac{c_p^{\text{ТВ}} dT}{T} + \frac{\Delta h_{\text{пл}}}{T_{\text{пл}}} + \int_{T_{\text{пл}}}^{T_{\text{кип}}} \frac{c_p^{\text{ж}} dT}{T} + \frac{\Delta h_{\text{кип}}}{T_{\text{пл}}} + \int_{T_{\text{кип}}}^T \frac{c_p^{\text{пар}} dT}{T}.$$

2. Вблизи абсолютного нуля температуры

$$\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T = 0,$$

а по уравнению Максвелла (4.17)

$$\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p.$$

Поэтому термический коэффициент α при

$$T \rightarrow 0,$$

соответственно

$$\alpha = \frac{1}{v} \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \rightarrow 0.$$

Точно также при температуре, близкой к абсолютному нулю,

$$\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T = 0,$$

а по уравнению (4.19)

$$\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v,$$

и поэтому другой термический коэффициент γ при

$$T \rightarrow 0,$$
$$\gamma = \frac{1}{p} \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v = 0.$$

Это означает, что при температуре близкой к абсолютному нулю изменением температуры невозможно изменить значения термических свойств вещества и, наоборот, изменением давления или объёма невозможно изменять температуру вещества.

3. Для идеального газа по уравнению (1.31) производная

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p = \frac{R}{p}$$

при

$$T \rightarrow 0$$

не становится равной нулю. Следовательно, такой газ не может существовать при температуре, близкой к абсолютному нулю. Наступает вырождение идеального газа.

4. При

$$T \rightarrow 0,$$

обращаются в нуль и теплоёмкости вещества

$$c_x = T \cdot \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_x.$$

Вещества теряют способность к теплообмену и становится невозможным изменять температуру вещества с помощью охлаждения, также как и с помощью изменения объёма или давления. Природа отнимает все средства воздействия для изменения температуры вещества и *абсолютный нуль температуры недостижим*.

После установления третьего закона термодинамики появилась возможность теоретического расчёта абсолютных значений энергий Гиббса и Гельмгольца веществ и, следовательно, используя термодинамические условия равновесия, расчета химических реакций. Это позволяет выявлять влияние различных параметров на выход продуктов реакции и является основой химических технологий. Изучение закономерностей осуществления химических реакций является предметом целой отрасли науки — Химической термодинамики.

8.3. Контрольные вопросы

1. Чем определяется направление необратимых процессов в системе, взаимодействующей с окружающей средой при $p = \text{const}$ и $T = \text{const}$?
2. Чем определяется направление необратимых процессов в системе, взаимодействующей с окружающей средой при $V = \text{const}$ и $T = \text{const}$?
3. Объясните суть (смысл) третьего закона термодинамики.

4. Почему считается, что уравнение Клапейрона-Менделеева не действует при температурах, близких к абсолютному нулю?

Глава 9. ТЕРМОДИНАМИКА ПОТОКА ВЕЩЕСТВА

9.1. Основные уравнения

Основным уравнением для исследования термодинамических процессов в потоке является первый закон термодинамики для стационарного и одномерного потока вещества (1.28), в котором, имея в виду задачи, рассматриваемые в учебнике, можно пренебречь изменением потенциальной энергии потока и использовать первый закон в виде (1.29) или в интегральной форме

$$q = h_2 - h_1 + \frac{(w_2^2 - w_1^2)}{2} + l_{\text{тех}}. \quad (9.1)$$

Следует напомнить, что первый закон термодинамики для потока вещества в форме (1.29) и (9.1) можно применять и для обратимых, и для необратимых процессов, среди которых — течение с трением, которое сопровождается выделением теплоты трения. Говоря «течение газа», будем понимать это, как течение идеального или реального газа, т.е. перегретого пара, влажного пара и жидкости.

Для одномерного и стационарного потока газа можно записать соотношение между объемным расходом V и скоростью потока w для произвольного поперечного сечения канала площадью f

$$V = f \cdot w, \quad (9.2)$$

и очевидное соотношение между массовым m и объемным V расходами

$$V = m \cdot v, \quad (9.3)$$

где v — удельный объем газа.

Приравнивая правые части уравнений (9.2) и (9.3), получаем *уравнение неразрывности (сплошности)*

$$m \cdot v = f \cdot w, \quad (9.4)$$

которое справедливо для любого сечения одномерного стационарного потока.

Записав *первый закон термодинамики для процессов с трением* в форме (1.24)

$$dq = dh - v \cdot dp - dq_{\text{тр}},$$

и приравняв правые части уравнений (1.24) и (1.29), получаем уравнение, которое можно рассматривать как *следствие из первого закона термодинамики*

$$v \cdot dp + \frac{dw^2}{2} + dl_{\text{тех}} + dq_{\text{тр}} = 0. \quad (9.5)$$

Следует отметить, что, несмотря на отсутствие в (9.5) теплоты q и энтальпии h , уравнение можно применять и для процессов, в которых имеет место подвод или отвод теплоты и изменение энтальпии. Уравнение (9.5) может быть преобразовано к виду

$$-v \cdot dp = \frac{dw^2}{2} + dl_{\text{тех}} + dq_{\text{тр}},$$

в котором левую часть ($-v \cdot dp$) называют располагаемой работой, имея ввиду, что располагаемая работа может быть расходована на изменение кинетической энергии потока газа ($\frac{dw^2}{2}$), на совершение потоком технической работы ($dl_{\text{тех}}$) и на преодоление потоком сил трения ($dq_{\text{тр}}$).

Для несжимаемой жидкости

$$\rho = \frac{1}{v} = \text{const}$$

в отсутствии трения

$$q_{\text{тр}} = 0$$

и совершаемой (или затрачиваемой) технической работы

$$l_{\text{тех}} = 0$$

уравнение (9.5), записанное с учетом изменения потенциальной энергии (gdX), как в (1.28),

$$p_1 + \rho \cdot \frac{w_1^2}{2} + \rho \cdot g \cdot X_1 = p_2 + \rho \cdot \frac{w_2^2}{2} + \rho \cdot g \cdot X_2, \quad (9.6)$$

называется *уравнением Бернулли*. Таким образом, уравнение Бернулли можно рассматривать, как частный случай первого закона термодинамики для течения жидкости.

9.2. Параметры адиабатного торможения

Рассмотрим адиабатное течение газа, т.е. течение без подвода к нему и без отвода от него теплоты:

$$q = 0.$$

Кроме того, будем считать, что

$$l_{\text{тех}} = 0,$$

т.е. в потоке отсутствуют устройства типа турбины или детандера, совершающие работу, или устройства типа насоса или компрессора, к которым необходимо подводить работу. При таких условиях первый закон термодинамики (9.1) будет иметь вид

$$h_2 - h_1 + \frac{(w_2^2 - w_1^2)}{2} = 0, \quad (9.7)$$

или

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2} = h_2 + \frac{w_2^2}{2} = \dots = h_0. \quad (9.8)$$

Т.к. сумма энтальпии и кинетической энергии потока в любом сечении адиабатного потока есть величина постоянная, то из (9.8) следует, что для увеличения скорости адиабатного потока газа его энтальпия должна уменьшаться.

Энтальпия h_0 , как это видно из (9.8), равна энтальпии газа при скорости потока равной нулю. Параметры газа, при которых скорость потока в результате адиабатного обратимого процесса становится равной нулю, называют *параметрами полного адиабатного торможения*. Энтальпия полного адиабатного торможения h_0 определяется по известным начальным параметрам газа (p_1, t_1, w_1) по (9.8)

$$h_0 = h_1 + \frac{w_1^2}{2}. \quad (9.9)$$

На рис. 9.1 показано увеличение энтальпии

$$\Delta h_{\text{торм}} = h_0 - h_1$$

при адиабатном торможении потока газа. Давление и температура адиабатного торможения (p_0, t_0) находятся расчетом адиабатного обратимого (изоэнтропного) процесса 1-0 (рис. 9.1). Для идеального газа можно выполнить расчет по таблицам [2, 3, 5, 8], определив сначала по энтальпии h_0 температуру t_0 , а затем, используя специальную функцию — относительное давление π_0 или стандартную энтропию s^0 , рассчитать давление p_0 . Также можно определить p_0 и t_0 , используя специальный калькулятор свойств газов [6]. Для реального газа (например, водяного пара) можно воспользоваться таблицами [3], хотя расчет будет связан с многократным интерполированием, т.к. придется определять p_0 и t_0 по энтальпии h_0 , рассчитанной по (9.9), и энтропии

$$s_0 = s_1.$$

Также можно воспользоваться специальным калькулятором свойств водяного пара [6].

При использовании таблиц [3] из-за многократного интерполирования может быть большая погрешность, поэтому здесь допустимо приближенное определение p_0 . Используя термодинамическое тождество (2.13)

$$Tds = dh - vdp$$

для процесса $s = \text{const}$ (рис. 9.1), получаем

$$v_{\text{ср}} \cdot (p_0 - p_1) = h_0 - h_1,$$

а заменяя неизвестное среднее значение удельного объема v_{cp} на v_1 , получаем приближенное значение давления торможения

$$p_0 \cong p_1 + \frac{h_0 - h_1}{v_1}. \quad (9.10)$$

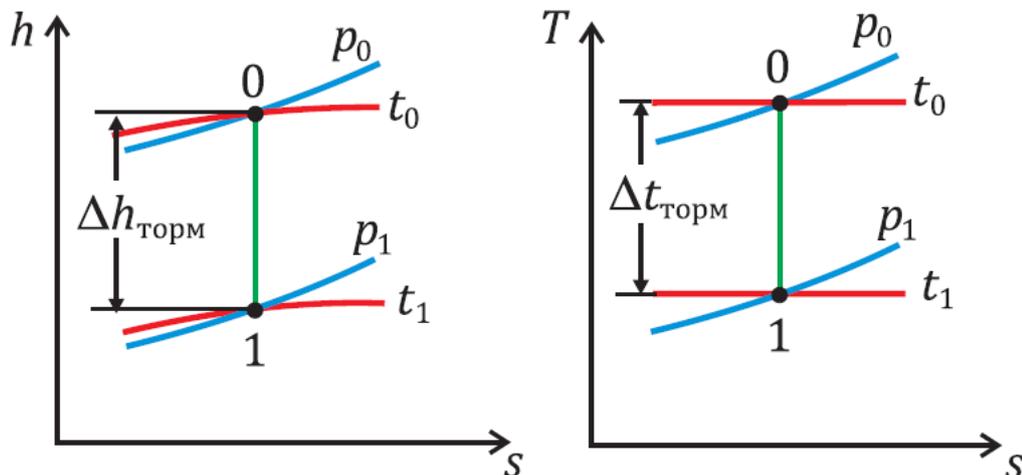


Рис. 9.1. Процесс полного адиабатного торможения

9.3. Геометрическое сопло. Расчет скорости истечения

Сопло — это устройство для увеличения скорости потока газа. Скорость потока газа может быть увеличена различными способами, но наиболее простым способом является изменение площади поперечного сечения канала. Такое сопло называют *геометрическим соплом*. На рис. 9.2 приведено условное изображение суживающегося сопла, а на рис. 9.3 — адиабатный обратимый (без учета трения) процесс расширения газа в суживающихся соплах.

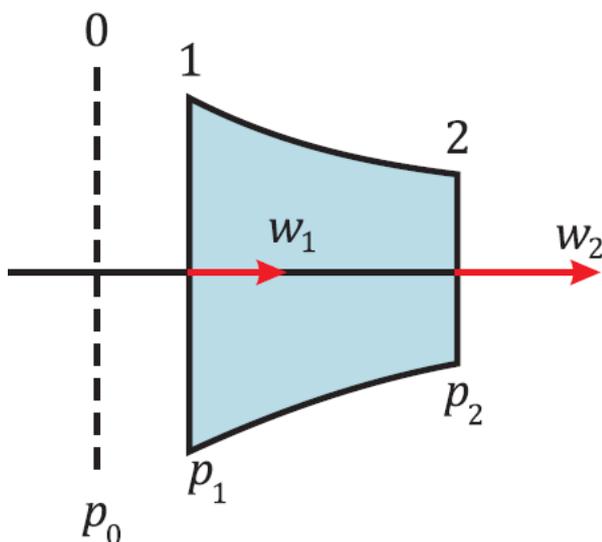


Рис. 9.2. Условное изображение суживающегося сопла

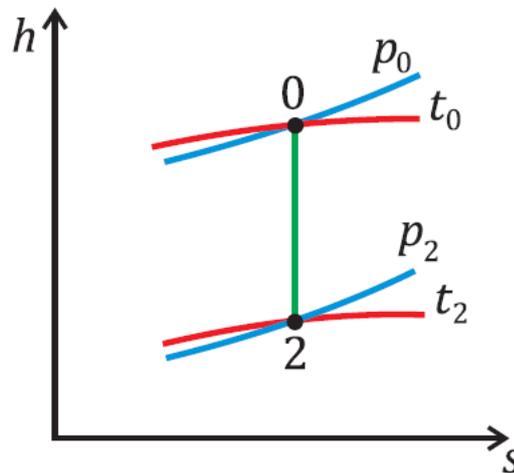


Рис. 9.3. Адиабатный обратимый процесс расширения газа в соплах

Обычно известны параметры газа на входе в сопло (p_1, t_1, w_1), а расчет сопла заключается либо в определении скорости газа w_2 в выходном сечении сопла и массового расхода m по известной площади выходного сечения f_2 , либо скорости газа w_2 и площади выходного сечения f_2 по известному массовому расходу m . Для определения скорости потока газа на выходе из сопла w_2 используем первый закон термодинамики (1.29). В геометрических соплах технической работы нет

$$l_{\text{тех}} = 0,$$

а сравнительно небольшие размеры сопел и большие скорости потока газа позволяют пренебречь самопроизвольным подводом или отводом теплоты

$$q = 0.$$

Поэтому выражение первого закона термодинамики для потока газа (1.29) будет иметь вид (9.7) и (9.8):

$$\frac{w_2^2}{2} = h_0 - h_2, \quad (9.11)$$

$$w_2 = \sqrt{2 \cdot (h_0 - h_2)}. \quad (9.12)$$

Если пренебречь трением, то адиабатный процесс расширения газа 0-2 на рис. 9.3 будет *обратимым* и, в соответствии с (2.23)

$$ds = \frac{dq}{T} = 0,$$

изоэнтропным. Полученное соотношение (9.11) показывает, что кинетическая энергия потока газа на выходе из сопла равна разности энтальпий

$$h_0 - h_2,$$

как это показано на рис. 9.3 и рис. 9.4. Для расчета скорости w_2 необходимо сначала рассчитать параметры полного адиабатного торможения h_0 и p_0 .

Следует напомнить единицы системы СИ в формуле (9.12): скорость w , м/с; удельная энтальпия h , Дж/кг. Если использовать применяемую в таблицах [1-3, 5] размерность удельной энтальпии кДж/кг, необходимо скорректировать формулу (9.12)

$$w_2 = \sqrt{2 \cdot 1000 \cdot (h_0 - h_2)} = 44,72\sqrt{h_0 - h_2}, \quad (9.13)$$

в которой w_2 , м/с; h , кДж/кг.

При течении с трением адиабатный процесс расширения газа в соплах становится *необратимым*, а энтропия газа, в соответствии с (2.23)

$$ds > \frac{dq}{T},$$

возрастает

$$ds > 0,$$

на рис. 9.4 — это необратимый (*действительный*) процесс 0-2д. Причем, чем больше трение, тем больше отклонение процесса 0-2д от обратимого процесса 0-2.

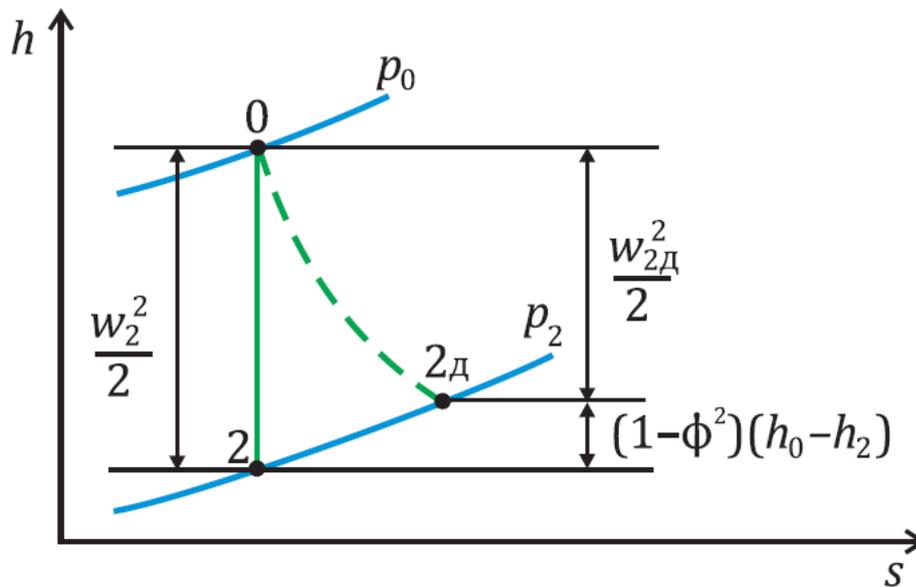


Рис. 9.4. Адиабатный обратимый (0-2) и адиабатный необратимый (0-2д) процессы расширения газа в соплах

Как уже отмечалось ранее, первый закон термодинамики, в том числе и для потока вещества, справедлив не только для обратимых процессов, но и для необратимых. Поэтому формулы (9.12)-(9.13), полученные для обратимого процесса 0-2, можно применить и для действительного процесса 0-2д. Например, кинетическая энергия (рис. 9.4) и скорость потока газа в выходном сечении при наличии трения

$$\frac{w_{2д}^2}{2} = h_0 - h_{2д}, w_{2д} = \sqrt{2 \cdot (h_0 - h_{2д})} \quad (9.14)$$

меньше, чем при обратимом течении без трения. Отношение этих скоростей называют *коэффициентом скорости* или *скоростным коэффициентом сопла*

$$\varphi = \frac{w_{2д}}{w_2}, \quad (9.15)$$

который при необратимом течении с трением

$$\varphi < 1,$$

при обратимом (без трения)

$$\varphi = 1.$$

Скоростной коэффициент сопла позволяет найти действительные параметры газа в выходном сечении сопла (рис. 9.2). Считая известными параметры газа в состояниях 0 и 2 (рис. 9.4), а также коэффициент скорости φ , сначала рассчитывается скорость потока в отсутствие трения по (9.12) или (9.13), а затем, используя (9.15), действительная (с учетом трения) скорость потока газа на выходе из сопла

$$w_{2д} = \varphi \cdot w_2. \quad (9.16)$$

Энтальпия газа на выходе из сопла при течении с трением $h_{2д}$ может быть рассчитана из (9.14)

$$h_{2д} = h_0 - \frac{w_{2д}^2}{2}, \quad (9.17)$$

или, приравнивая (9.14) и (9.16), с учетом (9.13), получаем

$$h_{2д} = h_2 + \xi \cdot (h_0 - h_2). \quad (9.17a)$$

где коэффициент

$$\xi = 1 - \varphi^2$$

называют *коэффициентом потери энергии*.

Действительно, из (9.17a) следует, что

$$\xi = \frac{h_{2д} - h_2}{h_0 - h_2},$$

числитель этой дроби

$$h_{2д} - h_2,$$

как это видно на рис. 9.4, представляет собой уменьшение (потерю) кинетической энергии потока газа вследствие трения, а знаменатель

$$h_0 - h_2$$

максимально возможную (располагаемую) кинетическую энергию потока при адиабатном и обратимом (без трения) течении и фиксированных давлениях на входе в сопло и на выходе из него.

Имея в виду, что используемые в расчетах энтальпии приводятся в таблицах [2, 3, 5, 7] в кДж/кг, удобно использовать для расчетов скорости уравнения, аналогичные (9.13),

$$w_{2д} = \varphi \cdot 44,72 \cdot \sqrt{(h_0 - h_2)}$$

или

$$w_{2д} = 44,72 \cdot \sqrt{(h_0 - h_{2д})},$$
(9.18)

в которых энтальпия h выражается в кДж/кг.

Скорость истечения газа из сопла в формулах (9.12)-(9.14) определяется изменением энтальпии, значения которой, как правило, находятся по таблицам. Одновременно с этим, представляет интерес влияние давления на скорость истечения газа из сопл. Используем для этого выражение (9.5)

$$vdp + \frac{dw^2}{2} + gdX + dl_{\text{тех}} + dq_{\text{тр}} = 0,$$

в котором примем, как и раньше

$$gdX = 0,$$

$$dl_{\text{тех}} = 0,$$

а процесс будем считать обратимым, без трения, т.е.

$$dq_{\text{тр}} = 0.$$

В результате получаем

$$\frac{dw^2}{2} = -vdp. \quad (9.19)$$

Для интегрирования (9.19) будем считать процесс, совершаемый газом в соплах, адиабатным и обратимым, т.е. изоэнтропным

$$s = \text{const},$$

начальные параметры газа — скорость w_0 , давление p_0 и температуру T_0 — постоянными и известными величинами. Зависимость удельного объема v от давления p примем в соответствии с уравнением Пуассона:

$$p \cdot v^k = p_0 \cdot v_0^k,$$

$$v = p_0^{\frac{1}{k}} \cdot v_0 \cdot p^{-\frac{1}{k}},$$

в котором показатель адиабаты газа будем считать постоянной величиной

$$k = \text{const}.$$

В результате интегрирования (9.19)

$$\int_0^2 d(w^2/2) = - \int_{p_0}^{p_2} v dp$$

получаем

$$\begin{aligned} \frac{w_2^2}{2} &= \int_{p_2}^{p_0} p_0^{\frac{1}{k}} \cdot v_0 \cdot p^{-\frac{1}{k}} dp = p_0^{\frac{1}{k}} \cdot v_0 \cdot \frac{k}{k-1} \cdot \left(p_0^{\frac{k-1}{k}} - p_2^{\frac{k-1}{k}} \right) = \\ &= p_0^{\frac{1}{k}} \cdot v_0 \cdot p_0^{\frac{k-1}{k}} \cdot \frac{k}{k-1} \cdot \left[1 - (p_2/p_0)^{\frac{k-1}{k}} \right]; \end{aligned}$$

и окончательно

$$w_2 = \sqrt{2 \cdot \frac{k}{k-1} \cdot p_0 \cdot v_0 \cdot \left[1 - (p_2/p_0)^{\frac{k-1}{k}} \right]}. \quad (9.20)$$

Для идеального газа

$$p_0 \cdot v_0 = R \cdot T_0$$

и

$$w_2 = \sqrt{2 \cdot \frac{k}{k-1} \cdot R \cdot T_0 \cdot \left[1 - (p_2/p_0)^{\frac{k-1}{k}} \right]}. \quad (9.21)$$

При течении с трением скорость газа $w_{2д}$ определяется по (9.15), в которой w_2 рассчитывается по (9.20) или (9.21).

Сравнивая формулы для определения скорости истечения, выраженные через энтальпии (9.12)-(9.14) и через давления (9.20)-(9.21), необходимо отметить преимущество первых перед вторыми. Действительно, форма уравнений (9.12) и (9.14) одинакова для обратимых и необратимых процессов, в то время как формулы (9.20)-(9.21) применимы только для обратимых процессов без трения, т.к. при выводе этих уравнений использовалось уравнение Пуассона (3.23), справедливое только для обратимых адиабатных процессов. Выражения (9.12)-(9.14) следует считать точными уравнениями, т.к. они получены непосредственно из первого закона термодинамики. В отличие от них, формулы (9.20)-(9.21) содержат показатель адиабаты, который для двух-, трех- и более атомных идеальных газов зависит от температуры, а для реального газа он зависит не только от температуры, но и от давления, что делает эти формулы приближенными.

Формулы (9.20) и (9.21) являются точными только для одноатомного идеального газа, у которого теплоемкости и показатель адиабаты — величины постоянные и не зависящие от температуры. Но они могут быть полезными при анализе зависимостей основных характеристик потока газа — скорости и массового расхода — от его давления. При использовании таких формул для

расчетов в области перегретого водяного пара обычно принимается приближенное значение показателя адиабаты $k = 1,3$. Насколько это точно, можно судить по T, s -диаграмме (рис. 9.5), на которую нанесены изолинии

$$k = \text{const.}$$

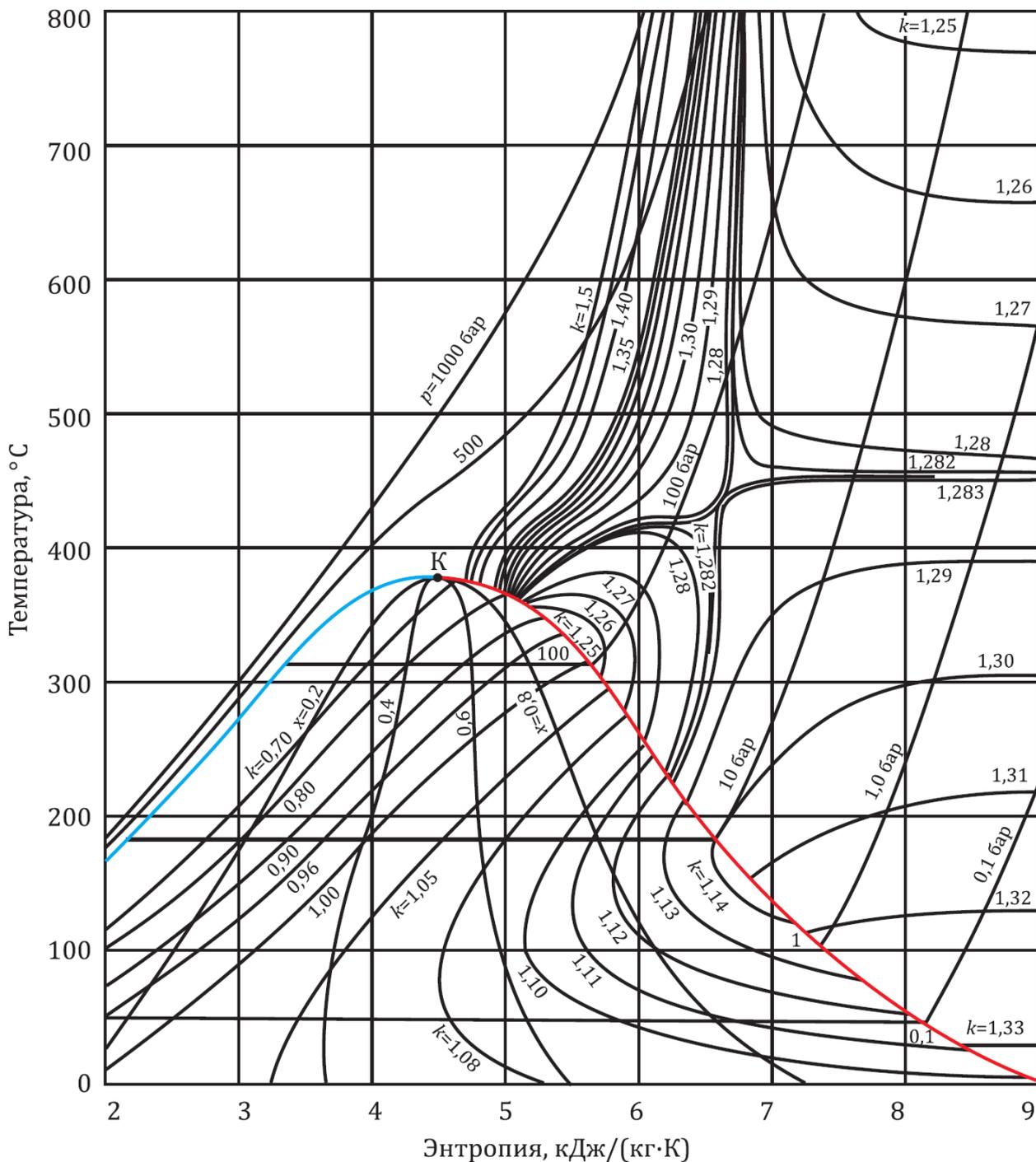


Рис. 9.5. Изолинии постоянных значений показателя адиабаты (линии $k = \text{const}$) водяного пара в T, s -диаграмме

Зависимость скорости истечения газа, рассчитанная по (9.20) от давления p_2 показана на рис. 9.6. Согласно (9.20), максимальная скорость потока газа достигается при

$$p_2 \rightarrow 0$$

$$w_{2,\max} = \sqrt{2 \cdot \frac{k}{k-1} \cdot p_0 \cdot v_0}, \quad (9.22)$$

а для идеального газа

$$p \cdot v = R \cdot T_0$$

$$w_{2,\max} = \sqrt{2 \cdot \frac{k}{k-1} \cdot R \cdot T_0}. \quad (9.23)$$

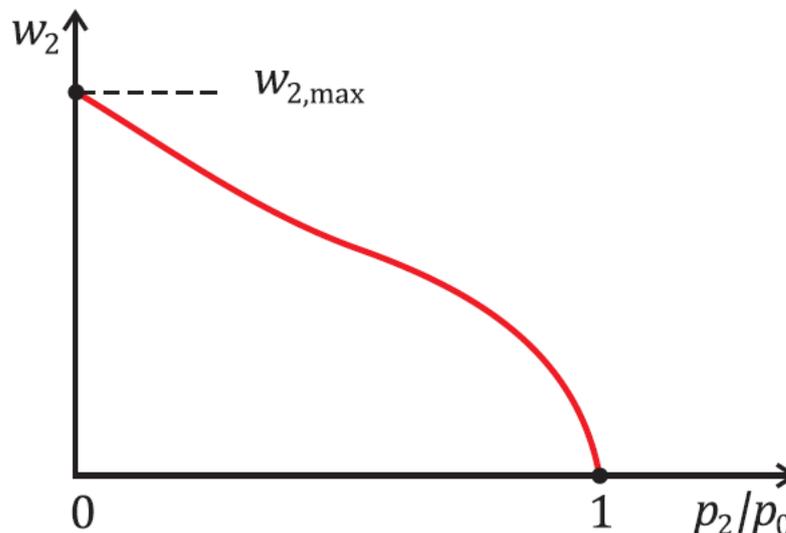


Рис. 9.6. Зависимость скорости истечения газа от давления в выходном сечении сопла p_2

Однако стоит оговориться, что при низких давлениях, когда

$$p_2 \rightarrow 0,$$

условия, для которых получены уравнения (9.22)-(9.23), невыполнимы, т.к. при адиабатном процессе расширения пар (или газ) при низких давлениях оказывается либо в области влажного пара, а затем в области сублимации, либо сразу в области сублимации, как это показано на рис. 9.7.

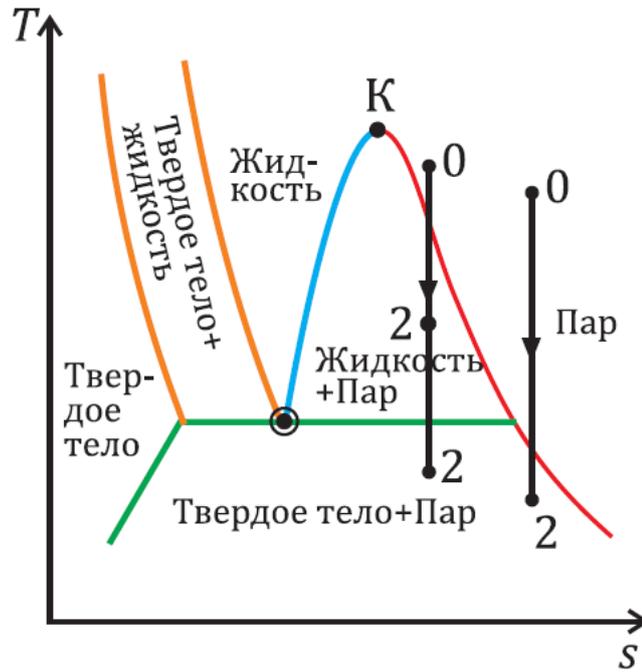


Рис. 9.7. Адиабатные процессы расширения газа (пара) в соплах

Двухфазные состояния вещества в потоке при быстропротекающих процессах в соплах становятся неравновесными. Причина этой неравновесности в том, что при уменьшении давления влажного пара при адиабатном расширении температура паровой фазы становится меньше температуры жидкой фазы. В результате этого, возникают неравновесные состояния и, соответственно, неравновесные процессы. Аналогичная неравновесность возникает и в области сублимации, когда в результате адиабатного расширения температура паровой фазы становится меньше температуры твердой фазы. Кроме того, наличие скачков конденсации при переходе от однофазного метастабильного состояния переохлажденного пара к двухфазному состоянию влажного пара или сублимации только усиливают неравновесность процесса и делают невозможным описание его уравнениями (9.20) и (9.21).

9.4. Скорость звука

Рассматривая увеличение скорости потока в соплах, возникает необходимость сравнения ее со скоростью звука. Существуют термины — дозвуковая и сверхзвуковая скорость. Так что же это такое — скорость звука? Скорость звука — это скорость распространения малых возмущений в адиабатном процессе.

$$\frac{1}{a^2} = \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_s = -\frac{1}{v^2} \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial p} \right)_s, \quad (9.24)$$

где a — скорость распространения звука в среде плотностью ρ .

Откуда скорость звука

$$a = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s} = \sqrt{-v^2 \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_s}. \quad (9.25)$$

Как следует из (9.24) и (9.25), скорость звука — это термодинамическая функция состояния. Т.е. скорость звука для любого вещества однозначно определяется двумя независимыми параметрами состояния, например, давлением и температурой. Численные значения скорости звука для широко используемых веществ приводятся в справочных таблицах. Например, для воды и водяного пара они даются в [3] и в калькуляторе свойств водяного пара [6].

Посмотрим, как изменяется скорость звука в веществе при изменении его агрегатного состояния. Воспользуемся для этого формулой (9.24), согласно которой чем больше сжимаемость среды, тем меньше скорость звука. Известно, что у газов сжимаемость большая, поэтому примерные значения скорости звука для газов составляют $a \approx 10^2$ м/с (например, у воздуха при температуре 20°C $a = 343,3$ м/с). Сжимаемость жидкостей заметно меньше, чем у газов, и скорость звука составляет $a \approx 10^3$ м/с (у воды при давлении 1 бар и температуре 20°C $a = 1483,4$ м/с). У твердых тел сжимаемость еще меньше, скорость звука достигает значений $\approx 10^4$ м/с; кроме того, скорость распространения звука вдоль основных осей кристаллов различная. Для несжимаемых жидкостей по определению сжимаемость равна нулю, поэтому скорость звука

$$a \rightarrow \infty.$$

Формула (9.25), может быть преобразована, если использовать определение показателя адиабаты (3.23)

$$k = -v \cdot \frac{\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_s}{p},$$

из которого следует

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_s = -\frac{k \cdot p}{v}. \quad (9.26)$$

Подставляя (9.26) в (9.25), получаем

$$a = \sqrt{k \cdot p \cdot v}. \quad (9.27)$$

Формула (9.27) справедлива как для реального газа (перегретого пара), так и для жидкости. Для некоторых широко используемых веществ показатель адиабаты k и скорость звука a рассчитаны и сведены в таблицы, как например, для воды и водяного пара [3, 6]. При отсутствии таких таблиц для перегретого пара можно, используя уравнения состояния или таблицы термодинамических свойств, рассчитать показатель адиабаты k и затем скорость звука a по (9.27).

Для перегретого водяного пара можно, оценив предполагаемый интервал параметров, определить показатель адиабаты k по T,s -диаграмме на рис. 9.5. Наиболее простой (но и наименее точный) метод определения скорости звука перегретого пара — это принять осредненное значение показателя адиабаты по молекулярно-кинетической теории (для перегретого водяного пара $k \approx 1,3$) и воспользоваться формулой (9.27). Для жидкости скорость звука наиболее точно определяется экспериментально (с погрешностью в несколько сотых долей процента), а показатель адиабаты k , если понадобится его численное значение, в этом случае рассчитывают по формуле (9.27), используя экспериментальные данные о скорости звука и плотности.

Для идеального газа

$$p \cdot v = R \cdot T$$

и формула (9.27) упрощается:

$$a = \sqrt{k \cdot R \cdot T}. \quad (9.28)$$

Как следует из (9.28), чем выше температура, тем больше скорость звука в газе. Скорость звука в одноатомном идеальном газе пропорциональна \sqrt{T} т.к. и теплоемкости c_p , c_v и показатель адиабаты k одноатомного газа — величины постоянные и не зависящие от температуры. Для двух-, трех- и многоатомных газов это правило не выполняется, т.к. показатель адиабаты k этих газов, как правило, уменьшается с ростом температуры. Например, при температуре $T_1 = 300$ К скорость звука в воздухе равна 347,2 м/с, то при температуре в 4 раза большей $T_2 = 1200$ К скорость звука возрастет примерно в 2 раза и станет равной 675,2 м/с, т.к. показатель адиабаты при этом уменьшился с $k_1 = 1,4000$ до $k_2 = 1,3235$ [2, 3].

Для расчета скорости звука по (9.28) показатель адиабаты идеального газа

$$k = \frac{c_p}{c_v},$$

изобарная и изохорная теплоемкости c_p и c_v берутся из таблиц [1-3, 6]. Если нет возможности воспользоваться таблицами, то показатель адиабаты идеального газа принимается согласно молекулярно-кинетической теории: для одноатомного газа $k = 1,667$, для двухатомного и трехатомного газа с линейной молекулой $k = 1,4$, для трех- и многоатомного газа $k = 1,3$.

Зависимость скорости звука от природы газа видна, если удельную газовую постоянную в (9.28) представить, как

$$R = \frac{\bar{R}}{\mu},$$

то получим:

$$a = \sqrt{k \cdot \frac{\tilde{R}}{\mu} \cdot T}, \quad (9.29)$$

где $\tilde{R} = 8,3145$ кДж/(кмоль · К) — универсальная газовая постоянная, μ — молекулярная масса газа.

Очевидно, что чем меньше μ (т.е., чем газ легче), тем скорость звука в нем больше. Покажем это на примере сравнения скорости звука в двух двухатомных газах: водороде H_2 ($\mu = 2$ кг/кмоль) и кислороде O_2 ($\mu = 32$ кг/кмоль), у которых по молекулярно-кинетической теории показатель адиабаты одинаков и равен $k = 1,4$. В соответствии с (9.29), скорость звука в водороде

$$a_{H_2} = \sqrt{1,4 \cdot \frac{\tilde{R}}{2} \cdot T},$$

в кислороде

$$a_{O_2} = \sqrt{1,4 \cdot \frac{\tilde{R}}{32} \cdot T},$$

а их отношение равно

$$\frac{a_{H_2}}{a_{O_2}} = 4.$$

Т.е. скорость звука в водороде в 4 раза больше, чем скорость звука в кислороде.

9.5. Расход газа через сопло. Кризис течения

Массовый расход является одной из важнейшей характеристик потока вещества, в том числе потока газа или пара, выходящего из сопла. Для одномерного стационарного потока массовый расход m определяется из уравнения неразрывности (9.4)

$$m = f \cdot \frac{w}{v}. \quad (9.30)$$

Уравнение (9.30) является наиболее простым и точным уравнением для определения массового расхода одномерного стационарного потока вещества. Выясним, как влияют параметры газа, прежде всего давление, на массовый расход. Будем считать процесс расширения газа в соплах адиабатным и обратимым, параметры газа на входе в сопло — параметрами торможения p_0 и T_0 , считая их неизменными, а давление газа в выходном сечении сопла переменным, которое может принимать значения от

$$p_2 = p_0$$

до

$$p_2 = 0.$$

Считая в (9.30) площадь выходного сечения f_2 неизменной, значения удельного объема v_2 выразим из уравнения Пуассона (3.23), а скорость потока газа w_2 представим в виде (9.20). В итоге получаем

$$m = \frac{f_2 \cdot w_2}{v_2} = f_2 \cdot \left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{1}{k}} \cdot \frac{1}{v_0} \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{k}{k-1} \cdot p_0 \cdot v_0 \cdot \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}.$$

После несложных преобразований

$$m = f_2 \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{k}{k-1} \cdot \left(\frac{p_0}{v_0}\right) \cdot \left[\left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{k+1}{k}}\right]}. \quad (9.31)$$

Как видно из формул (9.30) и (9.31), скорость потока и массовый расход газа при неизменных начальных параметрах газа — параметрах торможения зависят только от отношения давлений

$$\frac{p_2}{p_0},$$

которое в дальнейшем будем обозначать буквой

$$\beta = \frac{p_2}{p_0}.$$

Но если скорость газа w_2 монотонно растет при уменьшении

$$\beta = \frac{p_2}{p_0}$$

(рис. 9.6), то зависимость массового расхода газа от β имеет более сложный характер. Как следует из (9.31), массовый расход m равен нулю не только при

$$p_2 = p_0 \quad (\beta = 1),$$

когда давление газа за соплом p_2 равно давлению перед соплом p_0 , но и когда

$$p_2 \rightarrow 0 \quad (\beta \rightarrow 0),$$

когда перепад давлений

$$p_0 - p_2$$

максимальный и скорость потока

$$w_2 \rightarrow w_{2,\max}$$

из (9.22). Это означает, что массовый расход газа m при уменьшении давления p_2 , и, соответственно, уменьшении

$$\beta = \frac{p_2}{p_0}$$

сначала растет, затем, пройдя максимум, начинает уменьшаться, как это показано на рис. 9.8 сплошной линией. Но экспериментальное исследование истечения из суживающегося сопла показало (на рис. 9.8 показано крестиками), что при

$$\beta > \beta_{кр}$$

($p_2 > p_{кр}$ на рис. 9.9) эксперимент подтвердил расчетную формулу (9.31); но при

$$\beta < \beta_{кр}$$

уменьшение давления за соплом никак не влияло на расход газа — он оставался тем же самым $m = m_{\max}$, такими же оставались и параметры газа в выходном сечении сопла — давление, температура и др.

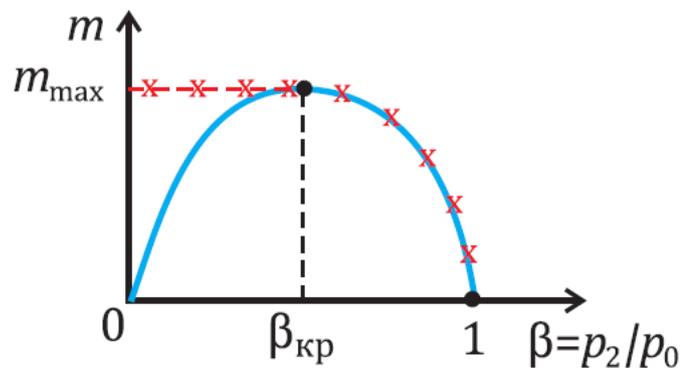


Рис. 9.8. Зависимость массового расхода газа от давления в среде за соплом $p_{ср}$ (— по (9.31), $\times\times\times\times\times$ — эксперимент)

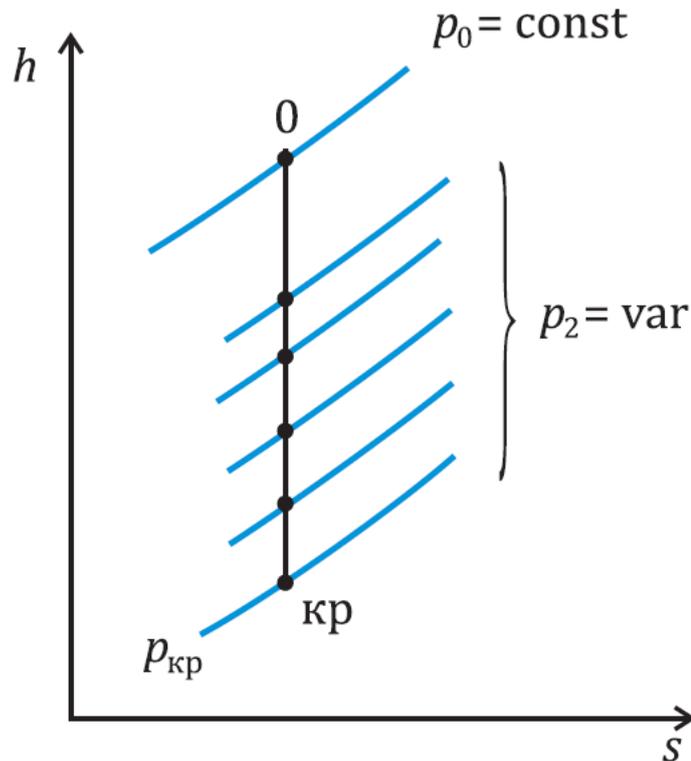


Рис. 9.9. Процессы расширения газа в суживающихся соплах при $\beta > \beta_{кр}$ и при кризисе течения при $\beta = \beta_{кр}$

Такое явление называют *кризисом течения*, а параметры газа в выходном сечении сопла при кризисе течения называют критическими: $\beta_{кр}$, $p_{кр}$, $T_{кр}$, $w_{кр}$ и др. Для определения $\beta_{кр}$ необходимо приравнять нулю производную m (9.31) по β , или производную функции F , находящуюся в квадратных скобках формулы (9.31)

$$F = \beta^{\frac{2}{k}} - \beta^{\frac{k+1}{k}}$$

по β и решить полученное уравнение относительно β :

$$\frac{dF}{d\beta} = \frac{2}{k} \cdot \beta^{\frac{2-k}{k}} - \frac{k+1}{k} \cdot \beta^{\frac{1}{k}} = 0.$$

Решая полученное уравнение относительно β , получаем

$$\beta_{кр} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}. \quad (9.32)$$

Согласно (9.32), $\beta_{кр}$ зависит только от показателя адиабаты k и не зависит от начальных параметров газа p_0 и T_0 . Показатель адиабаты k как в уравнении Пуассона, так и в (9.32), является постоянной величиной для каждой рассматриваемой адиабаты, и принимается, как некоторая осредненная величина. Выбор k для реального газа (перегретого водяного пара) описан в комментарии к формуле (9.27), а для идеального газа — в комментарии к формуле (9.28).

Наиболее простой, но и наименее точный метод определения показателя адиабаты k и по (9.32) $\beta_{кр}$ — это использование молекулярно-кинетической теории идеального газа, согласно которой показатель адиабаты зависит только от количества атомов в молекуле газа. В этом случае для одноатомного газа $k = 1,667$ и $\beta_{кр} = 0,487$, для двухатомного и трехатомного (с линейной молекулой) $k = 1,4$ и $\beta_{кр} = 0,528$, для трех- и многоатомных газов $k = 1,3$ и $\beta_{кр} = 0,546$.

Зная $\beta_{кр}$, нетрудно определить критическое давление $p_{кр}$, при котором происходит кризис течения,

$$p_{кр} = p_0 \cdot \beta_{кр}. \quad (9.33)$$

Имея в виду, что у всех газов примерное значение $\beta_{кр} \approx 0,5$, для обеспечения максимального массового расхода газа в выходном сечении сопла должно установиться критическое давление $p_{кр}$, которое примерно в 2 раза меньше, чем давление торможения p_0 .

Для определения скорости потока газа в выходном сечении сопла при критическом отношении давлений (9.32) используем уравнение (9.20), в котором выразим давление p_0 и удельный объем v_0 заторможенного потока, используя уравнение Пуассона (3.22) и уравнение (9.32),

$$p_0 = p_{кр} \cdot \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{k}{k-1}}; \quad v_0 = v_{кр} \cdot \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}}.$$

В итоге получаем

$$w_{кр} = \sqrt{k \cdot p_{кр} \cdot v_{кр}}. \quad (9.34)$$

Полученное выражение (9.34) полностью совпадает с формулой для скорости звука a (9.27). Таким образом, критическая скорость при обратимом течении — это и есть скорость звука

$$w_{кр} = a, \quad (9.35)$$

а кризис течения при отсутствии трения происходит, когда скорость потока становится равной скорости звука.

Расчет параметров газа на выходе из сопла при адиабатном и обратимом (изоэнтропном) расширении в соплах при

$$\beta > \beta_{кр}$$

(рис. 9.8) и давлении

$$p_2 > p_{кр}$$

(рис. 9.9), когда поток газа дозвуковой, сводится к расчету изоэнтропного процесса идеального или реального газа, рассмотренного в главах 3 и 4 настоящего учебника. Для этого нужно знать только давление p_2 . При

известном давлении p_2 термодинамические свойства *реального газа* (перегретого пара) в состоянии 2 наиболее просто и точно определяются по таблицам, аналогичным таблицам термодинамических свойств воды и водяного пара [3], или с помощью вычислительных программ [6].

Так же точно и достаточно просто производится расчет по таблицам термодинамических свойств идеальных газов [1-3, 5], среди которых таблицы [2, 3, 5], содержащие специальные функции, необходимые для расчета изоэнтропных процессов. Еще более просто (без интерполирования) рассчитываются изоэнтропные процессы идеального газа с помощью вычислительных систем подобных [6].

В результате таких расчетов определяются энтальпии в начале и конце процесса (h_1, h_2), а также удельный объем и температура газа в конце процесса (v_2, T_2), необходимые для расчета скорости истечения из сопла w_2 , массового расхода газа m или площади рассчитываемого поперечного сечения f_2 .

При отсутствии таблиц термодинамических свойств и программ, позволяющих рассчитать термодинамические свойства, уравнением, описывающим процесс расширения газа в соплах, обычно принимается уравнение Пуассона (3.22), для которого определение показателя адиабаты k описано в комментариях к формуле (9.32). Скорости истечения реального и идеального газа w_2 рассчитываются соответственно по (9.20) или (9.21), а удельный объем в выходном сечении — по уравнению Пуассона

$$v_2 = v_0 \cdot \left(\frac{p_0}{p_2}\right)^{\frac{1}{k}}. \quad (9.36)$$

Определить температуру реального газа T_2 , используя только уравнение Пуассона, невозможно; температуру T_2 в этом случае определяют по таблицам по известному давлению p_2 и рассчитанному удельному объему v_2 (9.36). Для идеального газа температура T_2 определяется по уравнению Клапейрона-Менделеева (1.32) по p_2 и v_2 или по (3.24):

$$\frac{T_2}{T_0} = \left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}.$$

Т.к. при кризисе течения

$$p_2 = p_{кр},$$

а критическое отношение давлений равно (9.32)

$$\beta_{кр} = \frac{p_{кр}}{p_0} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}},$$

то заменяя p_2 на $p_{кр}$, получаем

$$\frac{T_{кр}}{T_0} = \left(\frac{p_{кр}}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{2}{k+1},$$

откуда

$$T_{кр} = \frac{2 \cdot T_0}{k+1}. \quad (9.37)$$

Удельный объем газа при кризисе течения (в точке «кр» на рис. 9.9) определяется из уравнения Пуассона, записанного для процесса 0-кр

$$v_{кр} = v_0 \cdot \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}}. \quad (9.38)$$

Уравнения (9.33), (9.36) и (9.37) позволяют определить термические параметры газа ($p_{кр}$, $v_{кр}$, $T_{кр}$) в предположении, что изоэнтропный процесс подчиняется уравнению Пуассона. Допускается использование уравнений (9.33) и (9.36) для реального газа, в том числе перегретого водяного пара. Уравнение (9.37) для $T_{кр}$, при выводе которого использовалось уравнение Клапейрона-Менделеева — термическое уравнение состояния идеального газа, можно применять только для идеального газа.

Выше было показано, что параметры потока в произвольном (например, в выходном) сечении сопла могут быть найдены вполне строго, если известны начальные параметры газа (параметры торможения) и давление в этом сечении. Для определения критических параметров газа, соответствующих его максимальному расходу, ранее использовалось соотношение (9.32), при выводе которого для описания адиабатного обратимого (изоэнтропного) процесса применялось уравнение Пуассона, в котором показатель адиабаты $k = \text{const}$. Такое применение уравнения Пуассона, как это видно на T, s -диаграмме реального газа — водяного пара (рис. 7.5), нельзя считать корректным — т.к. все изолинии $k = \text{const}$ не являются вертикальными линиями $s = \text{const}$. Также некорректно использование уравнения Пуассона для двух-, трех- и многоатомных идеальных газов, у которых показатель адиабаты k зависит от температуры.

Вполне оправдано использование соотношений (9.32)-(9.35), (9.37) и (9.38) для кризиса течения только одноатомного идеального газа, у которого показатель адиабаты k — постоянная величина, определяемая по молекулярно-кинетической теории $k = 1,667$. Кроме того, использование показателя адиабаты k следует считать корректным для характеристики термодинамического состояния (*но не процесса!*) реального и многоатомного идеального газа.

Для определения давления $p_{кр}$ (или температуры $T_{кр}$) реального или многоатомного идеального газа используем равенство скорости потока газа $w_{кр}$ (9.12) в процессе 0-кр (рис. 9.9) и скорости звука $a_{кр}$ в состоянии «кр»

$$w_{кр} = \sqrt{2 \cdot (h_0 - h_{кр})} = a_{кр}. \quad (9.39)$$

Уравнение (9.39) может быть решено относительно $p_{кр}$ численно, если используемая вычислительная система рассчитывает скорость звука $a_{кр}$ или показатель адиабаты k , как, например, для водяного пара в [6], или позволяет рассчитать эти характеристики. В этом случае, после определения параметров торможения (p_0, T_0, h_0, s_0) необходимо найти такое значение $p_{кр}$ (рис. 9.9), чтобы рассчитанные по $p_{кр}$ и $s_{кр} = s_0$ энтальпия $h_{кр}$ и скорости звука $a_{кр}$ удовлетворяли бы уравнению (9.39). Найденное давление $p_{кр}$ позволяет в рамках этой же программы вычислить скорость истечения газа $w_{кр} = a_{кр}$, температуру $T_{кр}$, удельный объем $v_{кр}$ и массовый расход m (9.30) по известной площади поперечного сечения f , либо площадь поперечного сечения f по известному массовому расходу m .

Та же задача корректного определения состояния «кр» (рис. 9.9) решением уравнения (9.39), но не для водяного пара, а для многоатомного идеального газа, решается аналогично. Но в отличие от водяного пара, для которого корнем уравнения (9.39) было давление $p_{кр}$, для многоатомного идеального газа будет проще, если корнем уравнения будет температура $T_{кр}$. В этом случае, после определения параметров торможения (p_0, T_0, h_0, s_0) необходимо найти такое значение $T_{кр}$ (рис. 9.9), чтобы рассчитанные по $T_{кр}$ энтальпия $h_{кр}$, показатель адиабаты

$$k = \frac{c_p}{c_v}$$

и скорость звука $a_{кр}$ (9.28), а также давление $p_{кр}$, рассчитанное из условия

$$s_0 = s_{кр},$$

удовлетворяли бы уравнению (9.39).

9.6. Профиль сопла. Закон обращения воздействия

Уравнение неразрывности (9.4)

$$m \cdot v = f \cdot w$$

подсказывает, что при неизменном массовом расходе m изменение площади проходного сечения канала f (изменение профиля канала) может влиять на скорость потока газа w . Для исследования этого вопроса рассмотрим бесконечно малый отрезок канала, через который проходит массовый расход m , а площадь поперечного сечения канала изменяется на df , в результате чего давление, удельный объем и скорость потока изменяются соответственно на dp , dv и dw . Взаимосвязь между величинами, входящими в уравнение неразрывности (9.4), получим его дифференцированием

$$m \cdot dv = f \cdot dw + w \cdot df.$$

Разделив полученное дифференциальное уравнение на (9.4), получаем

$$\frac{dw}{w} + \frac{df}{f} = \frac{dv}{v} \quad \text{или} \quad \frac{df}{f} = \frac{dv}{v} - \frac{dw}{w}. \quad (9.40)$$

Считая, как и ранее процесс течения адиабатным и обратимым, в котором

$$q_{\text{тр}} = 0; \quad g dz = 0 \quad \text{и} \quad dl_{\text{тех}} = 0$$

в (9.5), получаем (9.19)

$$\frac{dw^2}{2} = -v dp \quad \text{или} \quad w dw = -v dp. \quad (9.41)$$

Преобразовав (9.26) с учетом (9.27) и (9.41), к виду

$$\frac{dv}{v} = \frac{-v dp}{a^2} = \frac{w dw}{a^2} = \frac{w^2}{a^2} \cdot \frac{dw}{w}$$

и подставив полученное выражение в (9.40), получаем

$$\frac{df}{f} = \frac{w^2}{a^2} \cdot \frac{dw}{w} - \frac{dw}{w} = (M^2 - 1) \cdot \frac{dw}{w},$$

где число Маха

$$M = \frac{w}{a}.$$

И окончательно записываем аналитическое выражение *закона обращения воздействия*

$$(M^2 - 1) \cdot \frac{dw}{w} = \frac{df}{f}. \quad (9.42)$$

Действие закона объясним на примере геометрического сопла, увеличение скорости в котором обеспечивается изменением площади его поперечного сечения. На входе в сопло газ движется с небольшой (дозвуковой) скоростью,

$$w < a; \quad M < 1; \quad (M^2 - 1) < 0,$$

а в соплах скорость газа должна увеличиваться

$$dw > 0.$$

Поэтому в соответствии с (9.42) должно обеспечиваться условие

$$df < 0,$$

т.е. дозвуковое геометрическое сопло должно быть суживающимся. Сохраняя суживающийся профиль, скорость газа будет расти до тех пор, пока скорость газа остается дозвуковой (рис. 9.10, а). При достижении скорости звука

$$w = a; \quad M = 1; \quad (M^2 - 1) = 0 \quad \text{и} \quad df = 0.$$

Чтобы получить сверхзвуковую скорость потока

$$(w > a; M > 1; (M^2 - 1) > 0)$$

в соответствии с (9.42) должно обеспечиваться условие

$$df > 0,$$

т.е. сверхзвуковое геометрическое сопло должно быть расширяющимся.

Другими словами, чтобы от дозвуковых скоростей перейти к сверхзвуковым скоростям, необходимо изменить знак воздействия — от суживающегося профиля перейти к расширяющемуся профилю. Такое *комбинированное* сверхзвуковое сопло также называют *соплом Лавала* (рис. 9.10, б).

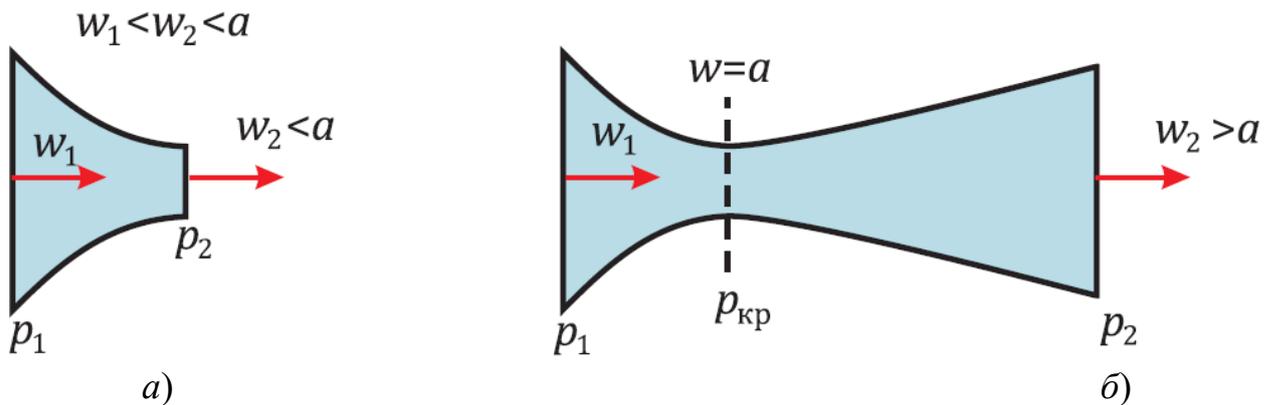


Рис. 9.10. Геометрические сопла:
 а) суживающееся дозвуковое сопло,
 б) комбинированное сверхзвуковое сопло Лавала

Изменение скорости может быть вызвано не только геометрическими факторами — сужением или расширением канала. Оно может быть инициировано и другими способами, например, выделением теплоты трения, подводом теплоты к газу или отводом, подводом или отводом газа и др. В этом случае уравнение (9.42) в правой части будет дополнено другими слагаемыми, каждое из которых показывает влияние каждого фактора на изменение скорости потока

$$(M^2 - 1) \cdot \frac{dw}{w} = \frac{df}{f} - \left(\frac{1}{a^2} + \frac{\alpha}{c_p} \right) \cdot dq_{\text{тр}} - \frac{\alpha}{c_p} \cdot dq \dots \quad (9.43)$$

где $\alpha = \frac{1}{v} \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p$ — коэффициент изобарного расширения.

Следует отметить, что левая часть уравнения (9.43) совпадает с левой частью уравнения (9.42), и поэтому так же, как в (9.42), левая и правая части уравнения (9.43) меняют знак при переходе от дозвуковых к сверхзвуковым скоростям. Очевидно, закон обращения воздействия можно применять не только для геометрических сопел, но и при любых других (кроме трения) способах воздействия на скорость потока газа. Таким образом, закон обращения воздействия можно сформулировать так: для получения

сверхзвуковых потоков одним из способов воздействия (кроме трения) на его скорость необходимо при достижении потоком скорости звука изменить знак воздействия. Покажем действие этого закона на нескольких примерах. Тепловое сопло — это канал постоянного сечения ($df = 0$), к которому подводится (или отводится) теплота. Пренебрегая трением ($dq_{\text{тр}} = 0$), уравнение обращения воздействия (9.43) упрощается

$$(M^2 - 1) \cdot \frac{dw}{w} = -\frac{\alpha}{c_p} \cdot dq. \quad (9.43a)$$

При дозвуковых скоростях

$$w < a; M < 1; (M^2 - 1) < 0,$$

в соплах скорость должна расти

$$dw > 0,$$

и, как следствие этого,

$$dq > 0,$$

т.к.

$$(\alpha/c_p) > 0.$$

Т.е. при дозвуковых скоростях к тепловому соплу необходимо подводить теплоту, на рис. 9.11 это левая часть канала. При сверхзвуковых скоростях

$$(M^2 - 1) > 0$$

знак левой части (9.43a) меняется на противоположный, а

$$dq < 0,$$

т.е. при сверхзвуковых скоростях необходимо отводить теплоту от теплового сопла. Принципиальная схема потоков теплоты в сверхзвуковых тепловых соплах, в которых скорость газа увеличивается от дозвуковых значений до сверхзвуковых, показана на рис. 9.11.

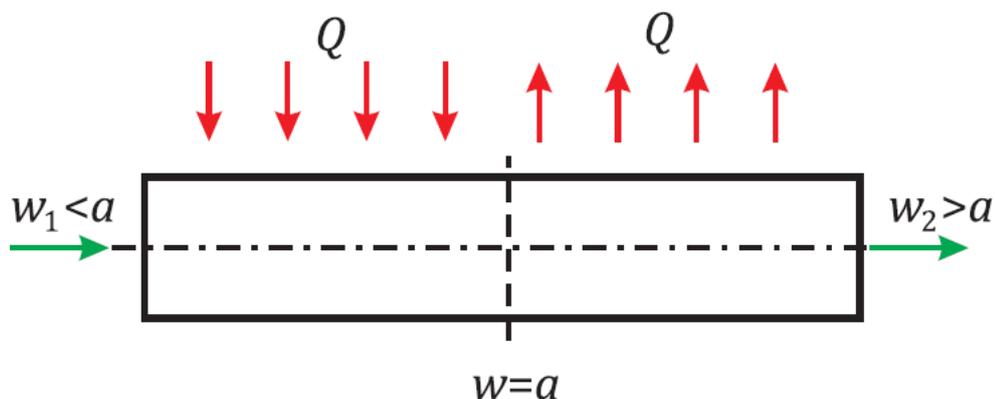


Рис. 9.11. Принципиальная схема сверхзвукового теплового сопла

Аналогично тепловому соплу, в *расходных соплах* изменение скорости газа происходит вследствие введения дополнительного расхода газа к основному его потоку, либо вследствие его отвода. Так же, как в тепловых соплах, для увеличения дозвуковой скорости потока к основному потоку газа подводится дополнительный расход Δm (рис. 9.12), а от сверхзвукового потока (для увеличения его скорости) отводится такой же расход Δm . Последовательное соединение дозвукового расходного сопла со сверхзвуковым расходным соплом образует сверхзвуковое расходное сопло (рис. 9.12), в котором скорость газа увеличивается от дозвуковых значений до сверхзвуковых. Подвод и отвод дополнительного расхода газа Δm осуществляется компрессором. В результате такого подвода и отвода газа струйки потока образуют профиль, аналогичный профилю потока в сверхзвуковых соплах Лавалья.

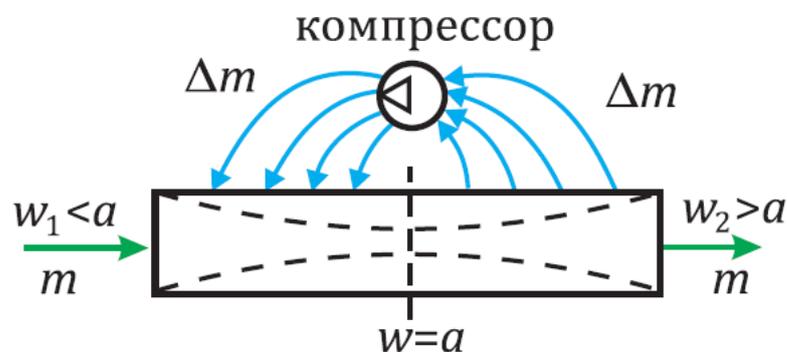


Рис. 9.12. Принципиальная схема сверхзвукового расходного сопла

В отличие от влияния теплоты q и массового расхода m , которые могут и подводиться к потоку газа, и отводиться от него, т.е. иметь и положительные значения, и отрицательные, теплота трения $q_{тр}$ в (9.3) всегда имеет положительные значения. Поэтому трение, если исключить в правой части (9.3) другие слагаемые, приводит к увеличению скорости потока газа, если скорость дозвуковая. Но получить сверхзвуковой поток таким способом невозможно, т.к. невозможно изменить знак воздействия $q_{тр}$ с положительного на отрицательный.

Влияние трения на процессы в соплах и других устройствах будет рассмотрено в следующих параграфах настоящей главы.

9.7. Течение газа в суживающихся соплах

Рассмотрим процесс течения газа в суживающихся соплах (рис. 9.13) при неизменных начальных параметрах газа на входе в сопло (p_1, T_1, w_1), позволяющих рассчитать параметры торможения p_0, T_0, h_0 , и изменяемом давлении за соплом (давлении в той среде $p_{ср}$, куда выходит газ), которое уменьшается от

$$p_{ср} = p_0$$

до

$$p_{\text{ср}} = 0.$$

При этом будем следить за скоростью истечения газа из сопла w_2 и его массовом расходе m .

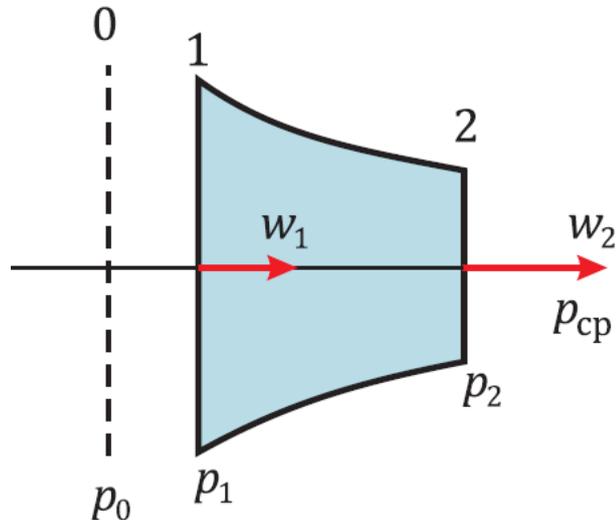


Рис. 9.13. Суживающееся сопло

При равенстве давления газа за соплом и перед соплом

$$p_{\text{ср}} = p_2 =; \beta = \frac{p_{\text{ср}}}{p_0} = 1$$

очевидно, что скорость w и массовый расход m газа равны нулю (рис. 9.14).

При уменьшении давления за соплом

$$p_{\text{ср}} < p_0 \quad (\beta_{\text{кр}} < \beta < 1)$$

возникает поток газа, движущийся с дозвуковой скоростью, и поэтому давление в выходном сечении сопла становится равным давлению среды

$$p_2 = p_{\text{ср}},$$

как это показано на рис. 9.14 для диапазона изменений $p_{\text{ср}}$

$$p_{\text{кр}} < p_{\text{ср}} < p_0$$

и β

$$\beta > \beta_{\text{кр}}.$$

В таком процессе 1-2, показанном на рис. 9.15, а, дозвуковая скорость истечения

$$(w_2 < w_{\text{кр}} = a)$$

рассчитывается по (9.12) или (9.13)

$$w_2 = 44,72 \cdot \sqrt{(h_0 - h_2)},$$

а массовый расход ($m < m_{\max}$) — по (9.30)

$$m = f_2 \cdot w_2 / v_2 ,$$

в которой удельный объем v_2 определяется решением адиабатного обратимого (изоэнтропного) процесса 0-2 (или 1-2). Такой режим работы суживающегося сопла

$$p_{\text{кр}} < p_2 = p_{\text{ср}} < p_0 ,$$

а

$$\beta > \beta_{\text{кр}} ,$$

при котором используется весь располагаемый перепад давлений от p_0 до $p_{\text{ср}}$, называют *расчетным режимом*.

При течении с трением, процесс становится необратимым (0-2д, рис. 9.15, а), скорость газа

$$w_{2\text{д}} < w_2 ,$$

рассчитываемая по (9.16) или (9.18), остается дозвуковой

$$w_{2\text{д}} = \varphi \cdot w_2 = \varphi \cdot 44,72 \cdot \sqrt{(h_0 - h_2)}$$

или

$$w_{2\text{д}} = 44,72 \cdot \sqrt{(h_0 - h_{2\text{д}})} .$$

Массовый расход $m_{\text{д}}$, определяется также, как и m , по (9.30), но используя действительную скорость потока $w_{2\text{д}}$ и удельный объем газа в состоянии 2д, который определяется с использованием энтальпии $h_{2\text{д}}$ (9.17) и давления $p_{2\text{д}} = p_2$

$$m = f_2 \cdot \frac{w_{2\text{д}}}{v_{2\text{д}}} .$$

Также, как и скорость $w_{2\text{д}}$, действительный массовый расход $m_{\text{д}}$, рассчитанный для процесса 0-2д, оказывается меньше расхода m , рассчитанного для обратимого процесса 0-2; их отношение называют коэффициентом расхода μ

$$\mu = \frac{m_{\text{д}}}{m} . \quad (9.44)$$

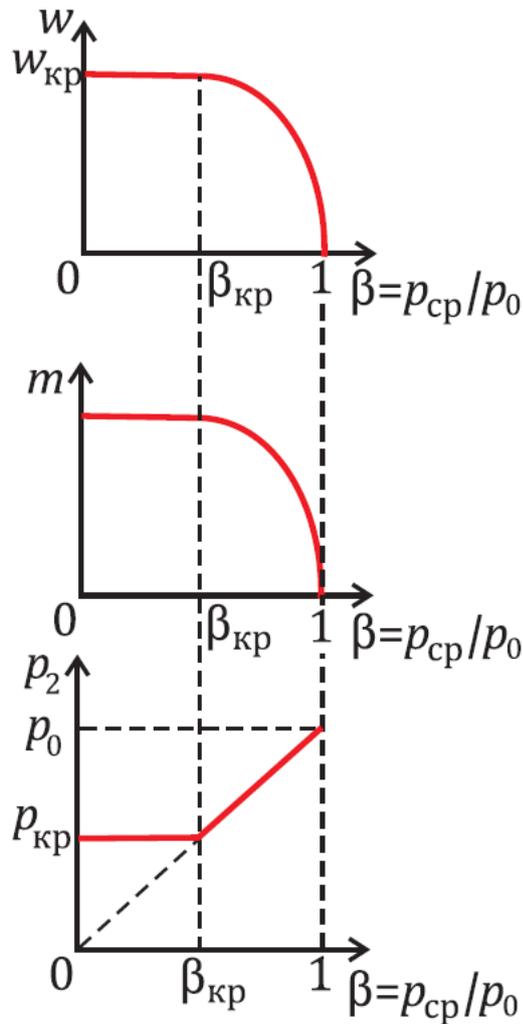


Рис. 9.14. Зависимость p_2 , w и m от давления среды за суживающимся соплом p_{cp}

Соотношение между коэффициентом расхода μ и коэффициентом скорости φ можно получить, записав уравнение неразрывности для одномерного стационарного потока для выходного сечения f_2 сопла, работающего в расчетном режиме ($p_2 = p_{cp}$, рис. 9.15, а), для течения с трением и для течения без трения

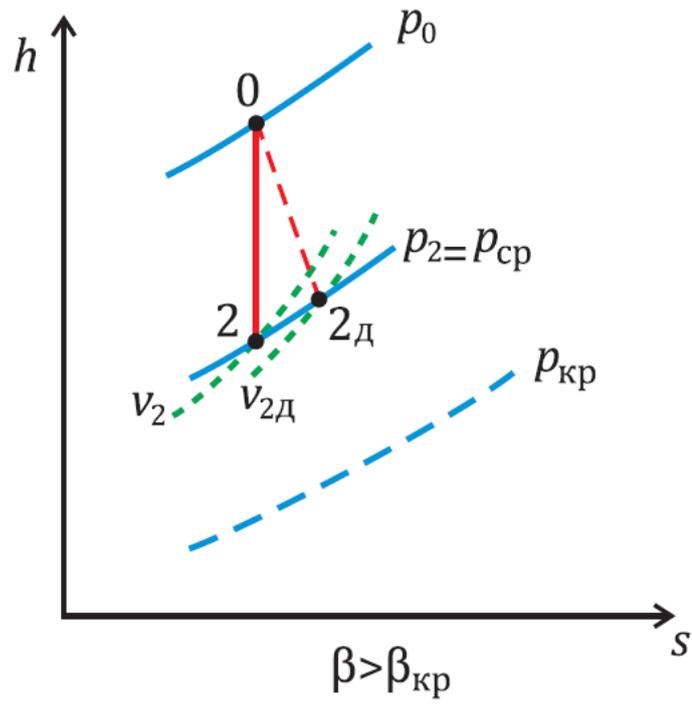
$$m_{2д} = f_2 \cdot \frac{w_{2д}}{v_{2д}},$$

$$m_2 = f_2 \cdot \frac{w_2}{v_2}.$$

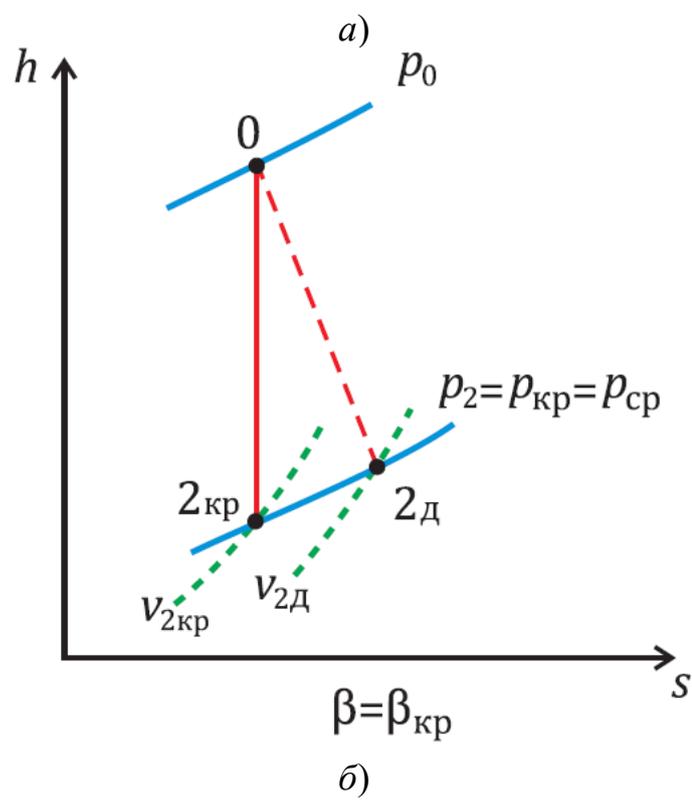
Разделив первое уравнение на второе, с учетом (9.15) и (9.44), получаем

$$\frac{m_{2д}}{m_2} = \frac{f_2 \cdot w_{2д} \cdot v_2}{f_2 \cdot w_2 \cdot v_{2д}} \rightarrow \mu = \frac{v_2}{v_{2д}} \cdot \varphi,$$

а т.к. $v_{2д} > v_2$ (см. рис. 9.15, а), то $\mu < \varphi$.



$\beta > \beta_{кр}$



$\beta = \beta_{кр}$

б)

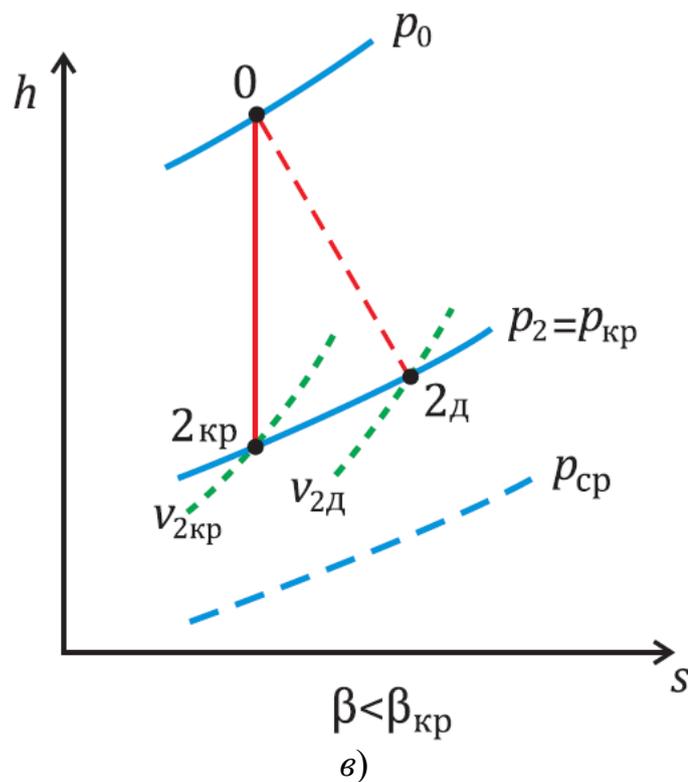


Рис. 9.15. Процесс расширения газа в суживающихся соплах в расчетном (а, б) и нерасчетном (в) режимах

Когда давление за соплом $p_{ср}$ в обратимом процессе (без трения) 0-2кр (рис. 9.14) станет равным критическому давлению $p_{кр}$ (9.33),

$$p_2 = p_{кр} = p_{ср},$$

а

$$\beta = \beta_{кр},$$

скорость газа на выходе из сопла станет равной местной скорости звука (9.35):

$$w_2 = w_{кр} = a_{2кр},$$

где $a_{2кр}$ — скорость звука при параметрах газа $p_{2кр}$ и $T_{2кр}$ (рис. 9.15, б). Скорость газа в этом режиме рассчитывается по (9.13):

$$w_2 = w_{кр} = 44,72 \cdot \sqrt{h_0 - h_{2кр}}, \quad (9.45)$$

а массовый расход — по (9.30)

$$m = m_{\max} = f_2 \cdot \frac{w_{кр}}{v_{2кр}}. \quad (9.46)$$

И скорость $w_{кр}$, и массовый расход m при этом достигают своих максимальных значений (рис. 9.14).

Чтобы определить давление $p_{2д}$ в выходном (минимальном) сечении суживающегося сопла при наличии трения, обеспечивающее максимальный массовый расход, необходимо знать уравнение адиабатного необратимого

процесса 0-2д (рис. 9.15, б), учитывающее характер выделения теплоты трения по длине сопла. Знание коэффициента скорости φ позволяет найти параметры газа только в выходном сечении в состоянии 2д, но не позволяет определить, каким путем осуществляется переход от состояния 0 до состояния 2д. Имея в виду неопределенность процесса 0-2д, а также небольшое влияние давления p_2 на массовый расход газа в области максимума массового расхода газа m , где

$$\beta \approx \beta_{кр}$$

(рис. 9.8), давление в выходном сечении $p_{2д}$ принимают таким же, что и в обратимом процессе без трения

$$p_{2д} = p_{кр}.$$

Скорость истечения $w_{2д}$, как это видно из (9.15) и (9.45), становится дозвуковой

$$w_{2д} < w_2 = w_{кр} = a.$$

Также меньше станет и массовый расход газа m_d (9.30), рассчитываемый по скорости $w_{2д}$ и удельному объему $v_{2д}$.

Дальнейшее уменьшение давления p_2 в выходном сечении суживающегося сопла, путем уменьшения давления за соплом $p_{ср}$ в области, где

$$p_{ср} < p_{кр} \text{ и } \beta < \beta_{кр}$$

(рис. 9.14), с целью получения сверхзвуковой скорости невозможно. Действительно, если бы было возможным уменьшить давление до

$$p_2 < p_{кр},$$

то тогда энтальпия h_2 также станет меньше

$$h_2 < h_{2кр}$$

и скорость газа (9.13) станет больше скорости звука

$$w_2 > w_{2кр} = a$$

(9.45). Но это противоречит закону обращения воздействия (9.42), т.к. невозможно увеличить скорость

$$dw > 0$$

в суживающихся соплах

$$df < 0$$

при сверхзвуковой скорости потока

$$w > a.$$

Поэтому в области, где

$$\beta < \beta_{кр},$$

давление p_2 остается таким же, что и при

$$\beta = \beta_{кр},$$

равным

$$p_2 = p_{кр},$$

скорость и расход газа также сохраняют свои значения как при течении без трения

$$w_2 = w_{кр}; m = m_{\max},$$

так и при течении с трением

$$w_{2д} < w_{кр} = a; m_d < m_{\max},$$

как это показано на рис. 9.14. Такой режим течения газа в суживающихся соплах ($\beta < \beta_{кр}$), когда используется не весь располагаемый перепад давлений от p_0 до $p_{ср}$, а только его часть — от p_0 до $p_2 = p_{кр}$ (рис. 7.15, в), называют *нерасчетным режимом*.

Тот факт, что при

$$\beta \leq \beta_{кр}$$

давление в выходном сечении сужающего сопла

$$p_2 = p_{кр}$$

не изменяется, в то время как давление за соплом $p_{ср}$ уменьшается, можно объяснить следующим образом: импульс уменьшающего давления $p_{ср}$, движется в потоке газа (но против потока) к выходному сечению сопла со скоростью звука a , но не может его достичь, т.к. скорость потока газа также равна скорости звука

$$w_{кр} = a.$$

В результате такого процесса при

$$\beta \leq \beta_{кр}$$

давление в выходном сечении сопла p_2 остается таким же, что и при

$$\beta = \beta_{кр},$$

а именно

$$p_2 = p_{кр}.$$

Поэтому и скорость w_2 , и массовый расход m также сохраняют свои значения:

$$w_2 = w_{кр} = a,$$

$$m = m_{\max}.$$

Пример 9.1

Газ CO_2 при давлении $p_1 = 0,6$ МПа и температуре $t_1 = 490^\circ\text{C}$ с начальной скоростью $w_1 = 140$ м/с поступает к суживающимся соплам. Давление за соплами $p_{\text{ср}} = 0,2$ МПа. Определить скорость истечения и площадь выходного сечения сопел, если расход газа составляет $m = 1,8$ кг/с. Трением пренебречь.

Решение

Для определения термодинамических свойств CO_2 используются таблицы [3] или калькулятор свойств газов [6].

1) Определим при начальной температуре $t_1 = 490^\circ\text{C}$ параметры CO_2 : $h_1 = 688,3$ кДж/кг, $s_1^0 = 5,796$ кДж/(кг·К) и рассчитаем по (9.9) параметры полного адиабатного торможения водяного пара на входе в суживающееся сопло

$$h_0 = h_1 + \frac{w_1^2}{2} = 688,3 + \frac{140^2}{2000} = 698,1 \text{ кДж/кг.}$$

По $h_0 = 698,1$ кДж/кг определяем по таблицам $s_0^0 = 5,809$ кДж/кг. Записав (3.50) для изоэнтропного процесса 1-0 (рис. 9.1)

$$\Delta s_{1-0} = s_0^0 - s_1^0 - R \cdot \ln \frac{p_0}{p_1} = 0,$$

получаем

$$p_0 = p_1 \cdot e^{\frac{s_0^0 - s_1^0}{R}} = 0,6 \cdot e^{\frac{(5,809 - 5,796) \cdot 1000}{8,3145}} = 0,643 \text{ МПа.}$$

2) Определяем режим течения, для чего рассчитываем β и сравниваем его с $\beta_{\text{кр}} = 0,546$ для CO_2 :

$$\beta = \frac{p_{\text{ср}}}{p_0} = \frac{0,2}{0,643} = 0,311 < \beta_{\text{кр}} = 0,546;$$

следовательно, режим *нерасчетный* (рис. 9.15, в) и на срезе суживающегося сопла устанавливается критическое давление, равное

$$p_2 = p_{\text{кр}} = \beta \cdot p_0 = 0,546 \cdot 0,643 = 0,351 \text{ МПа.}$$

3) Определим параметры CO_2 в выходном сечении суживающегося сопла, решив уравнение

$$\Delta s_{1-2} = s_2^0 - s_1^0 - R \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} = 0,$$

написанное для изоэнтропного процесса 1-2кр (рис. 9.15, в):

$$s_2^0 - s_1^0 - R \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} =$$

$$= 5,796 - \frac{8,3145}{44} \cdot \ln \frac{0,6}{0,351} = 5,695 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

По s_2^0 , используя таблицы [3], определяем $t_2 = 425,6^\circ\text{C}$ и $h_2 = 614,8$ кДж/кг; после чего рассчитываем v_2

$$v_2 = R \cdot \frac{T_2}{p_2} = \frac{8,3145}{44} \cdot 425,6 + \frac{273,15}{0,351 \cdot 10^6} = 0,376 \text{ м}^3/\text{кг}.$$

Скорость истечения CO_2 из сопла рассчитаем по (9.13)

$$w_2 = 44,72 \cdot \sqrt{h_0 - h_2} = 44,72 \cdot (688,3 - 614,8)^{0,5} = 383,4 \text{ м/с}.$$

4) Площадь выходного сечения сопел рассчитаем, используя уравнение неразрывности (9.30),

$$f_2 = \frac{m \cdot v_2}{w_2} = 1,8 \cdot \frac{0,376}{383,4} = 17,65 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 17,65 \text{ см}^2.$$

Ответ: $w_2 = 383,4 \text{ м/с}$, $f_2 = 17,65 \text{ см}^2$.

9.8. Сопло Лавалья

Сопло Лавалья — это комбинированное сопло (рис. 9.10, б), используемое для получения сверхзвуковых потоков, применяется при

$$\beta = \frac{p_{\text{ср}}}{p_0} < \beta_{\text{кр}}.$$

На рис. 9.16 показана схема сопла Лавалья и характер изменения скорости потока w и скорости звука a по длине сопла, а на рис. 9.17 обратимый (без трения) и необратимый (с трением) адиабатный процесс (соответственно 0-2 и 0-2д) расширения газа в соплах Лавалья.

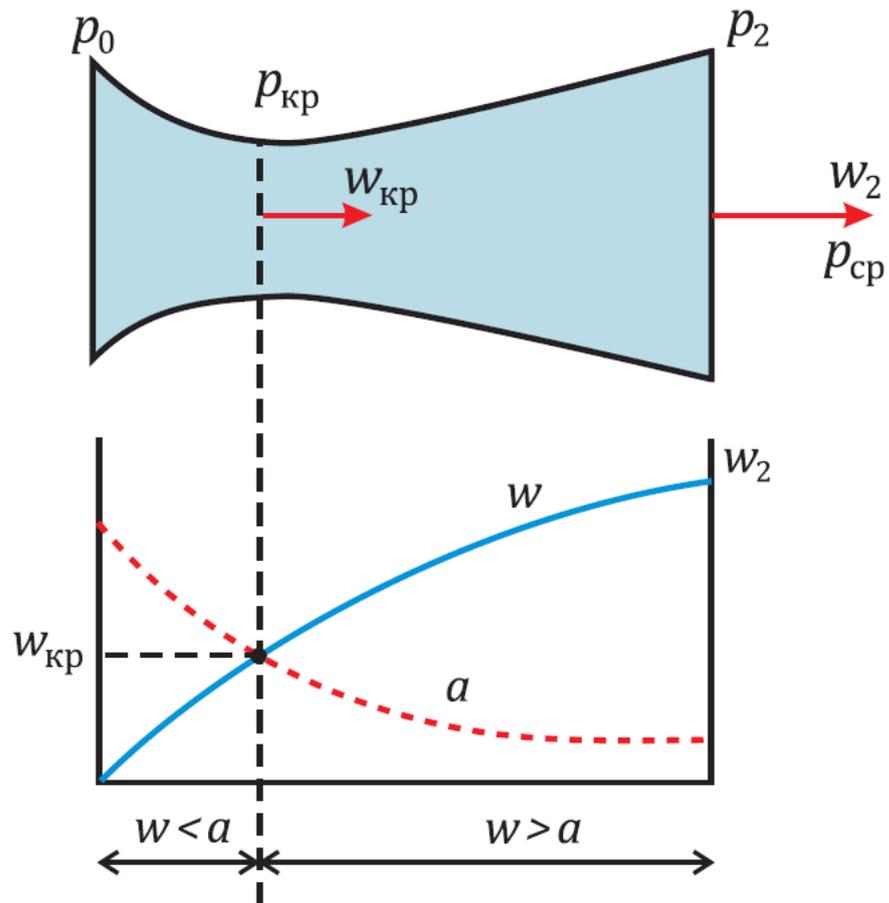


Рис. 9.16. Изменение скорости газа w и скорости звука a в соплах Лавая

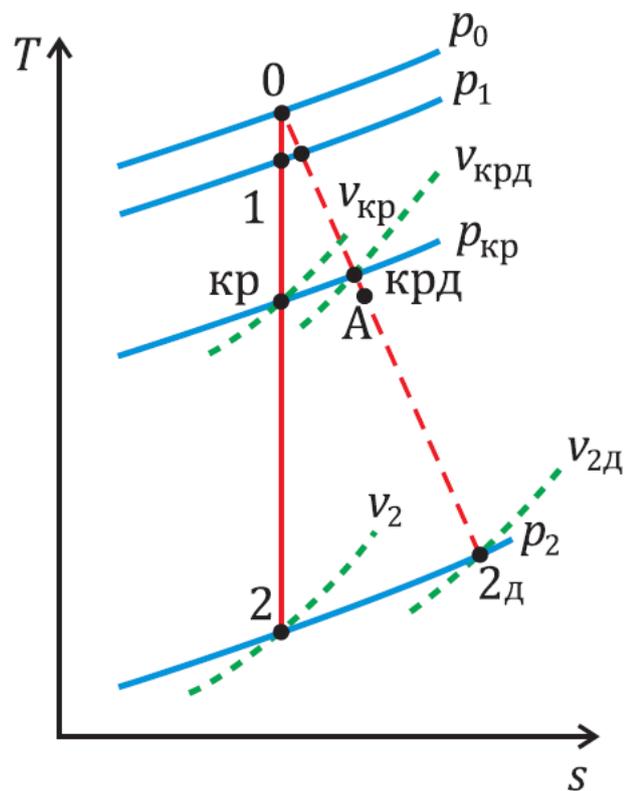


Рис. 9.17. Обратимый (0-2) и необратимый (0-2д) процессы течения газа в соплах Лавая

Как было показано в §9.6 с помощью (9.40) для обратимого адиабатного (изоэнтропного) процесса при дозвуковой скорости потока газа сопло (рис. 9.16) должно быть суживающимся

$$df < 0.$$

При давлении $p_{кр}$ в состоянии «кр» (рис. 9.17) возникает кризис течения, скорость газа $w_{кр}$ становится равной местной скорости звука a , сужение прекращается и

$$df = 0.$$

Для дальнейшего повышения скорости и получения сверхзвуковых скоростей необходимо, в соответствии с (9.40), изменить знак воздействия на поток — сопло должно быть расширяющимся

$$df > 0.$$

Для обратимого процесса 0-2 скорость потока в минимальном сечении $w_{кр}$, равная местной скорости звука, и сверхзвуковая скорость w_2 в выходном сечении определяются процессами 0-кр и 0-2 на рис. 9.17 и рассчитываются по (9.10) или (9.11):

$$w_{кр} = 44,72 \cdot \sqrt{h_0 - h_{кр}}; w_2 = 44,72 \cdot \sqrt{h_0 - h_2}. \quad (9.47)$$

Уравнения неразрывности (7.30), записанные для минимального и выходного сечений

$$m \cdot v_{кр} = f_{min}; m \cdot v_2 = f_2 \cdot w_2, \quad (9.48)$$

позволяют определить массовый расход газа m по известному минимальному f_{min} или выходному f_2 сечениям, или минимальное f_{min} и выходное f_2 сечения по известному массовому расходу m .

При наличии трения адиабатный процесс течения становится необратимым процессом 0-крд-2д (рис. 9.17). Будем считать, что также, как при расчете минимального сечения суживающегося сопла, давление газа в минимальном и в выходном сечениях ($p_{кр}$ и p_2) сопла Лавалья останутся такими же, что и при изоэнтропном течении. Поэтому действительные (с учетом трения) скорости газа в минимальном $w_{крд}$ и в выходном $w_{2д}$ сечениях определяются аналогично (9.16):

$$\begin{aligned} w_{крд} &= \varphi \cdot w_{кр}; \\ w_{2д} &= \varphi \cdot w_2. \end{aligned} \quad (9.49)$$

где φ — скоростной коэффициент сопла.

В узком сечении сопла Лавалья, так же, как и в минимальном сечении суживающегося сопла при наличии трения, скорость потока газа $w_{крд}$ дозвуковая, а скорость газа в выходном сечении сопла Лавалья при работе в

расчетном режиме по определению должна быть сверхзвуковой. Следовательно, скорость потока становится равной скорости звука в расширяющейся части сопла Лавала. При течении идеального газа, скорость звука в котором зависит только от температуры, переход от дозвуковой скорости к сверхзвуковой происходит в точке А (рис. 9.17) при температуре

$$T_A = T_{кр},$$

т.к. в обратимом процессе в состоянии «кр» скорость потока равна скорости звука. При течении перегретого пара точка А расположена на рис. 9.17. несколько ниже:

$$T_A < T_{кр}.$$

Энтальпия газа в состояниях 2д и крд в выходном и минимальном сечениях определяются по уравнениям, аналогичным уравнению (9.17), что позволяет по известному давлению и энтальпии найти удельные объемы газа $v_{2д}$ и $v_{крд}$. Уравнения неразрывности (9.48), записанные для течения с трением для минимального и выходного сечений

$$m_d \cdot v_{крд} = f_{min} \cdot w_{крд}, \tag{9.50}$$

$$m_d \cdot v_{2д} = f_2 \cdot w_{2д},$$

позволяют определить минимальное f_{min} и выходное f_2 сечения по известному массовому расходу m_d или массовый расход газа m_d по известному минимальному f_{min} или выходному f_2 сечениям сопла Лавала.

Профили суживающейся и расширяющейся частей сопла Лавала рассчитываются, исходя из минимума гидравлических потерь, обеспечивающего минимальную необратимость процесса. Длина суживающейся части при этом оказывается соизмеримой с ее диаметром, а расширяющаяся часть в первом приближении представляет усеченный конус, основаниями которого являются минимальное и выходное сечения диаметром (если сопло круглое)

$$d_{min} = 2 \cdot \sqrt{f_{min}/\pi} \text{ и } d_2 = 2 \cdot \sqrt{f_2/\pi},$$

а угол раскрытия этого конуса (угол между противоположными образующими конуса) составляет $\alpha \approx 3 \div 10$ градусов. Это позволяет оценить длину расширяющейся части сопла Лавала

$$L = \frac{d_2 - d_{min}}{2 \cdot \operatorname{tg}(\frac{\alpha}{2})}.$$

Пример 9.2

На входе в сопло Лавала водяной пар имеет параметры: $p_1 = 4$ МПа и $t_1 = 410^\circ\text{C}$. Давление за соплом 0,5 МПа. Определить площадь минимального и выходного сечений сопла и скорость пара в этих сечениях, если расход пара составляет $m = 2$ кг/с, а скоростной коэффициент сопла $\varphi = 0,92$. Определить

также температуру пара на выходе из сопла. Начальной скоростью пренебречь.

Решение

Для определения термодинамических свойств водяного пара используются таблицы [3] или калькулятор свойств водяного пара [6].

1) Определим по $p_1 = 4$ МПа и $t_1 = 410^\circ\text{C}$ параметры водяного пара на входе в сопло Лавала: $h_1 = 3237,9$ кДж/кг, $s_1 = 6,8059$ кДж/(кг · К). Т.к. начальная скорость $w_1 = 0$, то $h_0 = h_1 = 3237,9$ кДж/кг, $s_0 = s_1 = 6,8059$ кДж/(кг · К).

2) Определяем режим течения, для чего рассчитываем β и сравниваем его с $\beta_{\text{кр}} = 0,546$ для водяного пара

$$\beta = \frac{p_{\text{ср}}}{p_0} = \frac{0,5}{4,0} = 0,12 < \beta_{\text{кр}} = 0,546;$$

для сопла Лавала это — расчетный режим (рис. 9.17), для которого в выходном сечении устанавливается давление

$$p_2 = p_{\text{ср}} = 0,5 \text{ МПа,}$$

а в минимальном сечении

$$p_{\text{кр}} = \beta_{\text{кр}} \cdot p_0 = 0,546 \cdot 4,0 = 2,184 \text{ МПа.}$$

3) Предполагая, что процесс течения — изоэнтропный, определим по $p_{\text{кр}} = 2,184$ МПа и $s_{\text{кр}} = s_0 = 6,8059$ кДж/(кг · К) энтальпию водяного пара $h_{\text{кр}} = 3070,0$ кДж/кг в минимальном сечении, а по $p_2 = 0,5$ МПа и $s_2 = s_0 = 6,8059$ кДж/(кг · К) энтальпию водяного пара $h_2 = 2741,8$ кДж/кг в выходном сечении сопла Лавала. Скорость потока пара в минимальном и в выходном сечениях сопла рассчитываем по (9.46) в предположении, что трения нет:

$$w_{\text{кр}} = 44,72 \cdot \sqrt{h_0 - h_{\text{кр}}} = 44,72 \cdot (3237,9 - 3070,0)^{0,5} = 579,7 \text{ м/с;}$$

$$w_2 = 44,72 \cdot \sqrt{h_0 - h_2} = 44,72 \cdot (3237,9 - 2741,8)^{0,5} = 996,1 \text{ м/с.}$$

Действительную скорость потока в рассчитываемых сечениях найдем, используя (9.16),

$$w_{\text{крд}} = \varphi \cdot w_{\text{кр}} = 0,92 \cdot 579,7 = 535,8 \text{ м/с;}$$

$$w_{2\text{д}} = \varphi \cdot w_2 = 0,92 \cdot 996,1 = 916,1 \text{ м/с.}$$

4) Для определения площади минимального и выходного сечений сопла Лавала определим энтальпии водяного пара по формуле (9.18) в состояниях крд и 2д (см. рис. 9.17) действительного процесса 0-2д:

$$\begin{aligned} h_{\text{крд}} &= h_{\text{кр}} + (1 - \varphi^2) \cdot (h_0 - h_{\text{кр}}) = \\ &= 3070,0 + (1 - 0,92^2) \cdot (3237,9 - 3070,0) = 3044,2 \text{ кДж/кг;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_{2\text{д}} &= h_2 + (1 - \varphi^2) \cdot (h_0 - h_2) = \\ &= 2741,8 + (1 - 0,92^2) \cdot (3237,9 - 2741,8) = 2818,0 \text{ кДж/кг.} \end{aligned}$$

По $p_{крд} = p_{кр} = 2,184$ МПа и $h_{крд} = 3044,2$ кДж/кг найдем $v_{крд} = 0,1170$ м³/кг.

По $p_{2д} = p_2 = 0,5$ МПа и $h_{2д} = 2818,0$ кДж/кг найдем $v_{2д} = 0,4073$ м³/кг и $t_{2д} = 182,5$ °С.

Площадь минимального и выходного сечений сопла рассчитаем, используя уравнение неразрывности (9.30),

$$f_{\min} = m \cdot \frac{v_{крд}}{w_{крд}} = 2,0 \cdot \frac{0,117}{535,8} = 4,37 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 4,37 \text{ см}^2;$$

$$f_2 = m \cdot \frac{v_{2д}}{w_{2д}} = 2,0 \cdot \frac{0,4073}{916,4} = 8,89 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 8,89 \text{ см}^2.$$

Ответ: В минимальном сечении: площадь 4,37 см², скорость пара 535,8 м/с; в выходном сечении: площадь $f_2 = 8,89$ см², скорость пара 916,4 м/с, температура пара 182,5°С.

9.9. Процессы в диффузоре

Диффузор — это устройство для повышения давления газа, пара или жидкости в потоке за счет уменьшения его кинетической энергии без затрат работы. Используя уравнение (9.5) для одномерного стационарного потока с трением

$$vdp + \frac{dw^2}{2} + dl_{\text{тех}} + dq_{\text{тр}} = 0,$$

в котором отсутствуют устройства типа турбины, компрессора или насоса ($l_{\text{тех}} = 0$) получаем

$$vdp + \frac{dw^2}{2} + dq_{\text{тр}} = 0. \quad (9.51)$$

Если же в адиабатном процессе пренебречь трением ($q_{\text{тр}} = 0$), то процесс повышения давления в диффузоре становится изоэнтропным 1-2 (рис. 9.18), а уравнение (9.51) упрощается

$$vdp + \frac{dw^2}{2} = 0. \quad (9.52)$$

Уравнение (9.52) демонстрирует принцип действия диффузора: при уменьшении кинетической энергии потока газа

$$\frac{dw^2}{2} < 0$$

давление газа должно расти

$$vdp > 0.$$

Хотя уравнения (9.51) и (9.52) могут применяться и для адиабатных процессов, и для не адиабатных, в которых может быть подвод или отвод

теплоты, обычно в диффузорах реализуется адиабатный процесс без подвода и отвода теплоты

$$q = 0.$$

Используя первый закон термодинамики для потока вещества (9.1) для условий $l_{\text{тех}} = 0$ и $q = 0$, получаем (9.8)

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2} = h_2 + \frac{w_2^2}{2} = \dots = h_0,$$

откуда

$$h_2 = h_1 + \frac{w_1^2}{2} - \frac{w_2^2}{2}, \quad (9.53)$$

где h_1, w_1 — энтальпия и скорость газа на входе в диффузор при низком давлении p_1 ;

h_2, w_2 — энтальпия и скорость газа на выходе из диффузора при давлении $p_2 > p_1$;

h_0 — энтальпия торможения (при скорости $w_0 = 0$).

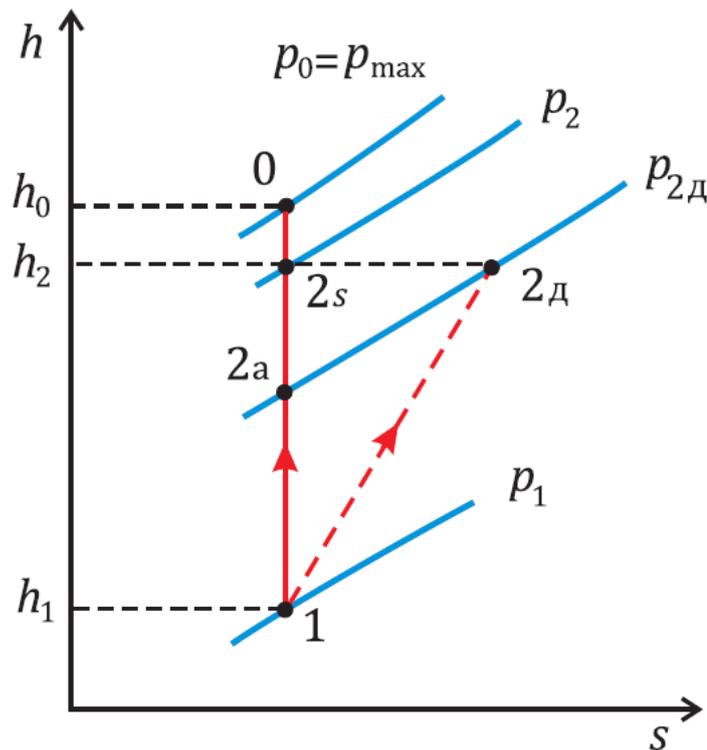


Рис. 9.18. Обратимый (1-2) и необратимый (1-2д) процессы в диффузоре

При расчете давления на выходе из диффузора p_2 , предполагается, что известны характеристики потока газа на входе в диффузор: температура t_1 , давление p_1 и скорость w_1 . Также необходимо знать минимальную скорость газа на выходе из диффузора w_2 . В случае, если процесс 1-2 изоэнтропный, то сначала необходимо по p_1 и t_1 определить энтальпию h_1 и энтропию s_1 , а затем, рассчитав по (9.53) h_2 , по $s_2 = s_1$ и h_2 находится p_2 .

Выясним, каким должен быть профиль диффузора, если воздействие на поток газа только геометрическое. Используем для этого математическую запись закона обращения воздействия (9.42)

$$(M^2 - 1) \cdot \frac{dw}{w} = \frac{df}{f}.$$

Скорость газа в диффузоре по определению должна уменьшаться

$$dw < 0.$$

Если скорость газа на входе в диффузор w_1 дозвуковая

$$M < 1,$$

то, в соответствии с (9.42),

$$df > 0,$$

т.е. диффузор должен иметь расширяющуюся конфигурацию (рис. 9.19).

Если же скорость газа на входе в диффузор w_1 сверхзвуковая

$$M > 1,$$

то

$$df < 0,$$

т.е. диффузор (рис. 9.20) должен иметь суживающуюся конфигурацию (рис. 9.20) вплоть до того сечения, где скорость потока сравняется с местной скорости звука

$$w = a,$$

а площадь поперечного сечения диффузора станет минимальной

$$df = 0.$$

Для дальнейшего уменьшения скорости

$$dw < 0$$

уже в области дозвуковых скоростей

$$M < 1$$

необходимо изменить знак воздействия:

$$df > 0,$$

т.е. дозвуковой диффузор должен быть расширяющимся. Таким образом, сверхзвуковой диффузор, также как сверхзвуковое сопло, состоит из сверхзвуковой части и дозвуковой части (рис. 9.20).

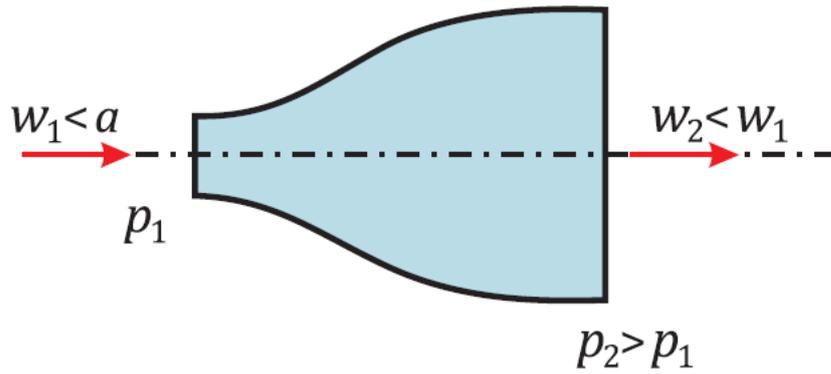


Рис. 9.19. Дозвуковой диффузор

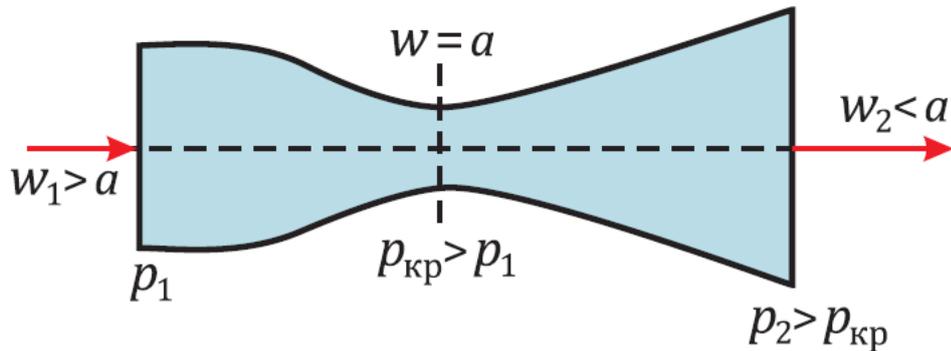


Рис. 9.20. Сверхзвуковой диффузор

Сравнивая процессы в дозвуковых и сверхзвуковых соплах и диффузорах (табл. 9.1), видно их полную противоположность. Если в соплах происходит расширение газа, то в диффузорах — сжатие, если дозвуковое сопло — суживающееся, то дозвуковой диффузор — расширяющийся, и т.д.

Таблица 9.1. Сравнение сопла и диффузора

Поток	Сопло $dw > 0; dp < 0$		Диффузор $dw < 0; dp > 0$	
	df	Профиль	df	Профиль
Дозвуковой поток $w < a, M < 1, (M^2 - 1) < 0$	$df < 0$	суживающийся	$df > 0$	расширяющийся
Сверхзвуковой поток $w > a, M > 1, (M^2 - 1) > 0$	$df > 0$	расширяющийся	$df < 0$	суживающийся

Рассмотрим влияние трения на процесс, совершаемый газом в диффузоре, и на давление, которое он создает. В соответствии со вторым законом термодинамики для необратимых процессов

$$dq < Tds,$$

энтропия газов при адиабатном ($q = 0$) процессе с трением (1-2д) возрастает, как это показано на рис. 9.18. Для определения состояния газа 2д на выходе из диффузора используем уравнение (9.53), полученное из первого закона термодинамики, которое справедливо и для обратимых процессов, и для

необратимых. Поэтому вид уравнения для необратимого процесса 1-2д будет иметь такой же вид, как и уравнение для обратимого процесса без трения 1-2,

$$h_{2д} = h_1 + \frac{w_1^2}{2} - \frac{w_{2д}^2}{2}. \quad (9.54)$$

Будем считать, что начальные параметры газа (h_1 и w_1) на входе в диффузор в обратимом (1-2) и необратимом (1-2д) процессах одинаковы, также одинаковы и выбранные минимальные скорости газа на выходе из диффузора

$$w_2 = w_{2д}.$$

В этом случае, сравнивая (9.53) и (9.54), получаем, во-первых, равенство энтальпий газа

$$h_{2д} = h_{2s},$$

как это показано на рис. 9.18, и, во-вторых, разные давления газа на выходе из диффузора:

$$p_{2д} < p_2.$$

Таким образом, трение снижает давление газа на выходе из диффузора и, чем больше трение, тем больше отклонение процесса 1-2д от обратимого процесса 1-2s и тем меньше давление $p_{2д}$.

Для оценки влияния трения на эффективность диффузора сравнивают обратимый и необратимый процессы (1-2a и 1-2д, рис. 9.18), у которых давление газа на выходе из диффузора одинаковы

$$p_{2a} = p_{2д}.$$

Также одинаковыми являются начальные параметры (p_1 , T_1) и скорость газа w_1 на входе в диффузор. Из сопоставления уравнений для необратимого процесса 1-2д (9.54) и обратимого процесса 1-2a

$$h_{2a} = h_1 + \frac{w_1^2}{2} - \frac{w_{2a}^2}{2}. \quad (9.55)$$

видно (рис. 9.18), что при обратимом процессе для достижения одного и того же давления

$$p_{2a} = p_{2д}$$

используется меньшая убыль кинетической энергии (9.55), равная

$$h_{2a} - h_1,$$

чем при необратимом процессе

$$h_{2д} - h_1$$

(9.54). Негативное влияние трения в диффузоре может быть выражено отношением разности энтальпий в (9.54) и (9.55), которое называют *КПД диффузора*

$$\eta_d = \frac{h_{2a} - h_1}{h_{2d} - h_1}. \quad (9.56)$$

КПД диффузора η_d может изменяться от 0 до 1, чем больше трение, тем меньше η_d , в адиабатном обратимом процессе $\eta_d = 1$. Знание η_d позволяет при известных начальных параметрах газа (p_1, T_1) и заданном давлении p_{2d} определить параметры газа на выходе из диффузора: энтальпию h_{2d} , температуру T_{2d} и энтропию s_{2d} . Зная минимально возможную скорость газа на выходе из диффузора w_{2d} , можно, используя (9.56), рассчитать необходимую скорость газа на входе в диффузор w_1 .

Пример 9.3

Воздух при давлении 1,1 бар и температуре 80°C со скоростью 350 м/с поступает в диффузор и выходит из диффузора со скоростью 40 м/с. КПД диффузора $\eta_d = 0,85$. Определить давление и температуру воздуха на выходе из диффузора. Какими были бы давление и температура воздуха на выходе из диффузора, если бы отсутствовало трение и КПД диффузора $\eta_d = 1$?

Решение

1) По $t_1 = 80^\circ\text{C}$ по таблицам [5] находим энтальпию воздуха $h_1 = 353,96$ кДж/кг, $\pi_{01} = 2,4593$.

2) По (9.53)

$$h_2 = h_1 + \frac{w_1^2}{2} - \frac{w_2^2}{2} = 353,96 + \frac{350^2}{2 \cdot 10^3} - \frac{40^2}{2 \cdot 10^3} = 414,41 \text{ кДж/кг,}$$

3) По

$$h_{2d} = h_2 = 414,41 \text{ кДж/кг}$$

определяем

$$t_{2d} = t_2 = 139,8^\circ\text{C} \text{ и } \pi_{02} = 4,266.$$

4) Из (9.57)

$$\eta_d = \frac{h_{2s} - h_1}{h_{2d} - h_1} \rightarrow$$

$$\rightarrow h_{2s} = h_1 + \eta_d \cdot (h_{2d} - h_1) = 353,96 + 0,85 \cdot (414,41 - 353,96) = 405,34 \text{ кДж/кг.}$$

5) По

$$h_{2s} = 405,34 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}} \rightarrow \pi_{02s} = 3,9535.$$

6) Из

$$\frac{p_{2s}}{p_1} = \frac{\pi_{02s}}{\pi_{01}} \rightarrow$$

$$\rightarrow p_{2s} = p_1 \frac{\pi_{02s}}{\pi_{01}} = 1,1 \frac{3,9535}{2,4593} = 1,768 \text{ бар} \approx 1,77 \text{ бар.}$$

$$7) p_{2д} = p_{2s} = 1,768 \text{ бар} \approx 1,77 \text{ бар.}$$

8) Из

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\pi_{02}}{\pi_{01}} \rightarrow$$

$$\rightarrow p_2 = p_1 \frac{\pi_{02}}{\pi_{01}} = 1,1 \frac{4,266}{2,4593} = 1,91 \text{ бар.}$$

Ответ: $p_{2д} = 1,77 \text{ бар}$, $t_{2д} = 139,8^\circ\text{C} \approx 140^\circ\text{C}$; $p_2 = 1,91 \text{ бар}$, $t_2 = 139,8^\circ\text{C} \approx 140^\circ\text{C}$.

Если в диффузоре в качестве рабочей среды используется жидкость, то, считая ее несжимаемой жидкостью, у которой плотность $\rho = \text{const}$ и удельный объем $v = \frac{1}{\rho} = \text{const}$, интегрирование уравнения (9.51)

$$\int_{p_1}^{p_{2д}} v dp = - \int_1^{2д} d \frac{w^2}{2} - \int_{p_1}^{p_{2д}} dq_{\text{тр}},$$

упрощается до

$$v(p_{2д} - p_1) = \frac{w_1^2}{2} - \frac{w_{2д}^2}{2} - q_{\text{тр}}. \quad (9.57)$$

Из уравнения (9.58) видно, что, с одной стороны, повышение давления жидкости в диффузоре от p_1 до $p_{2д}$ обеспечивается кинетической энергией жидкости на входе в диффузор $\frac{w_1^2}{2}$. С другой стороны, существуют потери кинетической энергии с выходной скоростью $\frac{w_{2д}^2}{2}$ и потери энергии на преодоление сил трения $q_{\text{тр}}$, которые снижают положительный эффект — повышение давления жидкости в диффузоре. Влияние этих потерь учитывается коэффициентом восстановления давления σ , в котором обычно используется не удельный объем v , а плотность жидкости $\rho = \frac{1}{v}$,

$$\sigma = \frac{p_{2д} - p_1}{\frac{\rho w_1^2}{2}}. \quad (9.58)$$

Знание коэффициента восстановления давления σ позволяет при известных начальных параметрах потока жидкости на входе в диффузор (p_1 , w_1) рассчитать давление жидкости на выходе из диффузора с учетом потерь на трение и потерь с выходной скоростью.

Коэффициент восстановления давления σ (9.58) также применяется для оценки потерь энергии в диффузорах, рабочей средой в которых является газ

$$\sigma = \frac{p_{2д} - p_1}{\frac{\rho_1 w_1^2}{2}}, \quad (9.59)$$

но в этом случае в формуле (9.58) вместо постоянного значения плотности ρ используется плотность газа на входе в диффузор ρ_1 .

9.10. Адиабатное дросселирование

Дросселирование — это процесс течения газа, пара или жидкости через участок с гидравлическим сопротивлением без совершения работы. Дросселирование происходит там, где есть *местное* гидравлическое сопротивление, например, где резко меняется площадь проходного сечения канала или направление течения, например, при регулировании расхода или давления газа, пара или жидкости с помощью вентиля, кранов и задвижек. Дросселирование происходит также при наличии гидравлического сопротивления *по длине*, из-за естественной шероховатости внутренней поверхности каналов.

В большинстве случаев можно пренебречь теплообменом с окружающей средой

$$Q = 0,$$

и процессы в дросселях считать адиабатными, а т.к. причиной дросселирования является трение, то процесс дросселирования — это всегда необратимый процесс. Используя второй закон термодинамики для необратимых процессов

$$dq < Tds$$

и применяя его к процессу адиабатного

$$q = 0,$$

дросселирования, получаем

$$ds > 0,$$

т.е. при адиабатном дросселировании энтропия газа всегда возрастает.

Применяя первый закон термодинамики для потока вещества (1.29)

$$dq = dh + d\frac{w^2}{2} + dl_{\text{тех}}$$

к процессу адиабатного дросселирования, в котором по определению примем

$$q = 0$$

и

$$l_{\text{тех}} = 0,$$

а из-за незначительного изменения скорости

$$\frac{dw^2}{2} \approx 0$$

получаем

$$dh = 0.$$

Но прежде, чем сформулировать уравнение адиабатного дросселирования, рассмотрим процесс прохождения потока газа через участок с местным гидравлическим сопротивлением. В качестве примера возьмем дроссельную шайбу (рис. 9.21), в которой вначале происходит сужение потока газа, напоминающее течение газа в сужающихся соплах. В результате, так же, как и в сужающихся соплах, давление p и энтальпия h газа уменьшаются, а скорость газа w увеличивается. В отличие от процессов в соплах, потери скорости из-за трения здесь во много раз превышают аналогичные потери в соплах. После дроссельной шайбы происходит процесс, напоминающий процесс в дозвуковом диффузоре, когда энтальпия возрастает, а скорость газа уменьшается. Описанное изменение энтальпии в сочетании с полученным из первого закона термодинамики условием

$$dh = 0$$

следует понимать, как

$$h_2 = h_1. \quad (9.60)$$

Уравнение (9.60) — равенство энтальпий газа до дросселя и после него — называют основным уравнением адиабатного дросселирования. Несмотря на то, что в реальных процессах адиабатного дросселирования, когда газ проходит через участок с *местным* гидравлическим сопротивлением, давление газа и энтальпия вначале уменьшаются как в соплах, а затем увеличиваются как в диффузорах, как это показано на рис. 9.21, процесс адиабатного дросселирования на термодинамических диаграммах *условно* изображают, как изоэнтальпийный процесс

$$h = \text{const}$$

(рис. 9.22). Если же причиной дросселирования является естественная шероховатость внутренней поверхности канала, то дросселирование происходит по всей длине этого канала и поэтому адиабатное дросселирование — это изоэнтальпийный процесс $h = \text{const}$, как показано на рис. 9.22.

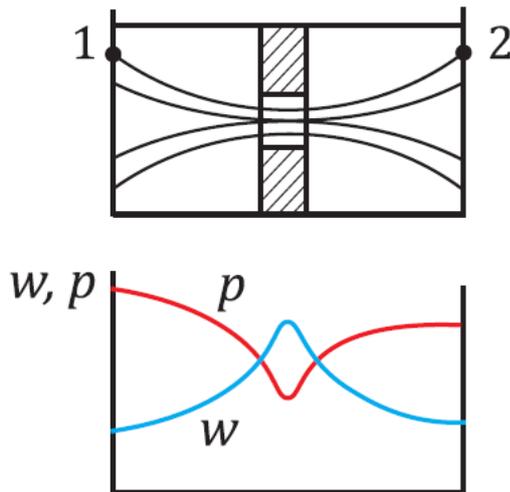


Рис. 9.21. Дросселирование газа в дроссельной шайбе

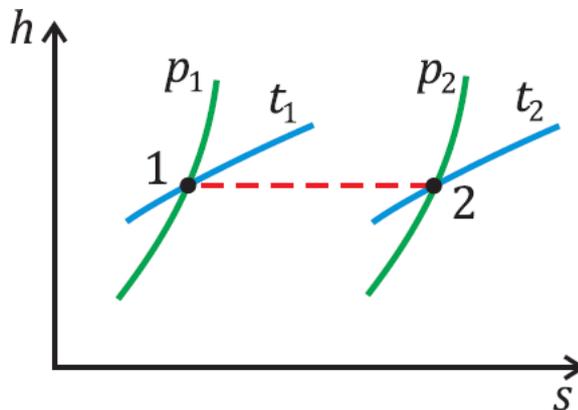


Рис. 9.22. Процесс дросселирования в h, s -диаграмме

Изменение давления при дросселировании, можно определить, используя уравнение (9.5)

$$vdp + \frac{dw^2}{2} + dl_{\text{тех}} + dq_{\text{тр}} = 0,$$

в котором по определению должна отсутствовать техническая работа

$$dl_{\text{тех}} = 0$$

и можно пренебречь изменением кинетической энергии

$$\frac{dw^2}{2} = 0.$$

В итоге получаем

$$vdp = -dq_{\text{тр}}. \quad (9.61)$$

Т.к. теплота трения всегда выделяется

$$q_{\text{тр}} > 0,$$

то

$$dp < 0,$$

т.е. давление газа при дросселировании всегда уменьшается

$$p_2 < p_1.$$

Следует отметить, что исходное уравнение (9.5) можно применять и для адиабатных, и для не адиабатных процессов. Поэтому давление газа падает независимо от того, адиабатное ли это дросселирование, или не адиабатное.

При адиабатном дросселировании *идеального газа* его температура не меняется

$$T_1 = T_2,$$

т.к., согласно (9.60),

$$h_2 = h_1,$$

а энтальпия идеального газа зависит только от температуры. Энтальпия *реального газа* зависит не только от температуры, но и от давления. Поэтому температура реального газа при его адиабатном дросселировании изменяется. Изменение температуры в процессе адиабатного дросселирования называется *эффектом Джоуля-Томсона*. Количественной характеристикой эффекта Джоуля-Томсона является коэффициент

$$\alpha_h = \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_h, \quad (9.62)$$

который называется *коэффициентом Джоуля-Томсона*. Экспериментально установлено, что эта величина различна в разных областях состояния вещества. Т.к. при дросселировании давление газа всегда уменьшается

$$dp < 0,$$

то знак изменения температуры dT противоположен знаку коэффициента Джоуля-Томсона.

Если коэффициент Джоуля-Томсона

$$\alpha_h > 0,$$

то температура газа при адиабатном дросселировании уменьшается

$$dT < 0.$$

Если

$$\alpha_h < 0,$$

то температура растет

$$dT > 0.$$

Если

$$\alpha_h = 0,$$

то температура газа при адиабатном дросселировании не изменяется

$$dT = 0; T_2 = T_1.$$

Состояния, в которых коэффициент Джоуля-Томсона равен нулю, называют *состояниями (точками) инверсии*. Точки инверсии в термодинамических диаграммах образуют кривую (линию) инверсии. Например, в p, T -диаграмме на рис. 9.23 — это линия $A-B-C$, здесь же показана кривая насыщения и критическая точка K . Эффект Джоуля-Томсона существует только у реальных газов и является важной характеристикой отличия их свойств от свойств идеального газа.

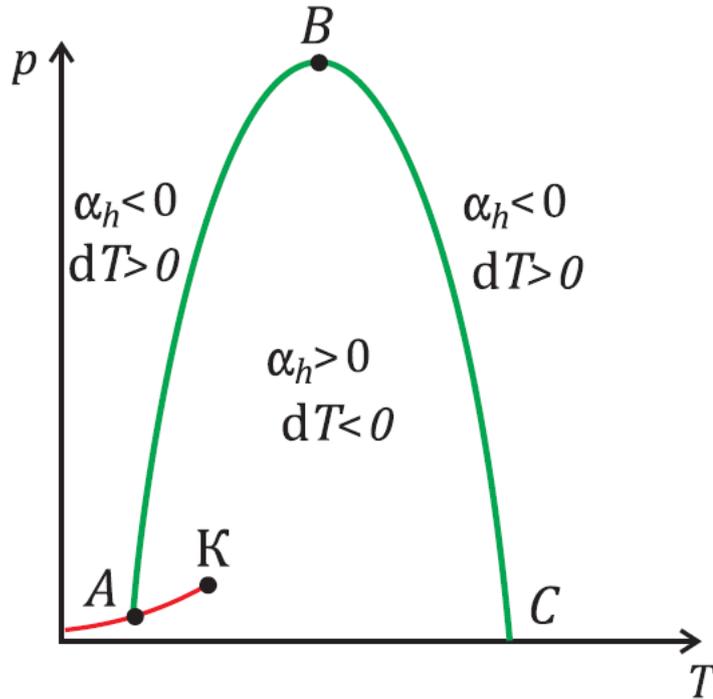


Рис. 9.23. Кривая инверсии в p, T -диаграмме

Чтобы выразить коэффициент Джоуля-Томсона через термические параметры, запишем уравнение (9.60) для бесконечно малого процесса адиабатного дросселирования

$$dh = 0,$$

и выражение полного дифференциала энтальпии, считая

$$h = f(T, p),$$

и получим

$$dh = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T dp = 0.$$

Откуда коэффициент Джоуля-Томсона

$$\alpha_h = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_h = -\frac{\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T}{\left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p}. \quad (9.63)$$

С учетом

$$\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T = v - T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$$

и

$$\left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p = c_p$$

в (9.63), получаем

$$\alpha_h = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_h = \frac{T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p - v}{c_p}. \quad (9.64)$$

Знак α_h определяется числителем формулы (9.64), т.к. всегда

$$c_p > 0.$$

а) Если

$$T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p > v,$$

то

$$\alpha_h > 0 \text{ и } dT < 0,$$

т.е. температура пара при адиабатном дросселировании уменьшается. На рис. 9.23 это область под кривой инверсии.

б) Если

$$T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p < v,$$

то

$$\alpha_h < 0 \text{ и } dT > 0,$$

температура при адиабатном дросселировании растет. На рис. 9.23 это область по другую сторону от кривой инверсии.

в) Если

$$T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = v,$$

то

$$\alpha_h = 0 \text{ и } dT = 0,$$

температура не меняется.

Таким образом, уравнение

$$T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = v \quad (9.65)$$

является уравнением кривой инверсии для *однофазной области* параметров состояния (рис. 9.23). Зная термическое уравнение состояние реального газа

$$F(p, v, T) = 0,$$

можно, решив уравнение (9.65), получить уравнение кривой инверсии в p, T -координатах.

В области, ограниченной кривой инверсии, включающей и все двухфазные состояния,

$$\alpha_h > 0$$

и температура газа при дросселировании понижается. За пределами этой области температура газа при дросселировании повышается. Параметры характерных точек кривой инверсии несколько варьируются у различных веществ. В точке максимума они равны

$$p_B = (11,5 \div 12)p_K,$$

$$T_B = (1,6 \div 2)T_K,$$

$$v_B \approx 0,75v_K.$$

Наибольшая температура (при $p = 0$) составляет

$$T_C = (4,3 \div 4,5)T_K,$$

а в точке встречи с кривой насыщения

$$T_A \approx 0,75T_K.$$

Процесс дросселирования *влажного пара* ($h = \text{const}$), как и любой процесс в области влажного пара, в p, T -диаграмме совпадает с кривой насыщения, для которой всегда производная

$$\left(\frac{dT}{dp}\right)_{\text{нас}} > 0.$$

Поэтому коэффициент Джоуля-Томсона влажного пара всегда положительная величина

$$\alpha_h = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_h = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_{\text{нас}} > 0, \quad (9.66)$$

а при дросселировании влажного пара его температура всегда уменьшается.

Изменение влажности y (или степень сухости x) влажного пара в процессе адиабатного дросселирования рассмотрим на h, s -диаграмме (рис. 9.24), где изображены различные процессы $h = \text{const}$, идущие в направлении возрастания энтропии. Несмотря на то, что для всех процессов на рис. 9.24 $dp < 0$ и $dT < 0$, влажность (или степень сухости x) может изменяться самым разным способом.

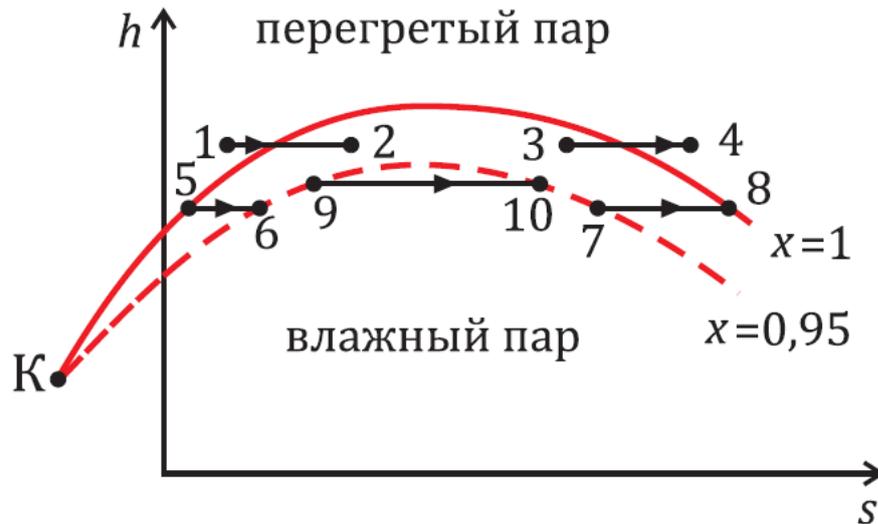


Рис. 9.24. Изменение влажности влажного пара при адиабатном дросселировании

Разнообразие ответов вызвано формой верхней пограничной кривой в h, s -диаграмме (линия $x = 1$ на рис. 9.24), отличающейся от вида линии $x = 1$ на p, v - и T, s -диаграммах (рис. 5.27, рис. 5.30). Линия $x = 1$ на этих диаграммах разделяет область влажного пара от области перегретого пара. Как видно на рис. 9.24, перегретый пар в состоянии 1 в процессе адиабатного дросселирования, охлаждаясь, становится сначала сухим насыщенным (при $x = 1$) и при дальнейшем дросселировании — влажным паром (состояние 2, $x_2 < 1$). Возможна и «обратная картина», когда влажный пар из начального состояния 3 ($x_3 < 1$) в процессе адиабатного дросселирования, охлаждаясь, становится сначала сухим насыщенным (при $x = 1$), а затем, продолжая охлаждаться, перегретым паром (состояние 4). Возможны процессы адиабатного дросселирования, в которых степень сухости влажного пара уменьшается (процесс 5-6), увеличивается (процесс 7-8) и остается такой же (процесс 9-10), как в начале процесса.

Падение давления при адиабатном дросселировании приводит, вследствие необратимости процесса, к снижению эффективности энергетических установок. Необратимость процесса оценивается потерей эксергии — потерей работоспособности

$$\Delta e = e_1 - e_2,$$

где e_1, e_2 — эксергия потока газа, пара или жидкости перед дросселем и после него.

Используя выражение для удельной эксергии потока вещества (7.3),

$$e_1 = h_1 - h_{oc} - T_{oc}(s_1 - s_{oc}); e_2 = h_2 - h_{oc} - T_{oc}(s_2 - s_{oc})$$

и имея ввиду, что для адиабатного дросселирования $h_2 = h_1$ (9.60), получаем

$$\Delta e = e_1 - e_2 = T_{oc}(s_2 - s_1), \quad (9.67)$$

где T_{oc} — температура окружающей среды.

Уравнение (9.67) — это уравнение Гюи-Стодолы (7.7), позволяющее рассчитать потерю эксергии (работоспособности) вследствие необратимости процессов.

Пример 9.4

На входе в дроссель жидкий фреон R134a в состоянии насыщения имеет температуру 300 К. В результате адиабатного дросселирования на выходе из дросселя установилось давление 0,15 МПа. Необходимо определить давление фреона перед дросселем, его состояние (температуру, энтальпию, энтропию, степень сухости) на выходе из дросселя и потерю эксергии из-за необратимости процесса дросселирования, если температура окружающей среды 294 К.

Решение

1) В [8, табл. 19] для жидкого фреона R134a в состоянии насыщения при $T_1 = 300$ К находим: $p_1 = 0,703$ МПа, $h_1 = 237,2$ кДж/кг, $s_1 = 1,129$ кДж/(кг·К).

2) В соответствии с (9.60)

$$h_2 = h_1 = 237,2 \text{ кДж/кг.}$$

В [7, табл.19] по $p_2 = 0,15$ МПа находим:

$$T_2 = T_{\text{нас}} = 256 \text{ К} \approx -17^\circ\text{C},$$

$$h'_2 = 177,3 \text{ кДж/кг,}$$

$$h''_2 = 388,3 \text{ кДж/кг,}$$

$$s'_2 = 0,915 \text{ кДж/кг,}$$

$$s''_2 = 1,739 \text{ кДж/кг,}$$

и рассчитываем степень сухости

$$x_2 = \frac{237,2 - 177,3}{388,3 - 177,3} = 0,2839,$$

и энтропию

$$\begin{aligned} s_2 &= s'_2 + (s''_2 - s'_2) \cdot x_2 = \\ &= 0,915 + (1,739 - 0,915) \cdot 0,2839 = 1,149 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}. \end{aligned}$$

3) Потеря эксергии из-за необратимости процесса дросселирования определяется по уравнению Гюи-Стодолы (9.67)

$$\Delta e = e_1 - e_2 = T_{\text{oc}}(s_2 - s_1) = 294 \cdot (1,149 - 1,129) = 5,88 \text{ кДж/кг.}$$

Ответ: $p_1 = 0,703$ МПа, $T_2 = 256$ К $\approx -17^\circ\text{C}$, $h_2 = h_1 = 237,2$ кДж/кг, $x_2 = 0,2839$, $s_2 = 1,149$ кДж/(кг·К), $\Delta e = 5,88$ кДж/кг.

9.11. Контрольные вопросы

1. Как записывается уравнение 1-го закона термодинамики для потока вещества? Каков смысл каждого слагаемого, входящего в выражение 1-го закона термодинамики для потока вещества?

2. Какие величины входят в уравнение неразрывности одномерного стационарного потока? Запишите уравнение неразрывности.
3. Что такое параметры торможения? Как рассчитывается энтальпия и давление адиабатного торможения? Изобразите в T, s - и h, s -диаграммах процесс адиабатного торможения.
4. Что такое сопло? Какой процесс совершают газы при течении в геометрических соплах? Как изменяются при течении газа в соплах давление, температура, удельный объем, энтальпия, энтропия, массовый расход и скорость газа?
5. Как определить скорость потока, если кроме начальных параметров газа известно давление в выходном сечении? Как бы вы ответили на эти вопросы, 1) если не учитывать трение и 2) если учитывать трение? Изобразите процессы течения газа в соплах в h, s -диаграмме.
6. Как записывается выражение для скорости истечения газа из сопел по известным давлениям на входе и выходе из сопла? Сравните эту формулу с формулой расчета скорости по известным энтальпиям — отметьте плюсы и минусы сравниваемых формул.
7. Что такое скорость звука? Как рассчитать скорость звука реального и идеального газа? От каких факторов зависит скорость звука идеального газа?
8. По какой из формул рассчитанные значения массового расхода газа будут наиболее точными?
9. Как будут меняться давление, массовый расход и скорость газа в выходном сечении суживающегося сопла при уменьшении давления газа за соплом от p_0 до нуля?
10. Что такое кризис течения?
11. Формулировка закона обращения воздействия? Что такое сопло Лавалья, сверхзвуковое тепловое сопло, сверхзвуковое расходное сопло?
12. Какая скорость будет в минимальном сечении сопла Лавалья (дозвуковая, звуковая, сверхзвуковая) при течении без трения и при течении с трением?
13. Что такое диффузор? Каким должен быть профиль дозвукового и сверхзвукового диффузора? Как влияет трение на давление в выходном сечении диффузора?
14. Что такое дросселирование? Сформулируйте основное уравнение адиабатного дросселирования.
15. Как при адиабатном дросселировании изменяются давление, энтальпия, энтропия и температура реального и идеального газа?
16. Как при адиабатном дросселировании изменяются давление, энтальпия, энтропия, температура и степень сухости влажного пара?
17. Что такое эффект Джоуля-Томсона и коэффициент Джоуля-Томсона? Что такое кривая инверсии?

Глава 10. ПРОЦЕССЫ В КОМПРЕССОРАХ

10.1. Введение. Процессы в неохлаждаемых компрессорах

Компрессором называется машина для сжатия газа или пара за счет подвода работы l_K (мощности N); l_K — удельная (техническая) работа, подводимая к компрессору, затрачивается на сжатие 1 кг газа или пара. Поэтому

$$l_{\text{тех}} < 0.$$

Принято считать работу компрессора положительной величиной, поэтому

$$l_K = |l_{\text{тех}}| = -l_{\text{тех}}, \quad (10.1)$$

а мощность компрессора (мощность привода)

$$N = m \cdot l_K, \quad (10.2)$$

где m — массовый расход газа.

Существуют различные типы компрессоров, отличающиеся принципом действия — поршневые, центробежные, осевые. Несмотря на большие конструкционные различия, термодинамические принципы их действия аналогичны, отличаются они по виду происходящих в них термодинамических процессов.

Различают *неохлаждаемые* компрессоры — это центробежные, осевые и поршневые компрессоры, в которых теплота не подводится к газу и не отводится от него, и *охлаждаемые* — это в основном поршневые компрессоры, в которых теплота q отводится от газа в компрессоре. К охлаждаемым компрессорам относят и *многоступенчатые* компрессоры, в которых теплота q отводится от газа в специальных охладителях.

В *неохлаждаемых* компрессорах реализуется адиабатное сжатие

$$q = 0.$$

Для *обратимого процесса*, происходящего без учета трения,

$$s_2 = s_1,$$

а удельная работа компрессора, в соответствии с (1.27) и (10.1) равна

$$l_K = h_2 - h_1, \quad (10.3)$$

как это показано на рис. 10.1.

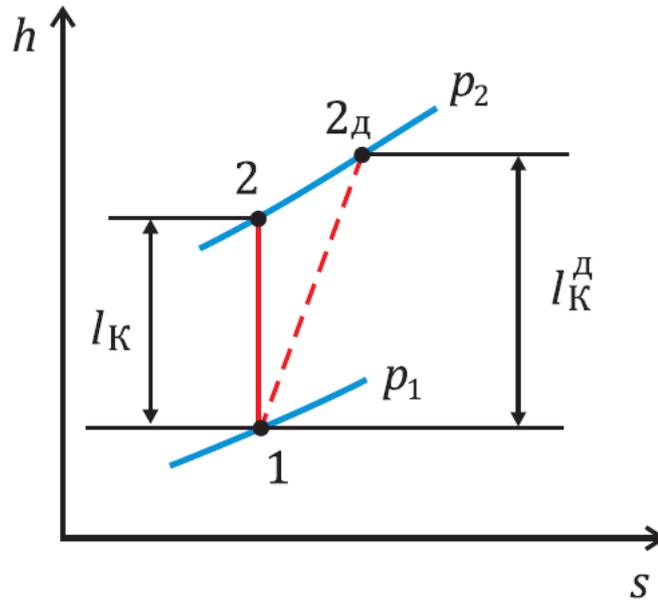


Рис. 10.1. Обратимый (1-2) и необратимый (1-2д) процессы, совершаемые газом в неохлаждаемом компрессоре

Удельные энтальпии газа или пара, необходимые для расчета процессов в компрессорах, могут быть найдены или с помощью специального Калькулятора свойств газов [6], или с помощью Таблиц [2, 3, 5]. Для идеального газа, у которого $c_p = \text{const}$, выражение (10.3) может быть заменено на

$$l_K = \frac{k}{k-1} RT_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right], \quad (10.4)$$

где k — показатель адиабаты идеального газа.

В реальном (действительном, необратимом из-за трения) процессе 1-2д

$$s_{2д} > s_1$$

(рис. 10.1), а действительная работа определяется как

$$l_K^д = \frac{l_K}{\eta_{oi}^K} = \frac{h_2 - h_1}{\eta_{oi}^K} = h_{2д} - h_1, \quad (10.5)$$

где внутренний относительный (адиабатный) КПД компрессора

$$\eta_{oi}^K = \frac{l_K}{l_K^д}.$$

Потребляемая компрессором мощность (мощность привода) находится аналогично (10.2)

$$N_K = m \cdot l_K^д, \quad (10.6)$$

а энтальпия сжатого газа $h_{2д}$ — из уравнения (10.5).

Пример 10.1

В неохлаждаемом компрессоре сжимается воздух от 0,1 до 0,8 МПа в количестве 2 кг/с. Определить мощность привода компрессора и температуру сжатого воздуха, если $t_1 = 20^\circ\text{C}$, а КПД компрессора $\eta_{oi}^K = 0,8$.

Решение

Для решения задачи необходимо определить термодинамические свойства воздуха в начале и конце адиабатного обратимого (изоэнтропного) и необратимого процессов, используется для этого или специальный Калькулятор свойств газов [6], или Таблицы [2, 3, 5].

а) Используя *Калькулятор свойств газов* [6], по температуре $t_1 = 20^\circ\text{C} = 293,15 \text{ K}$ и $p_1 = 0,1 \text{ МПа}$ для воздуха определяются удельные энтальпия $h_1 = 293,58 \text{ кДж/кг}$ и энтропия $s_1 = 6,8476 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{K)}$, а по давлению $p_2 = 0,8 \text{ МПа}$ и $s_2 = s_1 = 6,8477 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{K)}$ для воздуха определяются температура $T_2 = 527,85 \text{ K}$ и удельная энтальпия $h_2 = 532,15 \text{ кДж/кг}$.

б) При использовании *Таблиц* [2, 3, 5] возможны два способа. В первом способе, используя [2] или [5], по температуре $t_1 = 20^\circ\text{C}$ для воздуха определяются удельная энтальпия $h_1 = 293,59 \text{ кДж/кг}$ и специальная функция $\pi_{01} = 1,2804$. Рассчитывается

$$\pi_{02} = \pi_{01} \cdot \frac{p_2}{p_1} = 1,2804 \cdot \frac{0,8}{0,1} = 10,2432$$

и по $\pi_{02} = 10,2432$ определяется температура $T_2 = 527,82 \text{ K}$ и удельная энтальпия $h_2 = 532,13 \text{ кДж/кг}$. Во втором способе, можно использовать любую из трех таблиц [2, 3, 5]; например, по температуре $t_1 = 20^\circ\text{C}$ для воздуха определяются по таблицам [5] энтальпия $h_1 = 293,59 \text{ кДж/кг}$ и стандартная энтропия $s_1^0 = 6,8477 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{K)}$; рассчитывается

$$s_2^0 = s_1^0 + R \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} = 6,8477 + \frac{8,3145}{28,97} \cdot \ln \frac{0,8}{0,1} = 7,4445 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{K)},$$

и по $s_2^0 = 7,4445 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{K)}$ для воздуха определяется удельная энтальпия $h_2 = 532,14 \text{ кДж/кг}$.

Далее рассчитывается удельная работа компрессора при обратимом сжатии (10.3)

$$l_K = h_2 - h_1 = 532,14 - 293,59 = 238,55 \text{ кДж/кг},$$

действительная (реальная) удельная работа неохлаждаемого компрессора (10.5)

$$l_K^D = \frac{l_K}{\eta_{oi}^K} = \frac{238,55}{0,8} = 298,19 \text{ кДж/кг}$$

и мощность (привода) компрессора (10.6)

$$N = l_K^D \cdot m = 298,19 \cdot 2 = 596,4 \text{ кВт}.$$

Удельная энтальпия сжатого воздуха определяется, используя (10.5),

$$h_{2д} = h_1 + l_K^D = 293,59 + 298,19 = 591,78 \text{ кДж/кг}.$$

Используя Калькулятор свойств газов [6] или Таблицы [2, 3, 5], по $h_{2д}$ находят $T_{2д} = 585,15 \text{ К}$ ($t_{2д} = 312,0^\circ\text{С}$).

Ответ: $N = 596,4 \text{ кВт}$, $t_{2д} = 312,0^\circ\text{С}$.

Пример 10.2

В холодильной установке сухой насыщенный пар аммиака в количестве $0,15 \text{ кг/с}$ при давлении $0,2 \text{ МПа}$ поступает в неохлаждаемый компрессор, где его давление повышается до $1,2 \text{ МПа}$. КПД компрессора $\eta_{oi}^K = 0,82$. Определить мощность компрессора, температуру аммиака на входе в компрессор и на выходе из него. Для определения свойств аммиака использовать Таблицы [8].

Решение

Используя таблицы [8], находим по давлению $p_1 = 0,2 \text{ МПа}$ в Табл. 1 температуру, удельные энтальпию и энтропию сухого насыщенного пара аммиака: $t_1 = -18,9^\circ\text{С}$, $h_1 = 1582,4 \text{ кДж/кг}$, $s_1 = 6,358 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{К)}$. По давлению $p_2 = 1,2 \text{ МПа}$ и энтропии $s_2 = s_1 = 6,358 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{К)}$ в Табл. 2 определяем интерполированием $h_2 = 1845,8 \text{ кДж/кг}$. Удельную действительную работу компрессора $l_K^Д$ и энтальпию аммиака $h_{2д}$ на выходе из компрессора рассчитаем по (10.5)

$$l_K^Д = \frac{(h_2 - h_1)}{\eta_{oi}^K} = \frac{(1845,8 - 1582,4)}{0,82} = 321,2 \text{ кДж/кг},$$

$$h_{2д} = h_1 + l_K^Д = 1582,4 + 321,2 = 1903,6 \text{ кДж/кг}.$$

Мощность компрессора рассчитываем по (10.6)

$$N_K = m \cdot l_K^Д = 0,15 \cdot 321,2 = 48,2 \text{ кВт},$$

а температуру аммиака на выходе из компрессора $t_{2д}$ определяем интерполированием в Табл. 2 по давлению $p_{2д} = p_2 = 1,2 \text{ МПа}$ и энтальпии $h_{2д} = 1903,6 \text{ кДж/кг} \rightarrow t_{2д} = 135,2^\circ\text{С}$.

Ответ: $N = 48,2 \text{ кВт}$, $t_1 = -18,9^\circ\text{С}$, $t_{2д} = 135,2^\circ\text{С}$.

10.2. Процессы в охлаждаемых компрессорах

В охлаждаемом компрессоре из-за отвода теплоты осуществляется процесс, расположенный на p, v - и T, s -диаграммах между изотермическим и изоэнтропным процессом, который принято считать политропным

$$pv^n = \text{const}, 1 < n < k.$$

На рис. 10.2 и рис. 10.3 показаны обратимые (без учета трения) политропные процессы сжатия газа ($1-2n$) в охлаждаемом компрессоре в сравнении с адиабатным сжатием ($1-2s$) в неохлаждаемом компрессоре и с изотермическим сжатием в процессе $1-2t$.

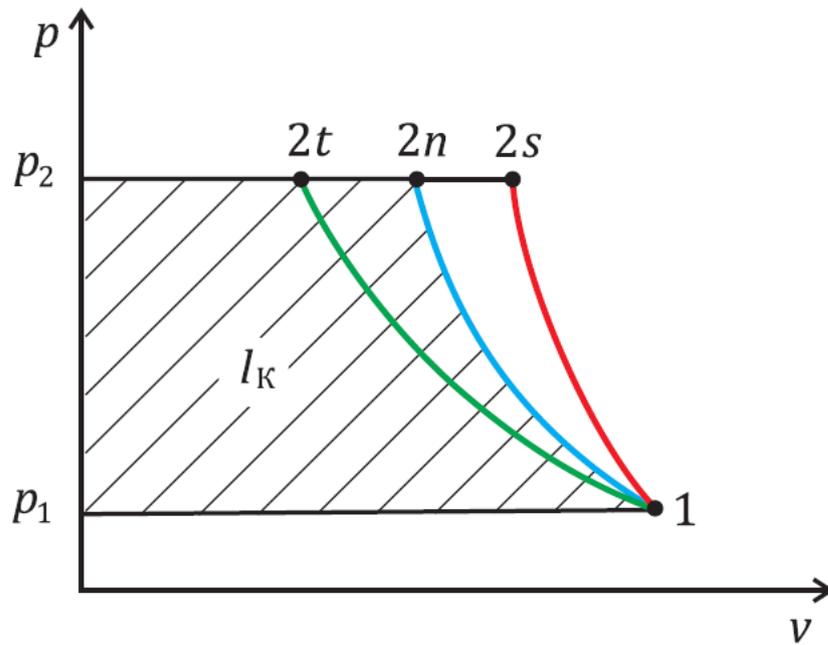


Рис. 10.2. Работа l_K , затраченная в охлаждаемом компрессоре при обратимом политропном (1-2n) сжатии газа.

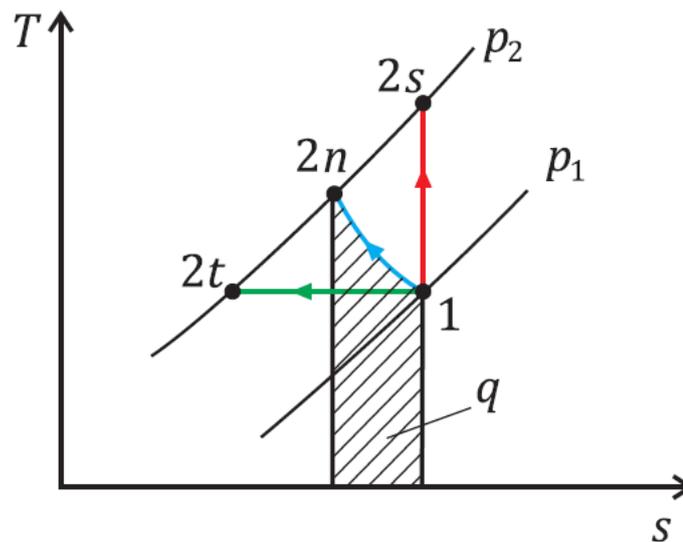


Рис. 10.3. Теплота q , отведенная от газа в охлаждаемом компрессоре при обратимом политропном (1-2n) сжатии.

Удельная работа, затрачиваемая на сжатие *реального* газа в охлаждаемом компрессоре (без учета трения) и показанная на p, v -диаграмме заштрихованной площадью (рис. 10.2), рассчитывается по формуле

$$l_K = -l_{\text{тех}} = \frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right], \quad (10.7)$$

При сжатии идеального газа формула (10.7) преобразуется к виду

$$l_K = -l_{\text{тех}} = \frac{n}{n-1} RT_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right], \quad (10.8)$$

или

$$l_K = \frac{nR(T_2 - T_1)}{n-1}, \quad (10.9)$$

в котором T_2 определяется по (3.32).

Отведенная от охлаждаемого компрессора теплота определяется 1-м законом термодинамики (1.28), из которого, пренебрегая изменением кинетической энергии газа на входе в компрессор и на выходе из него, получаем

$$q = h_2 - h_1 - l_K, \quad (10.10)$$

или, после несложных преобразований с использованием (10.7),

$$q = \frac{n \cdot (u_2 - u_1) - (h_2 - h_1)}{n-1}. \quad (10.11)$$

Отведенная теплота, в предположении, что трение отсутствует, показана на T, s -диаграмме (рис. 10.3) заштрихованной площадью. Для идеального газа с постоянной теплоемкостью формулы (10.10) и (10.11) можно видоизменить

$$\left. \begin{aligned} q &= c_p \cdot (T_2 - T_1) - l_K; \\ q &= c_v \cdot \frac{n-k}{n-1} \cdot (T_2 - T_1). \end{aligned} \right\} \quad (10.12)$$

Мощность компрессора (мощность привода) определяется по (10.2), а теплота, отведенная от компрессора за единицу времени,

$$Q = m \cdot q, \quad (10.13)$$

где m — массовый расход газа.

Эффективность охлаждаемого компрессора оценивается *изотермическим КПД*

$$\eta_{\text{из}} = \frac{l_{K,t}}{l_K}, \quad (10.14)$$

где $l_{K,t}$ — минимальное значение работы компрессора при изотермическом обратимом (без учета трения) сжатии в процессе 1-2t (рис. 10.2)

$$l_{K,t} = RT_1 \cdot \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right). \quad (10.15)$$

Основные характеристики охлаждаемого компрессора (L_K и Q_K) без учета трения могут быть найдены при известных начальных параметрах газа (p_1, t_1), конечном давлении p_2 и массовом (m) или объемном (V) расходе газа, если известен или показатель политропы n процесса сжатия, или изотермический КПД $\eta_{из}$ (10.14).

Если известен *показатель политропы n , а газ идеальный*, то по соотношению (3.32) рассчитывают T_2 ; по T_1 и T_2 по одной из таблиц [2, 3, 5] или, используя Калькулятор свойств газов [6], находят энтальпии h_1 и h_2 . После этого по одной из формул (10.7)-(10.9) определяется удельная работа компрессора l_K , а по (10.10) — удельная теплота q , отводимая от компрессора.

Если известен *показатель политропы n , а газ реальный*, то по начальным параметрам газа (p_1, t_1) по таблицам свойств реального газа находят удельный объем v_1 и энтальпию h_1 . По p_1, v_1 и p_2 , используя (3.30), определяют v_2 , а по p_2 и v_2 по таблицам свойств реального газа находят температуру T_2 и энтальпию h_2 . После чего удельная работа компрессора l_K рассчитывается по (10.7), а удельная теплота q — по (10.10).

Рассчитав удельную работу изотермического процесса (10.15), можно определить изотермический КПД (10.14) охлаждаемого компрессора.

Если вместо показателя политропы n известен *изотермический КПД* (10.14), то, предварительно рассчитав удельную работу изотермического процесса (10.15), определяют удельную работу компрессора l_K . Далее, для *идеального газа*, зная работу компрессора l_K и решив уравнение (10.9) относительно T_2 , находят энтальпию h_2 , а по (10.10) — удельную теплоту q . Для *реального газа* сначала по p_1 и t_1 по таблицам свойств реального газа находят удельный объем v_1 и энтальпию h_1 . Зная работу компрессора l_K , необходимо численно решить уравнение (10.7) относительно n . Зная n , можно, используя соотношение между p и v для политропного процесса (3.30), определить удельный объем v_2 . Найдя по p_2 и v_2 по таблицам свойств реального газа температуру T_2 и энтальпию h_2 , можно по (10.10) определить удельную теплоту q .

Зная удельные характеристики l_K и q охлаждаемых компрессоров, по (10.2) и (10.13) определяют мощность компрессора N и отведенную от компрессора теплоту Q .

Пример 10.3

В охлаждаемом компрессоре давление неона ($Ne, \mu = 20,18$ кг/кмоль) повышается от 0,14 МПа до 1,2 МПа. Начальная температура неона $10^\circ C$, сжатие политропное с показателем политропного процесса $n = 1,4$, трением пренебречь. Производительность компрессора 70 м³/ч. Определить мощность и изотермический КПД компрессора, количество теплоты, отводимой от газа за единицу времени и температуру сжатого неона на выходе из компрессора. Какими бы были температура сжатого неона на выходе из компрессора и затрачиваемая на привод компрессора мощность, если бы сжатие осуществлялось в неохлаждаемом компрессоре. Для определения

термодинамических свойств неона воспользоваться молекулярно-кинетической теорией теплоемкости идеального газа.

Решение

Температура сжатого неона на выходе из компрессора (3.32)

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} = 283,15 \cdot \left(\frac{1,2}{0,14} \right)^{\frac{0,4}{1,4}} = 523,12 \text{ К} = 250,0^\circ \text{С}.$$

Удельная газовая постоянная

$$R = \frac{8,3145}{20,18} = 0,4120 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Удельная изохорная теплоемкость

$$c_v = \frac{3}{2} \cdot R = 1,5 \cdot 0,4120 = 0,618 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Удельная изобарная теплоемкость

$$c_p = c_v + R = 0,618 + 0,4120 = 1,03 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Удельная работа компрессора (10.9)

$$l_K = \frac{nR(T_2 - T_1)}{n-1} = \frac{1,4 \cdot 0,4120 \cdot (249,97 - 10)}{1,4-1} = 346,0 \text{ кДж}/\text{кг}.$$

Удельная работа изотермического компрессора (10.15)

$$l_{K,t} = RT_1 \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} = 0,412 \cdot 283,15 \cdot \ln \frac{1,2}{0,14} = 250,63 \text{ кДж}/\text{кг}.$$

Изотермический КПД охлаждаемого компрессора (10.14)

$$\eta_{\text{из}} = \frac{l_{K,t}}{l_K} = \frac{250,63}{346,0} = 0,724.$$

Удельная теплота, отведенная от компрессора (10.10)

$$q = c_p(T_2 - T_1) - l_K = 1,03 \cdot (249,97 - 10) - 346,0 = \\ = -98,83 \text{ кДж}/\text{кг}.$$

Массовый расход неона

$$m = \frac{V_H \cdot \mu}{22,414 \cdot 3600} = \frac{70 \cdot 20,18}{22,414 \cdot 3600} = 0,01751 \text{ кг}/\text{с}.$$

Мощность компрессора (10.2)

$$N = m \cdot l_K = 0,01751 \cdot 346,0 = 6,06 \text{ кВт}.$$

Теплота, отведенная от компрессора за единицу времени (10.13)

$$Q = m \cdot q = 0,01751 \cdot (-98,83) = 1,7305 \text{ кДж}/\text{с} = 6,23 \text{ МДж}/\text{ч}.$$

При сжатии в неохлаждаемом компрессоре ($s = \text{const}$) неона

$$k = \frac{5}{3}; \frac{k-1}{k} = 0,4.$$

Температура сжатого неона на выходе из компрессора ($s = \text{const}$)

$$T_{2s} = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = 283,15 \cdot \left(\frac{1,2}{0,14} \right)^{0,4} = 668,71\text{K} = 395,56^\circ\text{C}.$$

Удельная работа компрессора

$$l_{ks} = c_p(T_2 - T_1) = 1,03 \cdot (395,56 - 10) = 397,13 \text{ кДж/кг}.$$

Мощность компрессора (10.2)

$$N_s = m \cdot l_{ks} = 0,01751 \cdot 397,13 = 6,95 \text{ кВт}.$$

Ответ: $N = 6,06 \text{ кВт}$, $Q = 1,73 \text{ кДж/с}$, $t_2 = 250^\circ\text{C}$, $\eta_{\text{из}} = 0,724$; для неохлаждаемого компрессора $N = 6,95 \text{ кВт}$, $t_2 = 395,6^\circ\text{C}$.

Действительный (необратимый, с учетом трения) процесс сжатия в охлаждаемом компрессоре 1-2д, также, как и обратимый процесс 1-2, считается политропным, но с более высоким показателем политропного процесса

$$n_d > n$$

(рис. 10.4), второй независимой характеристикой (кроме n_d), позволяющей определить теплоту и работу необратимого процесса сжатия, принимается *изотермический КПД* (10.14). В этом случае удельная работа и отводимая теплота охлаждаемого компрессора определяются аналогично формулам (10.14) и (10.10):

$$l_K^d = \frac{l_{K,t}}{\eta_{\text{из}}}, \quad (10.16)$$

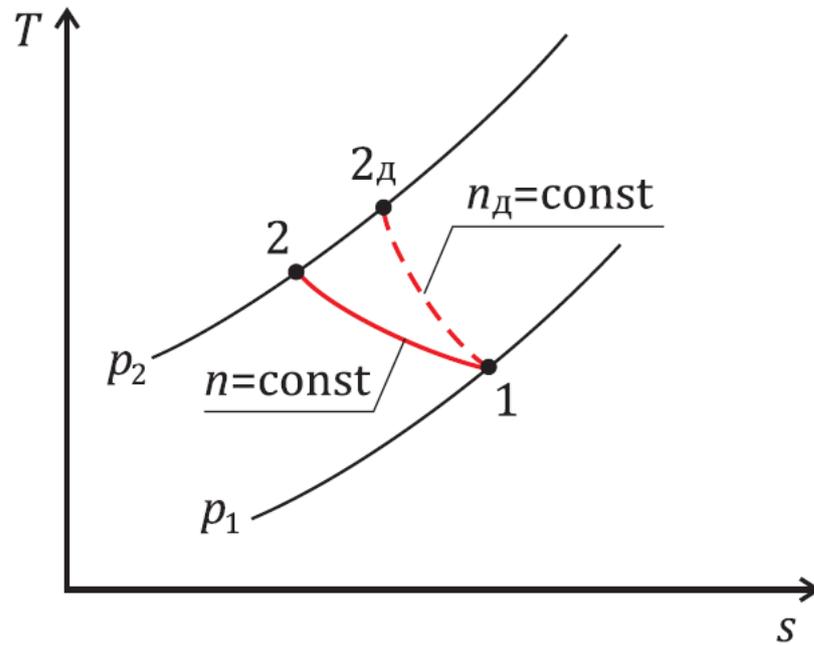
$$q = h_{2d} - h_1 - l_K^d. \quad (10.17)$$

Удельная работа охлаждаемого компрессора определяется непосредственно по (10.16) по предварительно рассчитанной удельной работе изотермического сжатия $l_{K,t}$ (10.15) и известному изотермическому КПД $\eta_{\text{из}}$. Для определения удельной теплоты требуется знать только энтальпию в состоянии 2д. Для этого достаточно задать только температуру газа на выходе из компрессора T_{2d} или показатель n_d политропного процесса 1-2д. Для идеального газа энтальпия h_{2d} находится по температуре T_{2d} , рассчитанной по соотношению параметров между p и T политропного процесса 1-2д. Для реального газа сначала по p_1 и t_1 по таблицам свойств реального газа находят удельный объем v_1 и энтальпию h_1 . Затем, зная p_1 , v_1 и p_2 , по уравнению для политропного процесса

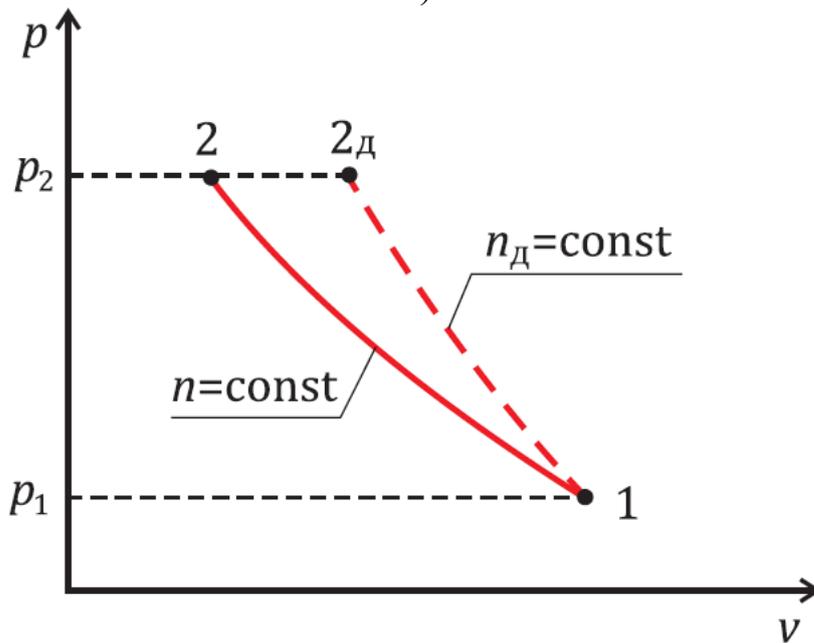
$$p \cdot v^{n_d} = \text{const}$$

рассчитывают v_{2d} , а по p_2 и v_{2d} по таблицам свойств реального газа определяют T_{2d} и h_{2d} . *Потребляемая компрессором мощность (мощность привода)*

находится по (10.6), а теплота, отведенная от компрессора за единицу времени, по (10.13).



a)



б)

Рис. 10.4. Обратимый (1-2) и необратимый (1-2д) политропные процессы в охлаждаемых компрессорах в T, s - (а) и p, v - (б) диаграммах

Пример 10.4

В охлаждаемом компрессоре сжимается воздух в количестве $0,1 \text{ кг/с}$ от $p_1 = 0,1 \text{ МПа}$ до $p_2 = 0,55 \text{ МПа}$. Изотермический КПД компрессора равен $0,7$. Действительный (с учетом трения) процесс сжатия считать политропным ($n_d = 1,3$). Определить мощность привода, температуру сжатого воздуха,

количество теплоты, отводимой от компрессора, если температура воздуха перед компрессором 22°C.

Решение

При решении задачи для определения термодинамических свойств воздуха используется Калькулятор свойств газов [6] или одна из Таблиц [2, 3, 5].

Сначала определяется удельная работа компрессора при обратимом изотермическом сжатии (10.15)

$$l_{K,t} = RT_1 \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right) = \frac{8,3145}{28,97} \cdot 295,15 \cdot \ln(5,5) = 144,41 \text{ кДж/кг},$$

удельная действительная (реальная) работа охлаждаемого компрессора в необратимом политропном процессе определяется по (10.16)

$$l_K^d = \frac{l_{K,t}}{\eta_{из}} = \frac{144,41}{0,7} = 206,3 \text{ кДж/кг}$$

и мощность привода компрессора (10.6)

$$N_K = m \cdot l_K^d = 0,1 \cdot 206,3 = 20,63 \text{ кВт}.$$

Температура сжатого воздуха находится из соотношения (5.18) для политропного процесса 1-2д

$$T_{2д} = T_1 \left(\frac{p_{2д}}{p_1} \right)^{\frac{n_d-1}{n_d}} = 295,15(5,5)^{\frac{0,3}{1,3}} = 437,42 \text{ К} = 164,3 \text{ °С}.$$

Используя Калькулятор свойств газов [6] или Таблицы [2, 3, 5], по T_1 и $T_{2д}$ определяются энтальпии воздуха $h_1 = 295,6$ кДж/кг и $h_{2д} = 439,3$ кДж/кг.

Удельная теплота, отводимая от компрессора, рассчитывается по (10.10)

$$q = h_{2д} - h_1 - l_K^d = 439,3 - 295,6 - 206,3 = -62,6 \text{ кДж/кг},$$

а полная теплота, отводимая от компрессора за одну секунду, по (10.13)

$$Q = m \cdot q = 0,1 \cdot (-62,6) = -6,26 \text{ кДж/с}.$$

Ответ: $N_K = 20,63$ кВт, $Q = -6,26$ кДж/с, $t_{2д} = 164,3$ °С.

10.3. Процессы в многоступенчатых компрессорах

В многоступенчатых компрессорах сжатие газа происходит последовательно в нескольких (как правило, в неохлаждаемых) компрессорах, но возможно создание схем и с охлаждаемыми компрессорами. В промежутке между ними осуществляется отвод теплоты q_0 в специальных промежуточных теплообменниках (охладителях). На рис. 10.5 приведена принципиальная схема двухступенчатого компрессора, а на рис. 10.6 в p, v -диаграмме — процессы 1-2-3-4, происходящие в этом компрессоре. Компрессоры К1 и К2 на рис. 10.5 — это неохлаждаемые компрессоры. Затраченная на сжатие газа или пара работа каждого компрессора может быть

рассчитана по (10.3)-(10.5). Если пренебречь трением, то экономию в работе, затраченной на привод двухступенчатого компрессора, по сравнению с одноступенчатым сжатием в процессе 1-а, можно показать на рис. 10.6 заштрихованной площадью.

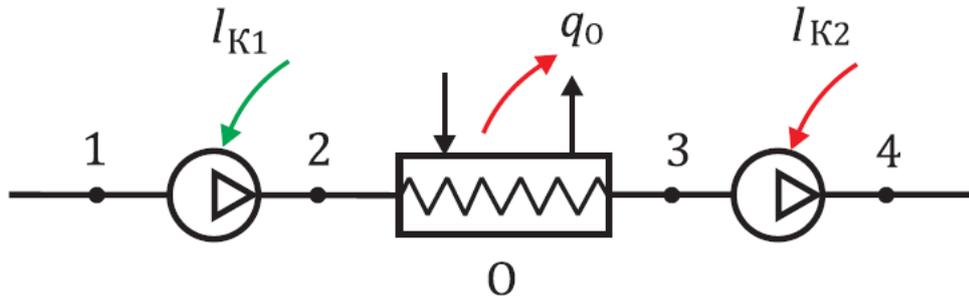


Рис. 10.5. Принципиальная схема двухступенчатого компрессора

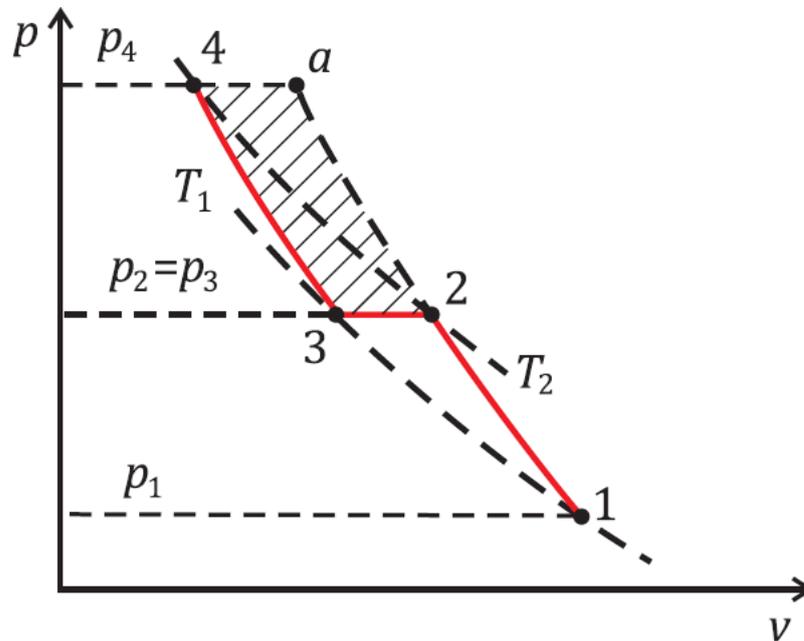


Рис. 10.6. Сравнение работы одноступенчатого и двухступенчатого компрессора

Эффективность многоступенчатых компрессоров оценивается изотермическим КПД $\eta_{из}$ (10.14), максимальное значение которого соответствует минимуму затрачиваемой работы

$$l_K = l_{K1} + l_{K2}.$$

Промежуточное давление

$$p_2 = p_3,$$

выбирается из условия минимума l_K или, что то же самое, максимума $\eta_{из}$.

Принимая

$$T_3 = T_1$$

и

$$\eta_{oi}^{K1} = \eta_{oi}^{K2}$$

для *неохлаждаемых* компрессоров,

$$T_3 = T_1,$$

$$n_{1д} = n_{2д} = n_д$$

и

$$\eta_{из}^{K1} = \eta_{из}^{K2}$$

для *охлаждаемых* компрессоров, условие минимума затрачиваемой работы на привод многоступенчатого компрессора обеспечивается равенством степени повышения давления β всех ступеней компрессора.

Для двухступенчатого компрессора

$$\beta_{K1} = \beta_{K2},$$

или, что то же самое,

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_4}{p_3}, \quad (10.18)$$

из которого следует, что в ступенях компрессора (рис. 10.5 и 10.6)

$$\beta_{K1} = \beta_{K2} = \sqrt{\frac{p_4}{p_1}}; p_2 = p_3 = \sqrt{p_1 \cdot p_4}; T_4 = T_2; T_{4д} = T_{2д}, \quad (10.19)$$

и, как следствие этого,

$$l_{K1} = l_{K2}; l_K = 2l_{K1}; l_{K1}^д = l_{K2}^д; l_K^д = 2l_{K1}^д. \quad (10.20)$$

Для произвольного количества ступеней z

$$\beta_{K1} = \beta_{K2} = \dots = \beta_{Kz} = \sqrt[z]{\frac{p_{кон}}{p_1}}; l_{K1}^д = l_{K2}^д = \dots = l_{Kz}^д; l_K^д = z \cdot l_{K1}^д. \quad (10.21)$$

Если все компрессоры $K1, K2 \dots Kz$ — *неохлаждаемые* компрессоры, то удельная работа многоступенчатого компрессора равна

$$l_K^д = z \cdot l_{K1}^д = z \cdot \frac{h_2 - h_1}{\eta_{oi}^K}. \quad (10.22)$$

Если все компрессоры $K1, K2 \dots Kz$ — *охлаждаемые* компрессоры, то удельная работа многоступенчатого компрессора равна

$$l_K^д = z \cdot l_{K1}^д = z \cdot \frac{l_{K1,t}^д}{\eta_{из}}, \quad (10.23)$$

Если на рис. 10.5 К1 и К2 — *неохлаждаемые компрессоры*, то теплота здесь отводится только в промежуточном охладителе (рис. 10.7)

$$q_K = q_O = h_{2д} - h_3. \quad (10.24)$$

Для произвольного количества ступеней z , если промежуточные давления выбраны оптимально

$$\beta_{K1} = \beta_{K2} = \dots = \beta_{Kz},$$

то от каждого охладителя отводится теплота, равная

$$q_{O1} = q_{O2} = \dots = q_{O(z-1)},$$

а суммарный отвод теплоты в промежуточных охладителях составляет

$$q_K = (z - 1) \cdot q_{O1} = (z - 1) \cdot (h_{2д} - h_3), \quad (10.25)$$

где q_{O1} — теплота, отведенная в первом промежуточном охладителе.

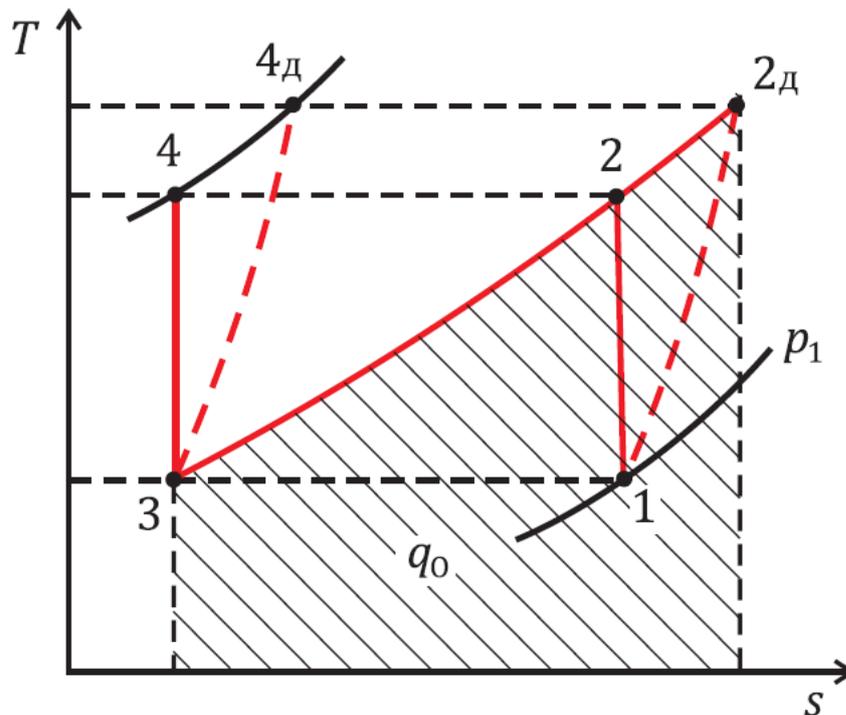


Рис. 10.7. Процессы и отведенная теплота в двухступенчатом компрессоре (К1 и К2 — неохлаждаемые компрессоры)

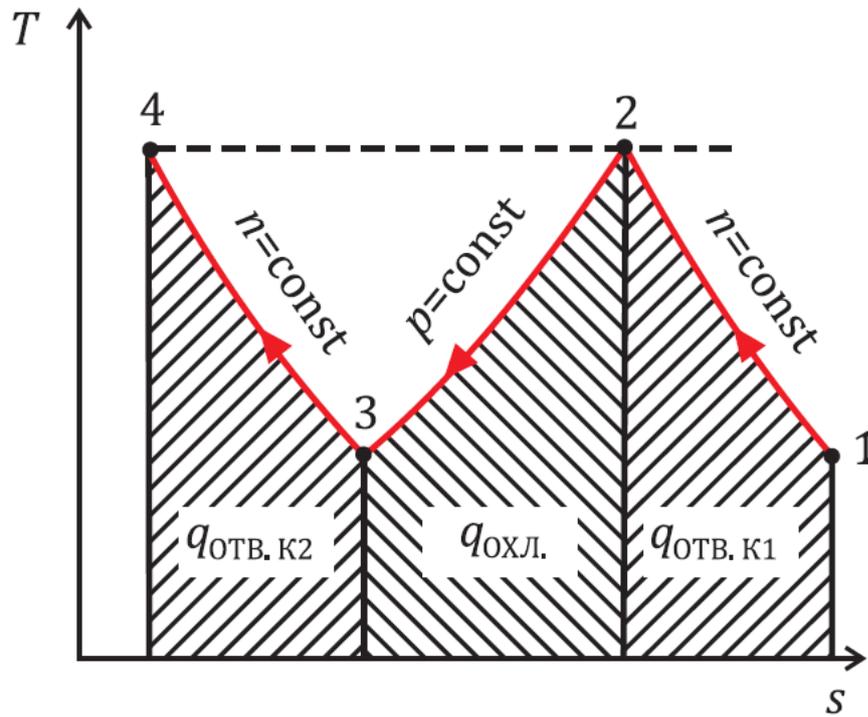


Рис. 10.8. Процессы и отведенная теплота в двухступенчатом компрессоре (K1 и K2 — охлаждаемые компрессоры)

Если на рис. 10.5 K1 и K2 — *охлаждаемые компрессоры*, то теплота отводится от газа в двух компрессорах (K1 и K2) и в промежуточном охладителе (рис. 10.8)

$$q_K = q_{K1} + q_0 + q_{K2}, \quad (10.26)$$

а при оптимальном выборе промежуточного давления

$$q_{K1} = q_{K2}; q_K = 2q_{K1} + q_0, \quad (10.27)$$

Для произвольного количества ступеней z

$$q_{K1} = q_{K2} = \dots = q_{Kz}; q_{01} = q_{02} = \dots = q_{0(z-1)}, \quad (10.28)$$

а суммарный отвод теплоты от многоступенчатого охлаждаемого компрессора составляет

$$q_K = z \cdot q_{K1} + (z - 1) \cdot q_{01}, \quad (10.29)$$

где q_{K1} — теплота, отведенная от газа в первом компрессоре, q_{01} — теплота, отведенная в первом промежуточном охладителе.

На рис. 10.8 приведены обратимые процессы политропного сжатия газа в двух охлаждаемых компрессорах и одном охладителе газа, при оптимальном выборе промежуточного давления (10.18), а заштрихованной площадью показана отведенная теплота. Если учитывать трение, то качественно процессы в двух охлаждаемых компрессорах в T, s -диаграмме будут иметь такой же вид, что и при обратимом сжатии на рис. 10.8, но площадь под

процессами сжатия не будет равна теплоте процесса, т.к. для необратимых процессов

$$dq < T \cdot ds.$$

Необходимо отметить, что промежуточные давления многоступенчатых компрессоров выбирались здесь из условия минимума затраченной работы на сжатие определенного количества газа. Это безусловно правильно, если речь идет только о компрессоре и его приводе. Если же компрессор является одним из элементов более сложной схемы, промежуточные давления многоступенчатых компрессоров необходимо выбирать, исходя из наибольшей эффективности всей схемы.

10.4. Контрольные вопросы

1. Что такое компрессор? Что такое неохлаждаемый компрессор, охлаждаемый компрессор, многоступенчатый компрессор?
2. Какой процесс совершает газ при его сжатии в неохлаждаемом компрессоре? Как оценивается эффективность сжатия газов в неохлаждаемых компрессорах?
3. Как изобразить в h, s - и в p, v -диаграммах обратимый и необратимый процессы сжатия газа или пара в неохлаждаемом компрессоре? Как на диаграммах показать работу неохлаждаемого компрессора?
4. По каким формулам можно рассчитать работу неохлаждаемого компрессора при обратимом и при необратимом сжатии газа? Укажите, когда можно применять каждую из написанных вами формул?
5. Какой процесс совершает газ при его сжатии в охлаждаемом компрессоре? Как оценивается эффективность сжатия газов в охлаждаемых компрессорах?
6. Как изобразить в p, v - и в T, s -диаграммах обратимый (без трения) процесс сжатия газа или пара в охлаждаемом компрессоре? Как на диаграммах показать работу и отведенную теплоту охлаждаемого компрессора?
7. По каким формулам можно рассчитать работу охлаждаемого компрессора и теплоту, отводимую от компрессора, при обратимом (без трения) сжатии газа? Укажите, когда можно применять каждую из написанных вами формул?
8. Какие процессы совершает газ при его сжатии в многоступенчатом компрессоре? Как оценивается эффективность сжатия газа в многоступенчатых компрессорах?
9. Как определять промежуточные давления в многоступенчатом компрессоре, если известны: количество ступеней, начальное и конечное давление газа или пара?
10. Как изобразить в p, v -диаграмме обратимые (без трения) процессы сжатия газа или пара в многоступенчатом компрессоре? Как показать и как рассчитать работу, затраченную на привод компрессора?
11. Как изобразить в T, s -диаграмме процессы в многоступенчатом компрессоре, если: 1) каждая ступень — это неохлаждаемый компрессор и 2)

каждая ступень — это охлаждаемый компрессор? Как на T, s -диаграмме показать и как рассчитать теплоту, которую необходимо отвести от многоступенчатого компрессора?

Глава 11. ЦИКЛЫ ПАРОТУРБИННЫХ УСТАНОВОК

11.1. Цикл простой паротурбинной установки — цикл Ренкина

Паротурбинные установки (ПТУ) являются основой современной электроэнергетики. Они используются на тепловых и атомных электростанциях, на которых вырабатывается значительная часть электрической энергии. Их работа базируется на осуществлении водой и водяным паром термодинамического цикла, в котором теплота, образовавшаяся в результате сжигания топлива или ядерной реакции, преобразуется в работу турбины и далее в электроэнергию. Основой таких циклов является цикл, называемый циклом Ренкина. В середине 19-го века У. Ренкин и, независимо от него, Р. Клаузиус предложили термодинамический цикл 1-2-2'-3-4-1 (рис. 11.1), совершаемый водой и водяным паром и максимально приближенный к циклу Карно 1-2-a-4-1. Впоследствии этот цикл стали называть циклом Ренкина на насыщенном паре.

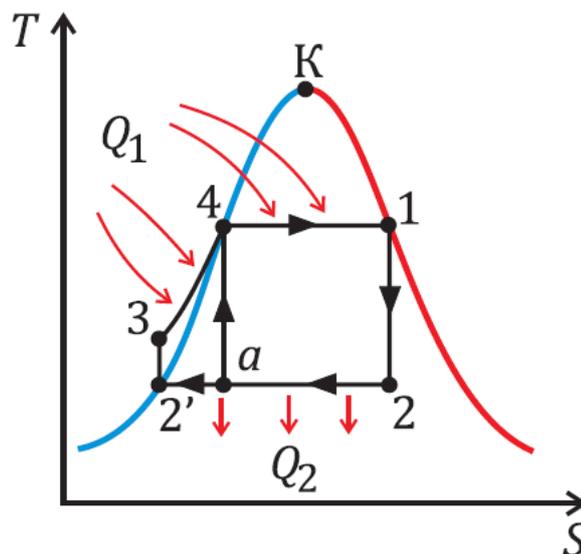


Рис. 11.1. Цикл Ренкина на насыщенном паре и цикл Карно

В цикле Ренкина, в отличие от газовых циклов, процесс сжатия (повышение давления) осуществляется в области жидкости (процесс 2'-3), где затраты работы на сжатие на два порядка меньше, чем в газе. В этом одно из главных преимуществ этого цикла. Сравнение цикла Ренкина на насыщенном паре и цикла Карно на рис. 11.1 показывает, что средняя температура подвода теплоты в цикле Ренкина (в процессе 3-4-1) очевидно меньше, чем в цикле Карно (в процессе 4-1)

$$T_{1cp}^P < T_{1cp}^K; T_2^P < T_2^K.$$

а средние температуры отвода теплоты одинаковы:

$$T_2^P = T_2^K.$$

Поэтому, в соответствие с (2.22), термический КПД у цикла Ренкина меньше, чем у цикла Карно

$$\eta_t^P < \eta_t^K.$$

Если же учитывать трение в процессах цикла Карно, особенно в процессе $a-4$, где высокая влажность влажного пара, то результат сравнения внутренних КПД будет другим — внутренний КПД цикла Ренкина выше, чем внутренний КПД цикла Карно, т.е.

$$\eta_i^P > \eta_i^K.$$

Цикл Ренкина на насыщенном паре является *основой паротурбинных установок* для одно- и двухконтурных атомных электростанций.

Для повышения средней температуры подвода теплоты в цикле и, следовательно, повышения КПД цикла, процесс подвода теплоты Q_1 был продлен на область перегретого пара и его стали называть циклом Ренкина на перегретом паре (рис. 11.2). Реализация такого термодинамического цикла стала возможной после изобретения Ч. Парсонсом и К. Лавалем в конце 19-го века паровой турбины. Появились паротурбинные установки (ПТУ) на перегретом паре.

Принципиальная схема простой ПТУ на перегретом паре приведена на рис. 11.3. Здесь ПК — паровой котел, в котором за счет сгорания топлива (природный газ, уголь, мазут и др.) поступающая в ПК вода при постоянном давлении нагревается до кипения, испаряется и образовавшийся пар перегревается (процесс 3-1, рис. 11.2). Образовавшийся перегретый пар поступает к соплам турбины Т, где в адиабатном процессе происходит расширение пара, а образовавшаяся кинетическая энергия пара преобразуется в механическую энергию вращения ротора турбины (процесс 1-2) и соединенного с ним ротора электрогенератора Г. После турбины пар при постоянном давлении (процесс 2-2') полностью конденсируется в конденсаторе К, отдавая при этом теплоту охлаждающей воде (окружающей среде). Далее, давление образовавшегося конденсата насосом Н адиабатно повышается до максимального для рассматриваемой схемы уровня (процесс 2'-3) и цикл повторяется.

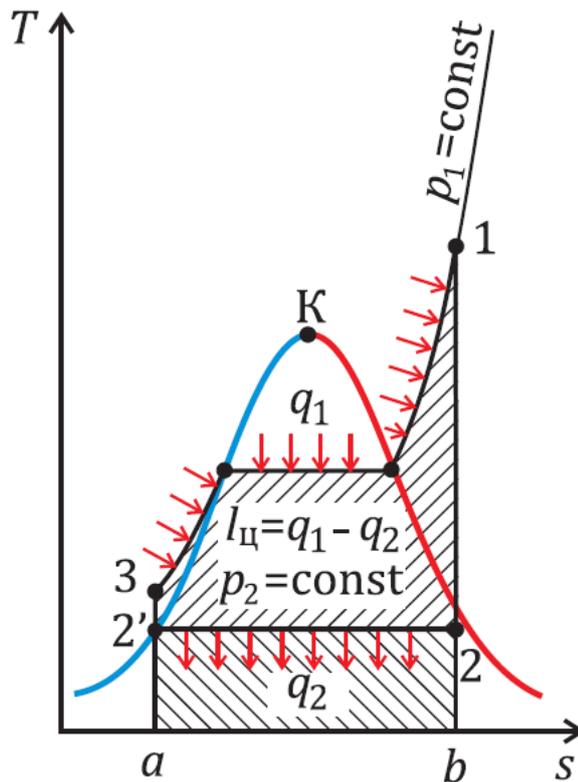


Рис. 11.2. Цикл Ренкина на перегретом паре

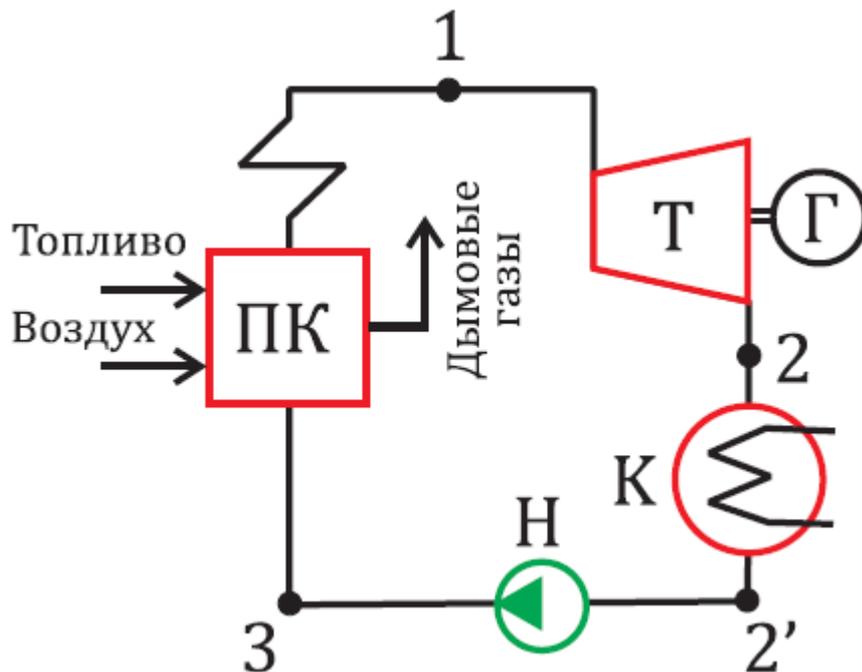


Рис. 11.3. Принципиальная схема простой паротурбинной установки

Термодинамический цикл ПТУ, изображенный на рис. 11.2, будем считать обратимым. Это означает, что внешняя необратимость отсутствует, т.к. считаем, что подвод и отвод теплоты осуществляется с бесконечно малым температурным напором. Внутренняя необратимость в цикле Ренкина связана с трением. Отсутствие трения в адиабатных процессах 1-2 и 2'-3 делает их изоэнтропными ($s = \text{const}$), а процессы 2-2' и 3-1 — изобарными ($p = \text{const}$).

Подведенная к циклу и отведенная от цикла удельная теплота (в расчете на 1 кг пара)

$$q_1 = h_1 - h_3, \quad (11.1)$$

$$q_2 = h_2 - h_{2'},$$

изображается площадью под изолинией обратимого процесса в T, s -диаграмме (рис. 11.2) или отрезками на оси h в h, s -диаграмме (рис. 11.4). Произведенная турбиной и затраченная на привод насоса удельная работа

$$l_T = h_1 - h_2, \quad (11.2)$$

$$l_H = h_3 - h_2,$$

изображается отрезками на оси h в h, s -диаграмме (рис. 11.4).

Удельная работа, произведенная обратимым циклом,

$$l_{ПТУ} = l_T - l_H = q_1 - q_2 \quad (11.3)$$

изображается площадью цикла в T, s -диаграмме (рис. 11.2).

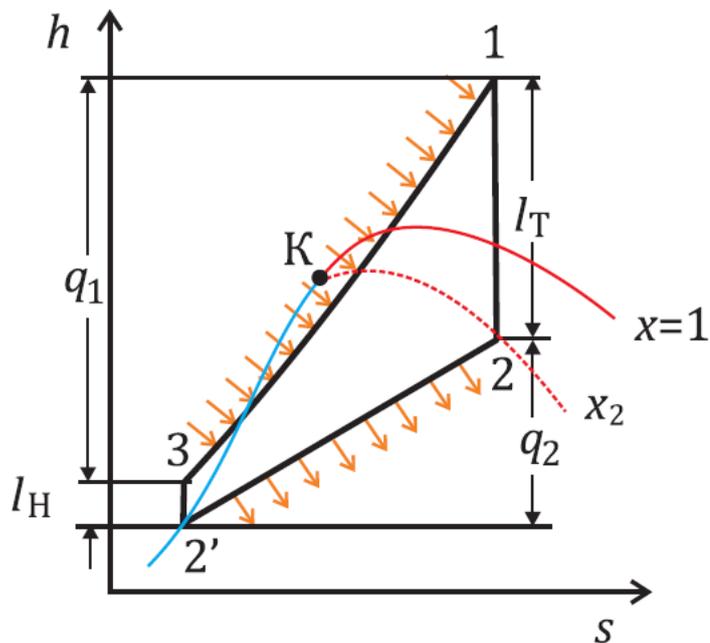


Рис. 11.4. Обратимый цикл Ренкина в h, s -диаграмме

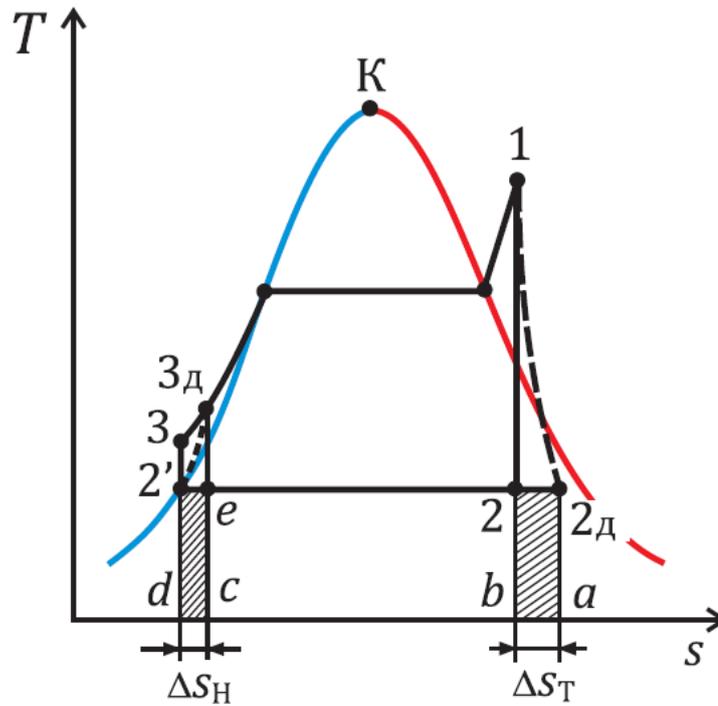


Рис. 11.5. Необратимый цикл Ренкина в T, s -диаграмме

Термический КПД обратимого цикла ПТУ характеризует максимальную эффективность преобразования подведенной к циклу теплоты (q_1) в работу ($l_{ц}$)

$$\eta_t = \frac{l_{\text{ПТУ}}}{q_1} = \frac{l_T - l_H}{q_1} = \frac{(h_1 - h_2) - (h_3 - h_{2'})}{h_1 - h_3}. \quad (11.4)$$

Энтальпии, входящие в эту формулу, могут быть найдены или с помощью таблиц [3] или с помощью калькулятора свойств водяного пара [6]. Отметим также, что работу сжатия воды в насосе приближенно можно вычислить, считая воду мало сжимаемой жидкостью и используя формулу (1.30), как

$$l_H \approx v_2 \cdot (p_1 - p_2), \quad (11.5)$$

где $v_2 = 0,001 \text{ м}^3/\text{кг}$.

Представив работу обратимого цикла ПТУ (11.2), как разность между q_1 и q_2

$$\eta_t = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1},$$

а теплоту q_1 и q_2 выразить через средние интегральные температуры подвода $T_{1\text{cp}}$ и отвода $T_{2\text{cp}}$ теплоты:

$$q_1 = T_{1\text{cp}}(s_1 - s_2)$$

и

$$q_2 = T_{2\text{cp}}(s_2 - s_{2'}),$$

то учитывая, что

$$(s_1 - s_3) = (s_2 - s_2')$$

(см. рис. 11.2), получаем

$$\eta_t = 1 - \frac{T_{2cp}}{T_{1cp}}. \quad (11.6)$$

Уравнение (11.6) в течение многих лет, с момента создания первых паровых машин, определяло *стратегию развития теплосиловых установок*, в которых теплота, подведенная к циклу, преобразуется в работу — необходимо повышать T_{1cp} и понижать T_{2cp} .

Пример 11.1

Паротурбинная установка работает по простому циклу ПТУ на перегретом паре (рис. 11.2). Параметры пара на входе в турбину: давление $p_1 = 90$ бар, температура $t_1 = 540^\circ\text{C}$. Давление в конденсаторе 4 кПа. Определите работу турбины и питательного насоса, а также термический КПД цикла.

Решение

Для определения параметров в характерных точках цикла воспользуемся таблицами [3]: в т.1 по p_1 и t_1 находим $h_1 = 3487,2$ кДж/кг и $s_1 = 6,7861$ кДж/(кг · К).

В т. 2

$$s_2 = s_1,$$

т.к. процесс 1-2 изоэнтропный. По табл. II находим по p_2 :

$$s_2' = 0,4224 \text{ кДж/(кг · К)},$$

$$s_2'' = 8,4735 \text{ кДж/(кг · К)},$$

$$h_2' = 121,4 \text{ кДж/кг},$$

$$r = 2432,3 \text{ кДж/кг}.$$

Т.к.

$$s_2' < s_2 < s_2'',$$

то состояние 2 находится в области влажного пара со степенью сухости

$$x_2 = \frac{s_2 - s_2'}{s_2'' - s_2'} = \frac{6,7861 - 0,4224}{8,4735 - 0,4224} = 0,79,$$

тогда

$$h_2 = h_2' + x_2 \cdot r = 121,4 + 0,79 \cdot 2432,3 = 2043,95 \text{ кДж/кг}.$$

Т. 2' находится на левой пограничной кривой при давлении p_2 , параметры в этой точке найдены выше:

$$h_2' = 121,4 \text{ кДж/кг},$$

$$s'_2 = 0,4224 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Т. 3: определяется по известным значениям давления $p_3 = p_1$ и значениям энтропии $s_3 = s'_2$, по табл. III находим, интерполируя,

$$h_3 = f(p_3, s_3) = 130,46 \text{ кДж}/\text{кг}.$$

Искомые в задаче работы турбины и насоса, а также термический КПД цикла находим пользуясь формулами (11.2)-(11.4):

$$l_T = h_1 - h_2 = 3487,2 - 2043,95 = 1443,25 \text{ кДж}/\text{кг},$$

$$l_H = h_3 - h_{2'} = 130,46 - 121,4 = 9,06 \text{ кДж}/\text{кг},$$

$$q_1 = h_1 - h_3 = 3487,2 - 130,46 = 3356,74 \text{ кДж}/\text{кг},$$

$$\eta_t = \frac{l_{ц}}{q_1} = \frac{l_T - l_H}{q_1} = \frac{1443,25 - 9,06}{3356,74} = 0,4272.$$

Ответ: $l_T = 1443,25 \text{ кДж}/\text{кг}$, $l_H = 9,06 \text{ кДж}/\text{кг}$, $\eta_t = 0,4272$.

11.2. Действительный цикл паротурбинной установки

Термический КПД обратимого цикла Ренкина характеризует максимальную степень преобразования теплоты в работу в этом цикле. В действительности же все процессы цикла неизбежно сопровождаются некоторыми потерями. Из них прежде всего следует учесть потери вследствие трения при течении потока пара в турбине, а также в процессе повышения давления воды в насосе. При наличии трения эти процессы являются необратимыми и, следовательно весь цикл становится необратимым.

Согласно второму закону термодинамики для необратимых процессов

$$ds > \frac{dq}{T}$$

(2.23) действительный процесс адиабатного ($dq = 0$) расширения пара в турбине сопровождается ростом энтропии ($ds > 0$). В T, s - и в h, s -диаграммах (рис. 11.5, рис. 11.6) он изображается линией 1-2д. Действительный процесс адиабатного сжатия воды в насосе также сопровождается ростом энтропии и в T, s -диаграмме (рис. 11.5) он изображается линией 2'-3д (на рис. 11.7 эта часть цикла представлена в увеличенном масштабе).

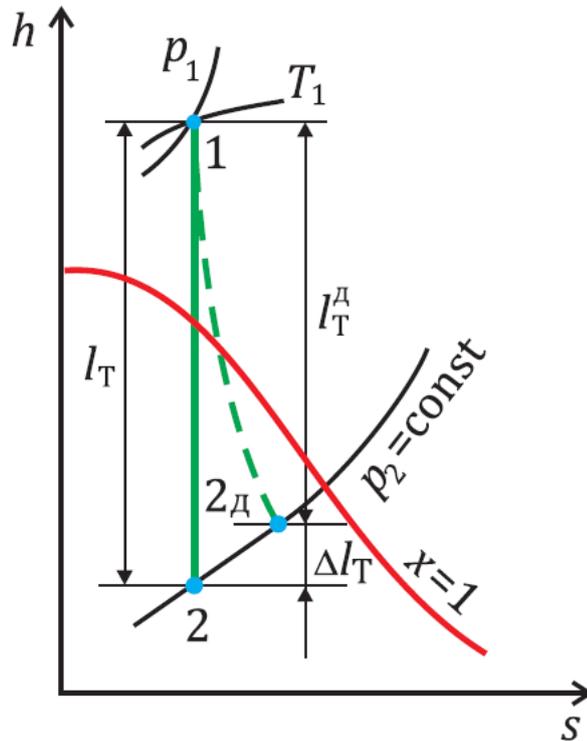


Рис. 11.6. Процесс расширения пара в турбине в h, s -диаграмме

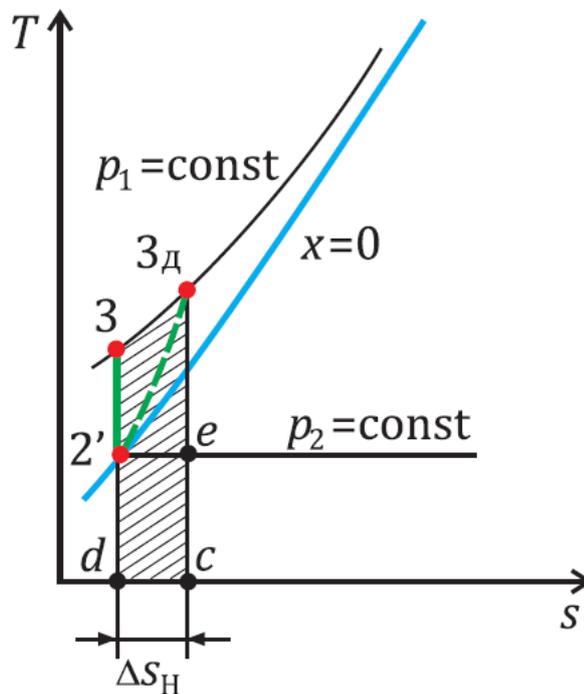


Рис. 11.7. Процесс повышения давления воды в насосе в T, s -диаграмме

Цикл 1-2д-2'-3д-1 (рис. 11.5) является необратимым циклом Ренкина, поскольку процессы 1-2д и 2'-3д необратимы, и получаемая в нем работа меньше, чем в обратимом цикле. Работа пара в турбине в необратимом процессе равна

$$l_T^д = h_1 - h_{2д}, \quad (11.7)$$

и поэтому потеря работы из-за необратимости составляет

$$\Delta l_T = l_T - l_T^d = h_{2д} - h_2. \quad (11.8)$$

Эта величина на h, s -диаграмме (рис. 11.6) представлена вертикальным отрезком, а на T, s -диаграмме (рис. 11.5) — заштрихованной площадью 2-2д-а-б-2, которая, кроме того, равна увеличению количества теплоты, отдаваемой паром охлаждающей воде при конденсации в конденсаторе.

Если состояние 2д находится в области влажного пара, а процесс конденсации проходит при температуре окружающей среды T_0

$$T_2 = T_0,$$

то потеря работы в турбине совпадает с потерей эксергии пара Δe_T . Действительно, согласно уравнению Гюи-Стодолы (7.7), потеря эксергии пара в этом случае составляет

$$\Delta e_T = T_0 \cdot \Delta s_{\text{сист}} = T_2 \cdot (s_{2д} - s_2), \quad (11.9)$$

и показана в T, s -диаграмме той же заштрихованной площадью 2-2д-а-б-2.

При необратимом процессе повышения давления воды в насосе абсолютная величина затрачиваемой работы равна

$$l_H^d = h_{3д} - h_{2'}, \quad (11.10)$$

и дополнительная затрата работы составляет

$$\Delta l_H = l_H^d - l_H = h_{3д} - h_3, \quad (11.11)$$

а потеря эксергии определяется как

$$\Delta e_H = T_0 (s_{3д} - s_3). \quad (11.12)$$

Отметим, что в этом случае потеря эксергии не равна дополнительной затрате работы для привода насоса, а меньше ее, так как дополнительная работа частично идет на дополнительное увеличение эксергии воды в насосе, т.к.

$$T_{3д} > T_3.$$

Это хорошо видно в T, s -диаграммах (рис. 11.5 и 11.7), где увеличение работы насоса изображается площадью 3-3д-с-д-3, а потеря эксергии (в предположении, что $T_2 = T_0$) — заштрихованной площадью 2'-е-с-д-2'.

В качестве показателя эффективности преобразования теплоты в работу для необратимого цикла используется *внутренний (абсолютный) КПД* η_i ,

представляющий собой аналог термического КПД, но в котором фигурируют теплота и работа, характерные для необратимых процессов

$$\eta_i = \frac{l_{\text{ПТУ}}^{\text{д}}}{q_1^{\text{д}}} = \frac{l_{\text{T}}^{\text{д}} - l_{\text{H}}^{\text{д}}}{q_1^{\text{д}}} = \frac{(h_1 - h_{2\text{д}}) - (h_{3\text{д}} - h_{2'})}{h_1 - h_{3\text{д}}}. \quad (11.13)$$

Характеристикой необратимости реальных процессов, протекающих в различных устройствах, является *внутренний относительный КПД* η_{oi} . Для турбины он определяется как

$$\eta_{oi}^{\text{T}} = \frac{l_{\text{T}}^{\text{д}}}{l_{\text{T}}} = \frac{h_1 - h_{2\text{д}}}{h_1 - h_2}, \quad (11.14)$$

и для современных паровых турбин его значение составляет $0,85 \div 0,91$.

Внутренний относительный КПД насоса равен

$$\eta_{oi}^{\text{H}} = \frac{l_{\text{H}}}{l_{\text{H}}^{\text{д}}} = \frac{h_3 - h_{2'}}{h_{3\text{д}} - h_{2'}}, \quad (11.15)$$

и его значение находится в пределах $0,80 \div 0,85$.

Используя эти понятия, уравнение для внутреннего КПД цикла ПТУ (11.12) можно представить в более удобном для расчетов виде

$$\eta_i = \frac{(h_1 - h_2) \cdot \eta_{oi}^{\text{T}} - \frac{(h_3 - h_{2'})}{\eta_{oi}^{\text{H}}}}{h_1 - h_{3\text{д}}}, \quad (11.16)$$

Параметры состояний рабочего тела, достигающихся в результате необратимых процессов, можно найти, зная внутренний относительный КПД данного устройства. Так энтальпия воды после ее необратимого сжатия в насосе $h_{3\text{д}}$ находится как

$$h_{3\text{д}} = h_{2'} + \frac{h_3 - h_{2'}}{\eta_{oi}^{\text{H}}},$$

а энтальпия водяного пара после его необратимого расширения в турбине

$$h_{2\text{д}} = h_1 - \frac{h_1 - h_2}{\eta_{oi}^{\text{T}}}.$$

Рассмотрим теперь некоторые другие характеристики ПТУ. Действительная мощность паротурбинной установки равна разности действительных мощностей турбины и насоса

$$N_{\text{ПТУ}}^{\text{д}} = N_{\text{T}}^{\text{д}} - N_{\text{H}}^{\text{д}}, \quad (11.17)$$

причем действительная мощность турбины вычисляется как

$$N_{\text{T}}^{\text{д}} = D \cdot l_{\text{T}}^{\text{д}} = D \cdot (h_1 - h_2) \cdot \eta_{oi}^{\text{T}}, \quad (11.18)$$

а действительная мощность насоса — как

$$N_H^d = D \cdot l_H^d = D \cdot \frac{h_3 - h_{2'}}{\eta_{oi}^H}, \quad (11.19)$$

где D — секундный расход водяного пара, кг/с.

Следует отметить, что доля мощности, затрачиваемой на привод насоса, находится в пределах $1 \div 1,5\%$ от мощности турбины.

Часовой расход топлива на турбоустановку заданной электрической мощностью N_3 с учетом различных других потерь составляет

$$B = \frac{3600 \cdot N_3}{Q_H^p \cdot \eta_e^{\text{ПТУ}}}, \quad (11.20)$$

где B , кг/час; N_3 , кВт; Q_H^p — низшая теплотворная способность топлива, кДж/кг; $\eta_e^{\text{ПТУ}}$ — эффективный КПД, учитывающий потери энергии в цепочке преобразования теплоты сгорания топлива в электроэнергию в различных частях паротурбинной установки и равный

$$\eta_e^{\text{ПТУ}} = \eta_{\text{ПК}} \cdot \eta_{\text{ПП}} \cdot \eta_i \cdot \eta_m \cdot \eta_r, \quad (11.21)$$

здесь $\eta_{\text{ПК}} = 0,86 \div 0,92$ — КПД, учитывающий потери при сжигании топлива в паровом котле; $\eta_{\text{ПП}} = 0,98 \div 0,995$ — КПД, учитывающий потери в паропроводе при транспортировке водяного пара от парового котла до турбины; $\eta_i = 0,37 \div 0,45$ — внутренний КПД цикла (формула (11.13)), учитывающий потери из-за необратимости процессов в турбине и насосе; $\eta_m = 0,97 \div 0,995$ — механический КПД, учитывающий потери в подшипниках и на привод масляного насоса турбоагрегата; $\eta_r = 0,97 \div 0,99$ — КПД электрического генератора.

Удельный расход топлива, т.е. расход топлива на выработку одного киловатт-часа электроэнергии, при этом равен

$$b = \frac{3600}{Q_H^p \cdot \eta_e^{\text{ПТУ}}}. \quad (11.22)$$

Эта величина характеризует конкретную установку, но поскольку паротурбинные установки могут использовать различные виды топлива со значительно отличающимися величинами низшей теплотворной способности Q_H^p , сопоставлять их между собой или с энергетическими установками других типов с помощью нее некорректно. Для этой цели вводится понятие *условного топлива*, под которым понимается топливо с низшей теплотворной способностью $Q_H^p = 29300$ кДж/кг (7000 ккал/кг). Тогда удельный расход условного топлива (кг усл. топлива / кВт·ч эл. энергии) составит

$$b_{\text{усл}} = \frac{0,123}{\eta_e^{\text{ПТУ}}}. \quad (11.23)$$

Этот показатель часто используется для сравнения эффективности различных энергетических установок.

11.3. Влияние параметров водяного пара на эффективность цикла ПТУ

Рассматривая эффективный КПД паротурбинной установки (11.21), можно заметить, что наиболее существенную роль в нем играет внутренний КПД цикла. Учитывая, что работа насоса составляет лишь 1÷2% по отношению к работе турбины, приближенно его можно представить как

$$\eta_i = \eta_{oi}^T \cdot \eta_t,$$

откуда видно, что его значение определяется величиной термического КПД цикла η_t . Из формулы (11.4) ясно, что термический КПД, вычисляемый через значения энтальпии водяного пара в характерных точках цикла, являющиеся сложной функцией температуры и давления, в свою очередь зависят от температуры и давления используемого в цикле водяного пара

$$\eta_t = f(p_1, t_1, p_2).$$

При анализе обратимых циклов весьма полезно использование понятия средней температуры подвода (отвода) теплоты (2.21), с помощью которого термический КПД любого обратимого цикла можно представить в виде (2.22)

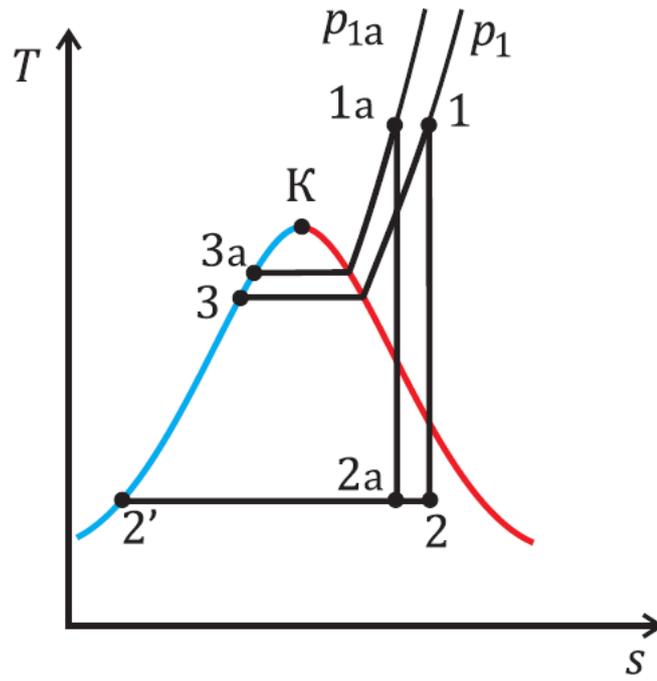
$$\eta_t = 1 - \frac{T_{2cp}}{T_{1cp}}.$$

Применим это выражение для анализа зависимости термического КПД от начального давления водяного пара p_1 при неизменных начальной температуре t_1 и конечном давлении пара p_2 .

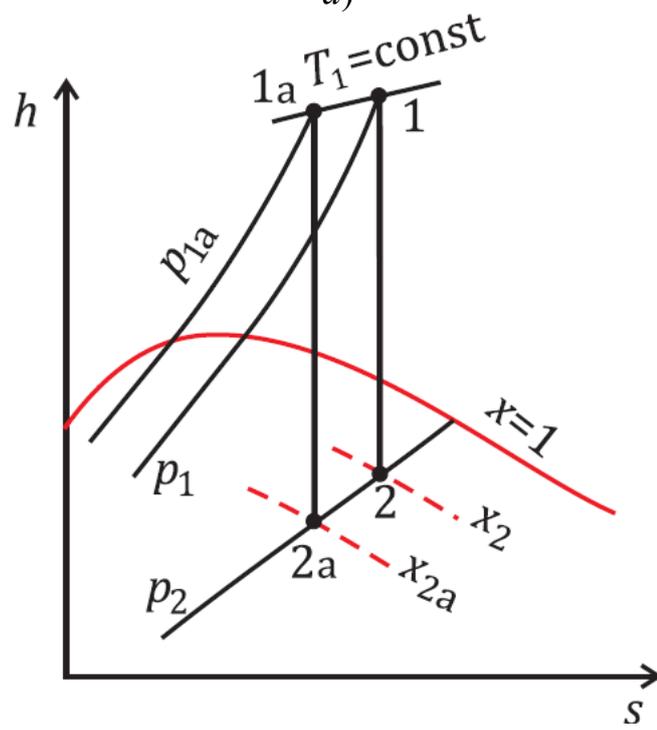
На рис. 11.8, а в T, s -диаграмме представлены исходный цикл 1-2-2'-3-1 и цикл при большем начальном давлении 1а-2а-2'-3а-1а. У этих циклов одинаковы начальная температура пара t_1 и средняя температура отвода теплоты

$$T_{2cp} = T_2.$$

Температура же насыщения, при которой к пару подводится большая часть теплоты, больше в цикле с большим давлением p_{1a} и средняя температура подвода тепла T_{1cp} в этом цикле больше. Отсюда следует, что термический КПД цикла возрастает при росте начального давления.



a)



b)

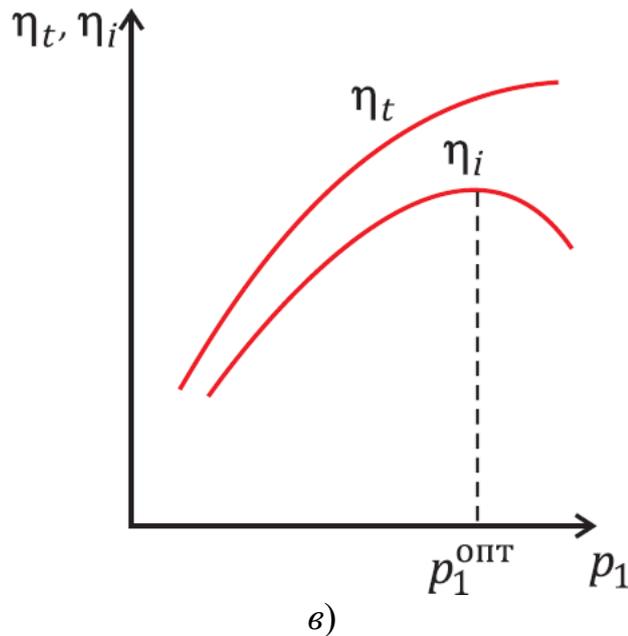


Рис. 11.8. Влияние повышения начального давления p_1 на конфигурацию цикла (а), процесс в турбине (б), термический η_t и внутренний η_i КПД (в) цикла ПТУ

Однако, с ростом давления p_1 все большая часть процесса адиабатного расширения пара будет проходить в области влажного пара (рис. 11.8, б), а внутренний относительный КПД турбины η_{oi}^T уменьшается при увеличении влажности пара (от x_2 до x_{2a} на рис. 11.8, б). Поэтому внутренний КПД цикла η_i при росте давления p_1 вначале возрастает, достигает максимума, а затем уменьшается (рис. 11.8, в). При фиксированных величинах t_1 и p_2 существует оптимальное значение давления p_1 (рис. 11.8, в), выше которого не имеет смысла его увеличивать. Это значение тем меньше, чем ниже температура t_1 , давление в конденсаторе p_2 и η_{oi}^T . Более того, с увеличением влажности пара возрастает опасность эрозии лопаток турбины капельками жидкости, имеющими скорость несколько сотен метров в секунду, что может привести к тяжелой аварии турбины. По этой причине степень сухости пара в конце расширения в турбине x_2 не допускается иметь ниже значения $x_2 = 0,86 \div 0,88$, что соответствует влажности пара не более $y_{пред} = 12 \div 14\%$. Все эти обстоятельства ограничивают возможность повышения КПД цикла ПТУ за счет увеличения начального давления пара. При температуре пара на входе в турбину $t_1 = 550^\circ\text{C}$ начальное давление пара не должно превышать ~ 10 МПа.

Рассмотрим далее *влияние начальной температуры* пара t_1 на КПД цикла ПТУ. Очевидно, что при повышении начальной температуры пара повышается и средняя температура подвода теплоты, а это при неизменных значениях начального давления p_1 и давления в конденсаторе p_2 приводит к повышению термического КПД цикла (рис. 11.9, а). Кроме того, повышение t_1 , в противоположность рассмотренному ранее влиянию начального давления p_1 , смещает процесс расширения пара в турбине в область более высоких значений степени сухости пара (от x_2 до x_{2a} , рис. 11.9, б), что приводит к увеличению внутреннего относительного КПД турбины η_{oi}^T , а следовательно

и внутреннего КПД цикла η_i , и открывает возможность повышения начального давления пара. В настоящее время серийно выпускаются паротурбинные блоки на начальные температуры $\sim 550^\circ\text{C}$. Есть единичные блоки и на более высокие температуры пара.

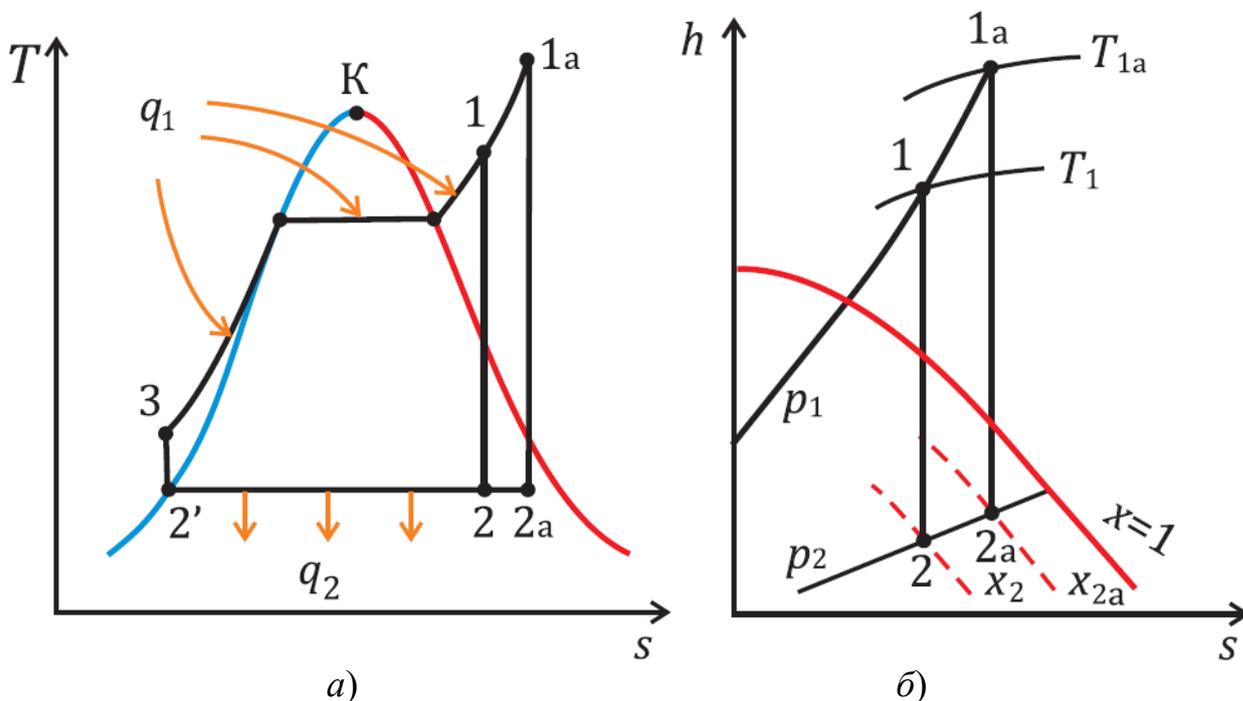


Рис. 11.9. Влияние начальной температуры пара T_1 на конфигурацию цикла (а) и процессы в турбине (б) ПТУ

Совокупность значений давления и температуры начального состояния пара, при адиабатном расширении из которого конечная влажность пара не превышает предельной величины $12\div 14\%$, называют *сопряженными начальными параметрами пара*.

Таким образом, повышение начальной температуры пара является эффективным методом повышения экономичности цикла ПТУ. В реальных установках предел повышения температуры ограничивается температурной стойкостью металлов, применяемых для изготовления высокотемпературных частей агрегатов — пароперегревателя котельной установки, главного паропровода, головной части турбины.

Термический КПД цикла паротурбинной установки существенно зависит от *давления пара в конденсаторе* p_2 , поскольку оно определяет температуру конденсации пара, которая является средней температурой отвода теплоты в цикле

$$T_{2\text{ср}} = T_2.$$

При уменьшении давления p_2 до p_{2a} (рис. 11.10, а) температура конденсации пара, а следовательно, и $T_{2\text{ср}}$, снижаются, поэтому термический и внутренний КПД цикла возрастают. Пример изменения термического КПД цикла в зависимости от давления в конденсаторе приведен на рис. 11.10, б.

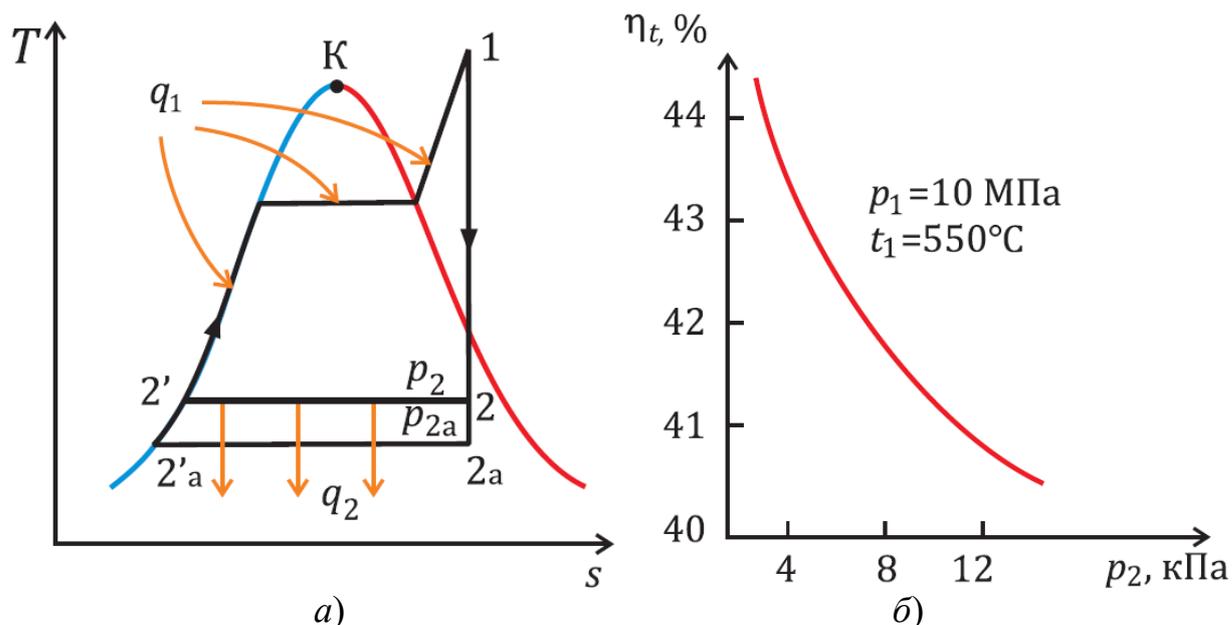


Рис. 11.10. Влияние давления пара в конденсаторе p_2 на конфигурацию (а) и термический КПД (б) цикла ПТУ

Давление пара в конденсаторе p_2 всегда следует снижать до минимальной возможной величины, которая определяется температурой воды, охлаждающей конденсатор, зависящей, в свою очередь, от условий окружающей среды и системы водоснабжения (река, пруд-охладитель, градирни и т.д.). Она зависит также от величины поверхности конденсатора, расхода охлаждающей воды и принятой разности температур конденсирующегося пара и охлаждающей воды. В то же время понижение давления p_2 приводит к сильному увеличению объема пара, необходимость пропуска которого через последние ступени турбины приводит к значительным конструктивным затруднениям. С учетом всех этих обстоятельств давление пара в конденсаторе p_2 принимается в диапазоне 2,5÷5 кПа, что соответствует температурам конденсации пара 21÷33°C.

Рассмотренные здесь зависимости экономичности цикла от начальных и конечных параметров водяного пара определяют общие тенденции для выбора параметров паротурбинных установок. Окончательное решение о выборе тех или иных параметров пара для конкретной установки принимается на основе технико-экономических расчетов с учетом стоимости топлива, капитальных затрат и т.д.

11.4. Энергетический и эксергетический анализ паротурбинной установки

Оценка экономичности цикла ПТУ с помощью эффективного КПД η_e (11.21) показывает, какая доля теплоты, выделившейся при сгорании топлива, преобразуется в работу. Однако она не позволяет судить о том, насколько полно использована эксергия топлива, то есть о степени термодинамического совершенства преобразования энергии в этой установке. В ней не

учитываются потери эксергии химической энергии топлива при его сжигании, потери эксергии, связанные с внешней необратимостью процессов, обусловленной разностью температур при теплообмене между источниками теплоты и рабочим телом.

Внешняя необратимость процесса не приводит к потерям энергии. Одно и то же количество теплоты может быть передано от горячего источника теплоты к рабочему телу при различной разности температур между ними. Поэтому внешняя необратимость не проявляется при энергетическом анализе установки. Однако способность рабочего тела производить работу — эксергия — зависит от его температуры, и внешняя необратимость ведет к потерям эксергии. Следовательно, внешняя необратимость, наряду с внутренней необратимостью процессов, рассмотренной в разделе 11.2, проявится при эксергетическом анализе установки.

Эксергетический анализ позволяет судить о термодинамическом совершенстве всей установки и ее частей. При проведении его применяются рассмотренные в главе 7 понятия потери эксергии (7.7) и эксергетического КПД (7.8) и (7.9). Как выполняется такой анализ лучше всего можно продемонстрировать на примере конкретной установки.

Пример 11.2

Рассчитать энергетические и эксергетические показатели паротурбинной установки, для которой известны следующие данные: давление пара на выходе из пароперегревателя котла $p_{\Pi} = 13$ МПа, температура пара на выходе из пароперегревателя котла $t_{\Pi} = 550^{\circ}\text{C}$, давление пара на входе в турбину $p_1 = 12,5$ МПа, температура пара на входе в турбину $t_1 = 540^{\circ}\text{C}$; давление пара в конденсаторе $p_2 = 4$ кПа, максимальная температура продуктов сгорания топлива $t_5 = 2000^{\circ}\text{C}$; КПД парового котла $\eta_{\text{ПК}} = 0,91$, внутренний относительный КПД турбины $\eta_{oi}^T = 0,88$, внутренний относительный КПД насоса $\eta_{oi}^H = 0,85$, механический КПД $\eta_m = 0,99$, КПД электрического генератора $\eta_{\Gamma} = 0,98$. Параметры окружающей среды: температура $t_0 = 10^{\circ}\text{C}$, давление $p_0 = 0,1$ МПа. Продукты сгорания обладают свойствами воздуха.

Схема установки представлена на рис. 11.11, а, а соответствующий цикл в T, s -диаграмме — на рис. 11.11, б.

Решение

Для проведения расчета вначале определим необходимые значения термодинамических свойств воды и водяного пара в характерных точках цикла с помощью таблиц [3] или калькулятора свойств водяного пара [6]:

$$h_{1\Pi} = 3471,4 \text{ кДж/кг}; s_{1\Pi} = 6,6087 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)};$$

$$h_1 = 3450,4 \text{ кДж/кг}; s_1 = 6,5998 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)};$$

$$h_{2'} = 121,4 \text{ кДж/кг}; s_{2'} = 0,4224 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)};$$

$$h_{2''} = 2553,7 \text{ кДж/кг}; s_{2''} = 8,4735 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)};$$

$$t_2 = 28,96 \text{ }^\circ\text{C}; h_3 = 134,4 \text{ кДж/кг.}$$

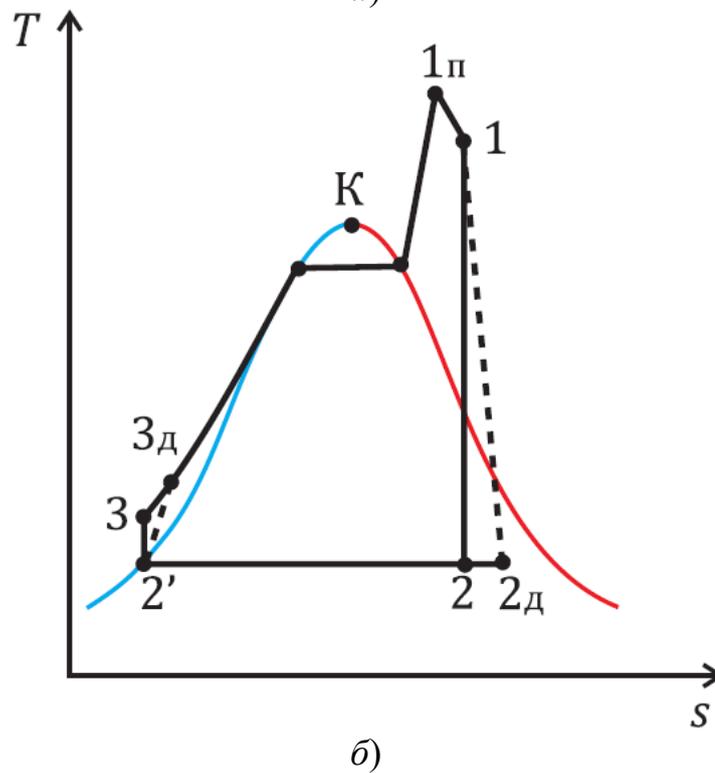
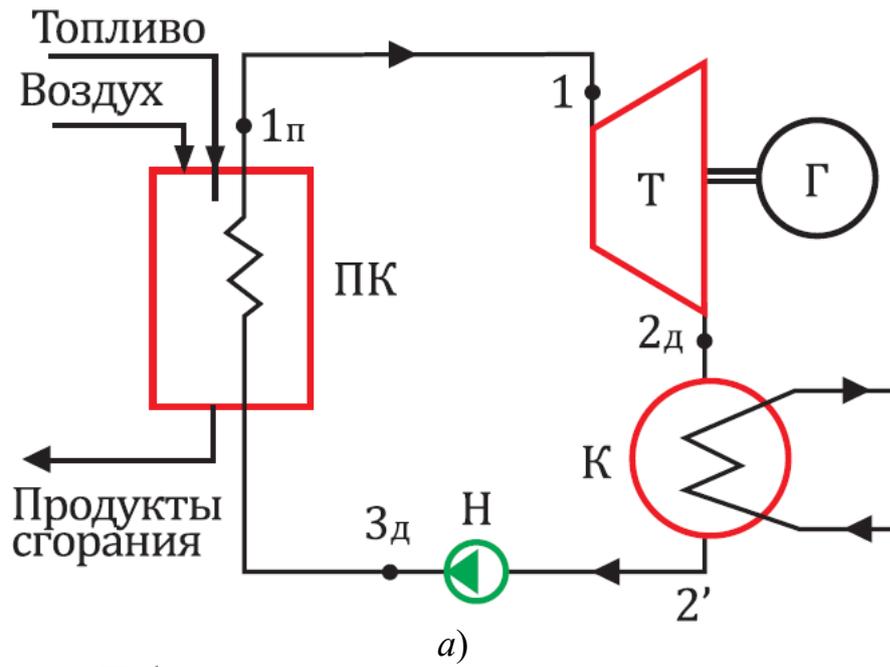


Рис. 11.11. Схема (а) и цикл паротурбинной установки в T, s -диаграмме (б), рассчитываемый в Примере 11.2

Энтальпию пара в конце изэнтропного расширения h_2 определим, найдя из условия $s_2 = s_1$ по соотношению (5.14) степень сухости пара

$$x_2 = \frac{s_2 - s_{2'}}{s_{2''} - s_{2'}} = \frac{6,5997 - 0,4224}{8,4735 - 0,4224} = 0,7673,$$

а затем по аналогичному соотношению (5.13) и энтальпию

$$h_2 = \frac{(1-x) \cdot h_{2'}}{x \cdot h_{2''}} = \frac{(1-0,7673) \cdot 121,4}{0,7673 \cdot 2553,7} = 1987,7 \text{ кДж/кг},$$

(в калькуляторе [6] значение h_2 определяется автоматически при задании p_2 и s_2).

Энтальпию пара в конце необратимого процесса расширения $h_{2д}$ рассчитаем, используя формулу (11.14) для относительного внутреннего КПД турбины

$$\begin{aligned} h_{2д} &= h_1 - \eta_{oi}^T \cdot (h_1 - h_2) = \\ &= 3450,4 - 0,88 \cdot (3455,8 - 1987,7) = 2163,2 \text{ кДж/кг}, \end{aligned}$$

что позволяет определить степень сухости пара в конце действительного процесса расширения

$$x_{2д} = \frac{h_{2д} - h_{2'}}{h_{2''} - h_{2'}} = \frac{2163,2 - 121,4}{2553,7 - 121,4} = 0,8394$$

и его энтропию

$$\begin{aligned} s_{2д} &= (1 - x_{2д}) \cdot s_{2'} + x_{2д} \cdot s_{2''} = \\ &= (1 - 0,8394) \cdot 0,4224 + 0,8394 \cdot 8,4735 = 7,1805 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}. \end{aligned}$$

Энтальпию воды в конце необратимого процесса сжатия ее в насосе $h_{3д}$ вычислим, применив формулу (11.15) для относительного внутреннего КПД насоса

$$h_{3д} = h_{2'} + \frac{h_3 - h_{2'}}{\eta_{oi}^H} = 121,4 + \frac{134,4 - 121,4}{0,85} = 136,7 \text{ кДж/кг}.$$

По этой величине при давлении $p_п$ в таблицах [3] или с помощью калькулятора [6] найдем значение энтропии воды в этом состоянии — $s_{3д} = 0,4300$ кДж/(кг·К).

Зная свойства воды и пара в характерных точках цикла, можно по формуле (11.13) определить его внутренний КПД

$$\eta_i = \frac{(3450,4-2163,2)-(136,7-121,4)}{3450,4-136,7} = 0,384,$$

а рассчитав КПД главного паропровода

$$\eta_{\text{ПП}} = \frac{h_1-h_{3\text{д}}}{h_{1\text{п}}-h_{3\text{д}}} = \frac{3450,4-136,7}{3471,4-136,7} = 0,994,$$

по формуле (11.21) найти *эффективный КПД паротурбинной установки*

$$\eta_e^{\text{ПТУ}} = \eta_{\text{ПК}} \cdot \eta_{\text{ПП}} \cdot \eta_i \cdot \eta_{\text{м}} \cdot \eta_{\text{Г}} = 0,91 \cdot 0,994 \cdot 0,384 \cdot 0,99 \cdot 0,98 = 0,337,$$

Перейдем теперь к *эксергетическому анализу* установки. Для этого, прежде всего, определим свойства наших рабочих тел при параметрах окружающей среды.

Для воды при $p_0 = 0,1$ МПа и $t_0 = 10^\circ\text{C}$ по [3] или [6] найдем:

$$h_0 = 42,1 \text{ кДж/кг}; s_0 = 0,1511 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

Для газообразных продуктов сгорания топлива, принимая, что их свойства совпадают со свойствами воздуха, по [2, 3] или [6] при $t_0 = 10^\circ\text{C}$ получим:

$$h_{0,\text{г}} = 284,5 \text{ кДж/кг}; s_{0,\text{г}} = 6,8307 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

Далее определим эксергию воды и водяного пара в характерных точках цикла. Учитывая, что все процессы в установке происходят в потоке вещества, расчет эксергии проведем по формуле (7.3)

$$e = (h - h_0) - T_0 \cdot (s - s_0),$$

$$e_{1\text{п}} = (3471,4 - 42,1) - 283,15 \cdot (6,6087 - 0,1511) = 1600,8 \text{ кДж/кг},$$

$$e_1 = (3450,4 - 42,1) - 283,15 \cdot (6,5997 - 0,1511) = 1582,4 \text{ кДж/кг},$$

$$e_2 = (1987,7 - 42,1) - 283,15 \cdot (6,5997 - 0,1511) = 119,6 \text{ кДж/кг},$$

$$e_{2\text{д}} = (2163,2 - 42,1) - 283,15 \cdot (7,1805 - 0,1511) = 130,7 \text{ кДж/кг},$$

$$e_{2'} = (121,4 - 42,1) - 283,15 \cdot (0,4224 - 0,1511) = 2,5 \text{ кДж/кг},$$

$$e_3 = (134,4 - 42,1) - 283,15 \cdot (0,4224 - 0,1511) = 15,5 \text{ кДж/кг},$$

$$e_{3\text{д}} = (136,7 - 42,1) - 283,15 \cdot (0,4300 - 0,1511) = 15,6 \text{ кДж/кг},$$

Для осуществления работы паротурбинной установки затрачивается эксергия, равная эксергии химической энергии сжигаемого в паровом котле топлива. Эксергия топлива зависит от его состава и может быть принята равной его низшей теплоте сгорания $Q_{\text{н}}^{\text{P}}$, кДж/(кг топл.). В дальнейшем все

вычисления будем вести в расчете на 1 кг пара. Поэтому при принятом условии затраты эксергии топлива в расчете на 1 кг пара составит

$$e_{\text{топл}} = q_{\text{топл}} = \frac{h_{1\text{п}} - h_{3\text{д}}}{\eta_{\text{ПК}}} = \frac{3471,4 - 136,7}{0,91} = 3664,5 \text{ кДж/кг пара.}$$

Рассмотрим теперь как эта эксергия используется в отдельных агрегатах установки.

Паровой котел. Здесь к каждому кг пара за счет теплообмена с m кг газов подводится теплота равная $(h_{1\text{п}} - h_{3\text{д}})$. Для этого воздух за счет сжигания топлива должен быть нагрет от температуры $t_0 = 10^\circ\text{C}$ до температуры $t_4 = 2000^\circ\text{C}$ (рис. 11.12) с затратой теплоты топлива, равной $q_{\text{топл}}$.

Расход воздуха (продуктов сгорания) в расчете на 1 кг пара составит

$$m = \frac{(h_{1\text{п}} - h_{3\text{д}})}{\eta_{\text{ПК}} \cdot (h_4 - h_{0,\text{г}})} = \frac{(3471,4 - 136,7)}{0,91(2597,2 - 284,5)} = 1,5845 \text{ кг/кг пара.}$$

Эксергия этого количества воздуха равна

$$e_4 = m \cdot [(h_4 - h_{0,\text{г}}) - T_0 \cdot (s_4 - s_{0,\text{г}})] = 1,5845 [(2597,2 - 284,5) - 283,15(9,1476 - 6,8307)] = 2625,7 \text{ кДж/кг.}$$

Таким образом, потеря эксергии при сгорании топлива составит

$$\Delta e_{\text{сг}} = e_{\text{топл}} - e_4 = 3664,5 - 2625,7 = 1038,8 \text{ кДж/кг.}$$

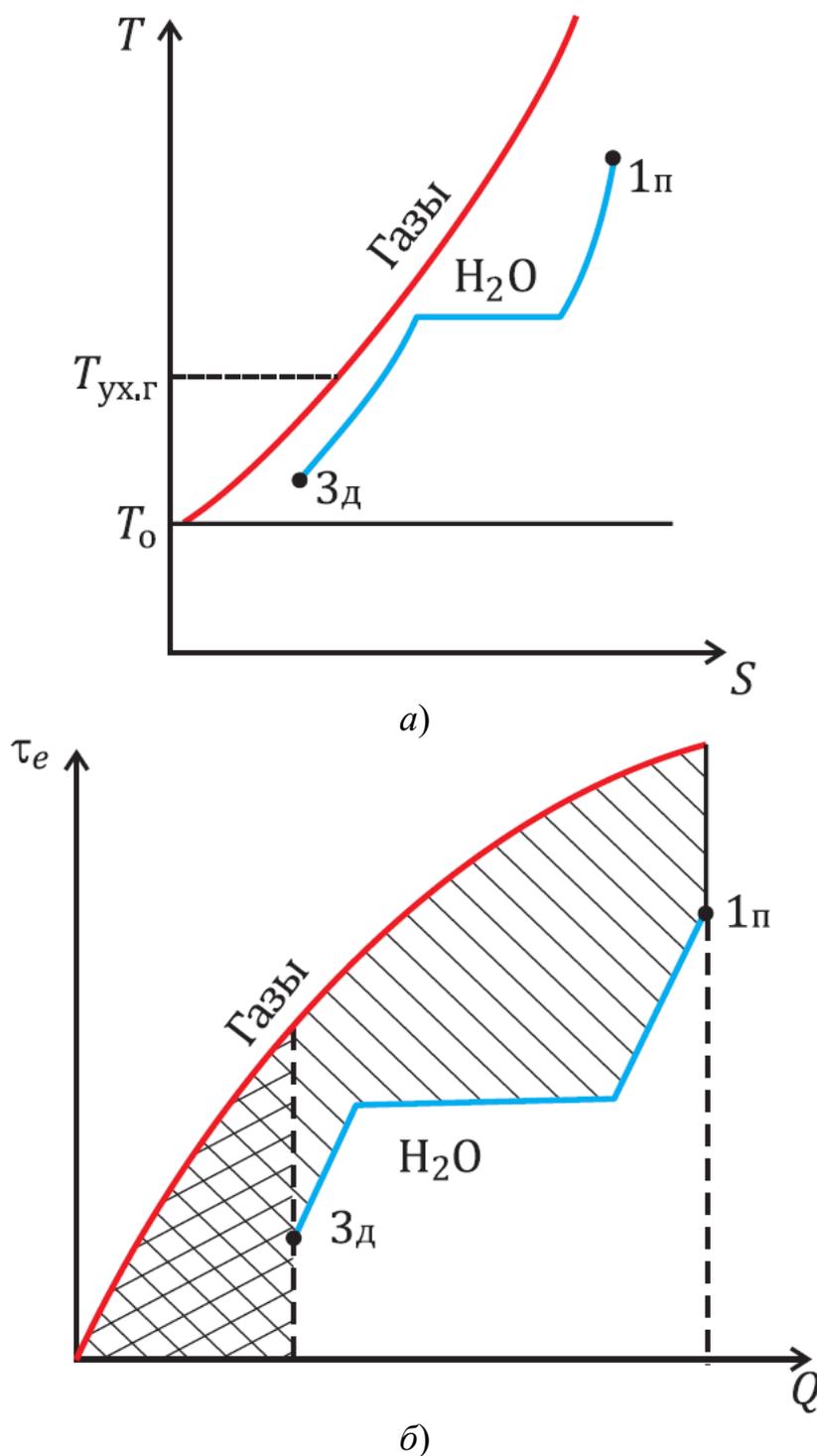


Рис. 11.12. Процессы, совершаемые газами (продуктами сгорания) и рабочим телом (водой и водяным паром) в T, s - (*a*) и в τ_e, q - (*б*) диаграммах

Подвод теплоты к воде и водяному пару осуществляется при изобарном отводе ее от газообразных продуктов сгорания. При этом происходят потери эксергии из-за тепловых потерь в окружающую среду, включая потери с уходящими газами, и вследствие необратимости процесса теплообмена между газами и водяным паром при конечной разности температур (рис. 11.12, *a*).

Эти потери можно представить, воспользовавшись введенным в §7.1 понятием эксергетической температурной функции

$$\tau_e = 1 - \frac{T_0}{T}.$$

В диаграмме τ_e, q (рис. 11.12, б) эксергия теплоты, отданной газами, и эксергия теплоты, подведенной к воде и водяному пару, согласно (7.4) изображаются площадями под соответствующими линиями, представляющими изменение эксергетической температурной функции теплоносителей. Поэтому потеря эксергии вследствие необратимости теплообмена в этой диаграмме изобразится заштрихованной площадью, а потеря эксергии с уходящими газами — дважды заштрихованной площадью. Численно же обе эти потери суммарно можно найти как разность между затраченной эксергией газов e_4 и эксергией, полученной водой и паром ($e_{1п} - e_{3д}$)

$$\Delta e_{\text{теп}} = e_4 - (e_{1п} - e_{3д}) = 2625,7 - (1600,8 - 15,6) = 1041,3 \text{ кДж/кг}.$$

Таким образом, общая потеря эксергии в паровом котле составляет

$$\Delta e_{\text{ПК}} = \Delta e_{\text{сг}} + \Delta e_{\text{теп}} = 1038,8 + 1041,3 \text{ кДж/кг} = 2080,1 \text{ кДж/кг},$$

а эксергетический КПД его равен

$$\eta_{\text{ex}}^{\text{ПК}} = 1 - \frac{\Delta e_{\text{ПК}}}{e_{\text{топл}}} = 1 - \frac{2080,1}{3664,5} = 0,432.$$

Энтальпию продуктов сгорания на выходе из котла $h_{\text{ух.г}}$ можно определить из теплового баланса

$$(h_{1п} - h_{3д}) = m \cdot (h_4 - h_{\text{ух.г}}).$$

Отсюда

$$h_{\text{ух.г}} = h_4 - \frac{h_{1п} - h_{3д}}{m} = 2597,2 - \frac{3471,4 - 136,7}{1,5845} = 492,6 \text{ кДж/кг}$$

и, обратившись к таблицам [2, 3] или калькулятору [6], по $h_{\text{ух.г}}$ можно найти $t_{\text{ух.г}} = 214,8^\circ\text{C}$, $s_{\text{ух.г}}^0 = 7,3816 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{K)}$ и рассчитать эксергию уходящих газов

$$\begin{aligned} e_{\text{ух.г}} &= m \cdot [(h_{\text{ух.г}} - h_{0,г}) - T_0 \cdot (s_{\text{ух.г}}^0 - s_{0,г})] = \\ &= 1,5845[(492,6 - 284,5) - 283,15(7,3816 - 6,8307)] = 82,6 \text{ кДж/кг пара}. \end{aligned}$$

Главный паропровод. Процесс течения перегретого пара от выхода из котельной установки до входа в турбину сопровождается трением о стенки паропровода и тепловыми потерями в окружающую среду, что делает его необратимым и приводит к потере эксергии. Величину ее можно вычислить как разность эксергии пара на входе и выходе паропровода

$$\Delta e_{\text{ПП}} = e_{1п} - e_1 = 1600,8 - 1582,4 = 18,4 \text{ кДж/кг},$$

а затем рассчитать эксергетический КПД паропровода

$$\eta_{ex}^{III} = 1 - \frac{\Delta e_{III}}{e_{1II}} = 1 - \frac{18,4}{1600,8} = 0,989.$$

Турбогенератор. Потерю эксергии при необратимом вследствие трения адиабатном течении пара в проточной части турбины вычислим по формуле Гюи-Стодолы (7.7)

$$\begin{aligned} \Delta e_T &= T_0 \cdot (s_{2д} - s_2) = 283,15 \cdot (7,1805 - 6,5997) = \\ &= 164,5 \text{ кДж/кг.} \end{aligned}$$

Отметим, что эта величина меньше потери работы, равной

$$\Delta l_T = h_{2д} - h_2 = 2163,2 - 1987,7 = 175,5 \text{ кДж/кг.}$$

Объясняется это тем, что в конечном состоянии пар имеет температуру $t_2 = 28,96^\circ\text{C}$ выше температуры окружающей среды. Следовательно, он обладает эксергией и может совершить еще некоторую работу. Если же температура пара в конце расширения будет такой же, как и температура окружающей среды, то потеря эксергии будет равной потере работы, что и было показано в §7.2.

По этой же причине эксергетический КПД турбины

$$\eta_{ex}^T = 1 - \frac{\Delta e_T}{e_1 - e_{2д}} = 1 - \frac{164,5}{1582,4 - 130,7} = 0,887,$$

в нашем случае несколько выше относительного внутреннего КПД, равного 0,88.

Дополнительные потери эксергии в турбогенераторе вызваны тем, что часть выработанной турбиной работы затрачивается на трение в подшипниках турбины и на трение и электрические потери в электрическом генераторе. Эти затраты в виде тепла передаются элементам конструкции турбогенератора и полностью рассеиваются в окружающую среду. Потери работы (эксергии) составят

$$\begin{aligned} \Delta l_{TG} &= l_T^D \cdot [(1 - \eta_m) + \eta_m \cdot (1 - \eta_G)] = \\ &= (3450,4 - 2163,2)[(1 - 0,99) + 0,99(1 - 0,98)] = 38,4 \text{ кДж/кг,} \end{aligned}$$

а работа на клеммах электрического генератора будет равна

$$\begin{aligned} l_G &= (h_1 - h_{2д}) \cdot \eta_m \cdot \eta_G = \\ &= (3450,4 - 2163,2) \cdot 0,99 \cdot 0,98 = 1248,8 \text{ кДж/кг,} \end{aligned}$$

и эксергетический КПД турбогенератора можно определить как

$$\eta_{ex}^{TG} = \frac{e_{получ}}{e_{затр}} = \frac{l_G}{e_1 - e_{2д}} = \frac{1248,8}{1582,4 - 130,7} = 0,860.$$

Конденсатор. Теплота, отводимая в цикле нижнему тепловому источнику (охлаждающей воде, циркулирующей в конденсаторе), равна

$$q_2 = h_{2д} - h_{2'} = 2163,2 - 121,4 = 2041,8 \text{ кДж/кг,}$$

но, поскольку этот процесс происходит при температуре $t_2 = 28,96^\circ\text{C}$, близкой к температуре окружающей среды, потеря эксергии рабочего тела при этом невелика

$$\Delta e_K = e_{2d} - e_{2'} = 130,7 - 2,5 = 128,2 \text{ кДж/кг.}$$

Насос. На сжатие воды затрачивается работа

$$l_H^d = h_{3d} - h_{2'} = 136,7 - 121,4 = 15,3 \text{ кДж/кг,}$$

в результате чего ее эксергия увеличивается на величину

$$e_{\text{получ}}^H = e_{3d} - e_{2'} = 15,6 - 2,5 = 13,1 \text{ кДж/кг.}$$

Потерю эксергии в этом процессе вычислим по формуле Гюи-Стодолы (7.7)

$$\Delta e_H = T_0(s_{3d} - s_{2'}) = 283,15(0,4300 - 0,4224) = 2,2 \text{ кДж/кг,}$$

а эксергетический КПД насоса — по формуле (6.5)

$$\eta_{ex}^H = \frac{e_{\text{получ}}^H}{l_H^d} = \frac{13,1}{15,3} = 0,856.$$

Рассчитав эксергетические характеристики отдельных узлов, определим эксергетический КПД собственно цикла ПТУ

$$\eta_{ex}^{\text{цикл}} = \frac{l_{\text{ц}}^d}{e_4 - e_{\text{ух.г}}} = \frac{l_T^d - l_H^d}{e_4 - e_{\text{ух.г}}} = \frac{1287,2 - 15,3}{2625,7 - 82,6} = 0,500.$$

Напомним, что эксергетический КПД любого обратимого цикла равен единице (7.9) и полученная величина характеризует степень термодинамического совершенства цикла.

Таким образом мы определили все потери эксергии, которые существуют в процессах преобразования химической энергии топлива в электроэнергию с помощью паротурбинной установки. Суммарно они приводят к тому, что получаемая в такой установке работа составляет лишь сравнительно небольшую часть эксергии сжигаемого топлива, которая характеризуется *эксергетическим КПД паротурбинной установки*, равным в нашем примере

$$\eta_{ex}^{\text{ПТУ}} = \frac{l_{\text{ПТУ}}^d}{e_{\text{топл}}} = \frac{l_T - l_H^d}{e_{\text{топл}}} = \frac{1248,8 - 15,3}{3664,5} = 0,337.$$

Численно он совпадает с эффективным КПД $\eta_e^{\text{ПТУ}}$, рассчитанным ранее при рассмотрении потерь энергии в установке без применения понятия эксергии. Однако результаты эксергетического анализа дают возможность по-иному оценить влияние процессов в отдельных элементах установки на ее общую эффективность.

При энергетическом анализе привлекает на себя внимание тот факт, что значительная часть подводимой к пару теплоты отводится в конденсаторе в окружающую среду. В нашем примере количество отводимой теплоты равно

$q_2 = 2041,8$ кДж/кг. Потеря же эксергии при этом мала $\Delta e_k = 128,2$ кДж/кг. Если бы конденсация происходила не при температуре $t_2 = 28,96^\circ\text{C}$, а при температуре окружающей среды $t_0 = 10^\circ\text{C}$, то потеря эксергии вообще была бы равна нулю, но величина q_2 все так же была бы значительна. Объясняется это тем, что отвод теплоты охлаждающей конденсатор воде нельзя рассматривать как потерю. Это есть результат выполнения безусловного требования отвода теплоты нижнему тепловому источнику, налагаемого вторым законом термодинамики, без чего невозможно осуществления цикла. Потерей является лишь то, что вызвано отступлением от идеализированных условий, то есть наличием разности температур при отводе теплоты, что и характеризуется потерей эксергии. Оценить долю этой потери можно, используя формулу (7.4)

$$\Delta e_k = q_2 \cdot \left(1 - \frac{T_0}{T_2}\right),$$

откуда

$$\frac{\Delta e_k}{q_2} = \frac{T_2 - T_0}{T_2} = \frac{\Delta T}{T_2}.$$

Поскольку разность температур в конденсаторе обычно принимается $10 \div 20$ К, то потеря эксергии в конденсаторе обычно составляет несколько процентов от величины q_2 (рис. 11.13).

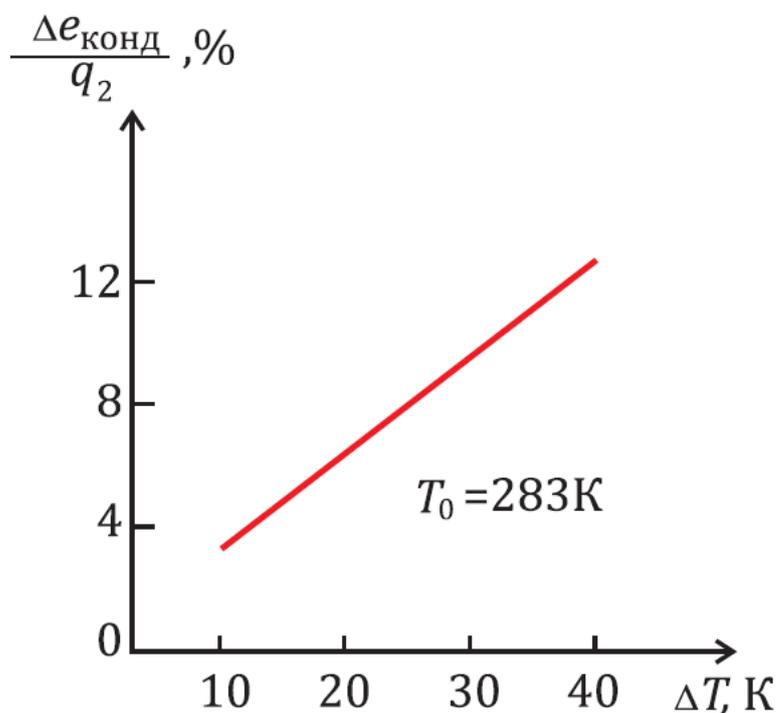


Рис. 11.13. Потеря эксергии в конденсаторе (в %) от величины теплоты q_2

При сопоставлении результатов энергетического и эксергетического анализа также обращает на себя внимание существенное различие в оценке потерь в паровом котле. При энергетическом КПД котла, равном $\eta_{\text{ПК}} = 0,91$, его эксергетический КПД составляет лишь $\eta_{\text{ex}}^{\text{ПК}} = 0,432$. Связано это с тем, что

при энергетическом анализе котел рассматривается фактически как теплообменник, в котором есть потери с уходящими газами и потери за счет теплообмена с окружающей средой. Как организованы процессы использования химической энергии топлива и передачи теплоты воде и пару при этом не учитывается. При эксергетическом же анализе выявляется роль процесса сжигания топлива. В нашем примере при сжигании топлива теряется

$$\frac{\Delta e_{\text{сг}}}{e_{\text{топл}}} = \frac{100 \cdot 1038,8}{3664,5} = 28,3\%,$$

эксергии химической энергии топлива. Это свидетельствует о том, что сжигание топлива является не лучшим способом использования его химической энергии. Лучшие показатели могут быть получены, например, при использовании топлив в электрохимических преобразователях (топливных элементах). Так, например, при осуществлении реакции метан + кислород в таком устройстве вся химическая энергия может быть преобразована в работу (т.е. в эксергию).

Второй составляющей потерь эксергии в паровом котле являются потери с уходящими продуктами сгорания, уменьшить которые можно только снизив температуру, при которой они покидают паровой котел, и за счет тепловых потерь в окружающую среду. Она определяется теми же факторами, что и учитываемые при энергетическом анализе. Величина этих потерь зависит от конструкции и качества изготовления котла.

Следующая составляющая потерь эксергии обусловлена необратимостью процесса передачи теплоты от газов к воде и пару при значительной разности температур. Именно она характеризует котел, как элемент термодинамического цикла паротурбинной установки. Средняя температура рабочего тела цикла в процессе подвода теплоты здесь значительно ниже средней температуры верхнего теплового источника — горячих газообразных продуктов сгорания. Так в нашем примере средняя температура воды и водяного пара равна

$$T_{1\text{ср}} = 539,7 \text{ К} = 266,55^\circ\text{С}.$$

Отсюда можно сделать вывод о том, что, поскольку возможности повышения термического КПД цикла за счет понижения температуры отвода теплоты практически исчерпаны, для повышения эффективности цикла ПТУ следует искать пути увеличения средней температуры рабочего тела в процессе получения теплоты от верхнего теплового источника. Этого можно достигнуть, увеличивая начальные параметры водяного пара, что рассмотрено в §11.3, или изменяя конфигурацию цикла. Методы, которыми можно это осуществить, рассмотрены в следующих разделах.

11.5. Цикл паротурбинной установки с промежуточным перегревом пара

В §11.3 было показано, что возможность повышения термического КПД цикла Ренкина за счет увеличения начального давления пара ограничивается

требованием не превышать предельного значения влажности пара в конце расширения в турбине по условию безопасности ее работы. Этого можно избежать, изменив конфигурацию цикла введением перегрева пара при некотором промежуточном давлении.

Схема ПТУ с промежуточным перегревом пара показана на рис. 11.14, а соответствующий обратимый цикл в T, s -диаграмме на рис. 11.15.

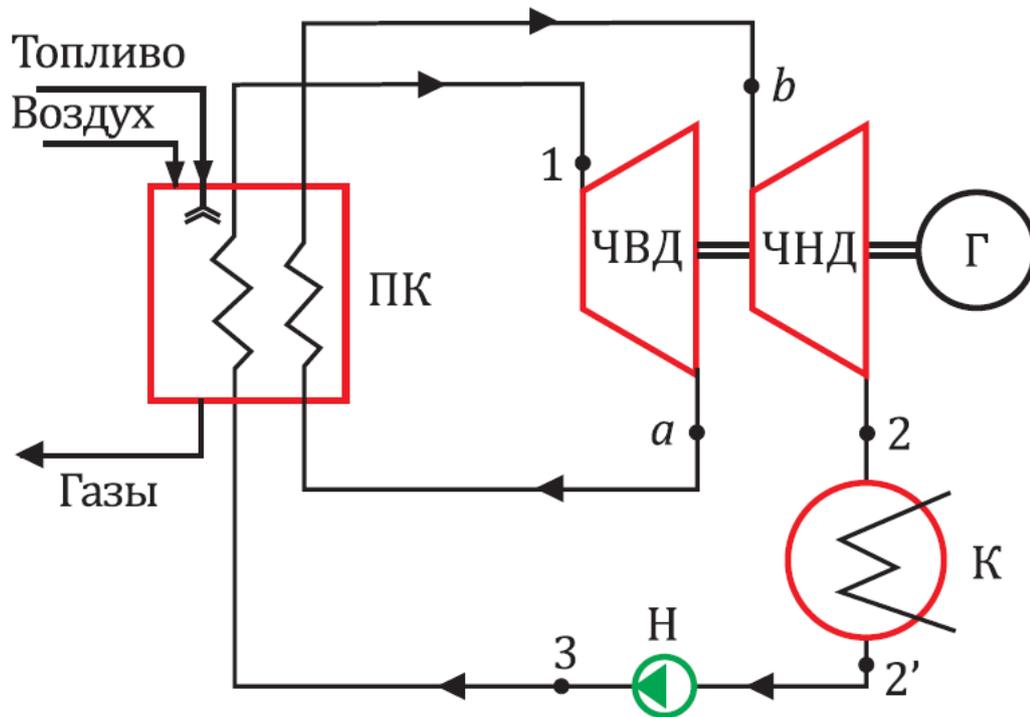


Рис. 11.14. Принципиальная схема ПТУ с промежуточным перегревом пара

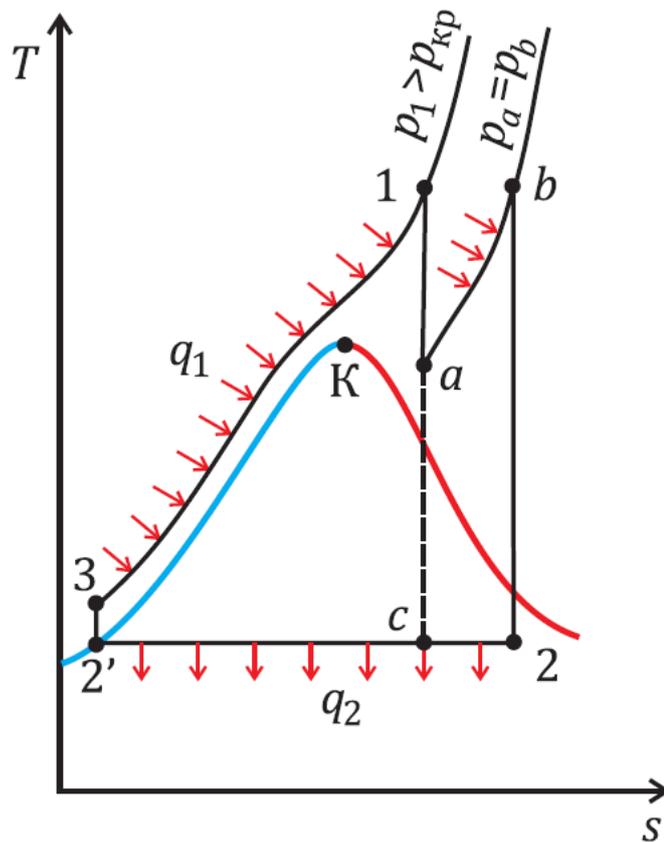


Рис. 11.15. Обратимый цикл ПТУ с промежуточным перегревом пара

В этой установке пар в состоянии 1 вначале расширяется обратимо и адиабатно в части высокого давления турбины (ЧВД) до некоторого промежуточного давления p_a после чего возвращается в паровой котел (ПК), где при постоянном давлении

$$p_a = p_b$$

вторично перегревается до температуры T_b , равной или несколько меньшей, чем начальная температура T_1 . После этого пар обратимо адиабатно расширяется в части низкого давления (ЧНД) турбины до давления p_2 в конденсаторе К, затем полностью конденсируется (состояние 2') и образовавшаяся вода, сжатая обратимо и адиабатно в насосе Н до начального давления p_1 , подается в паровой котел. Здесь при изобарном подводе теплоты (в данном случае при давлении, большем, чем критическое давление $p_{кр}$) образуется перегретый пар (состояние 1) начальных параметров p_1 и T_1 и далее цикл повторяется.

На T, s -диаграмме (рис. 11.15) можно видеть, что влажность пара в последних ступенях турбины (состояние 2) намного меньше, чем была бы при отсутствии промежуточного перегрева пара (состояние c), и процесс перемещается в более безопасную область состояний пара. Это также способствует увеличению внутреннего относительного КПД турбины. Влажность пара в конце расширения в турбине зависит теперь от его состояния после промежуточного перегрева (состояние b), а не от начальных параметров p_1 и T_1 , что позволяет выбирать их оптимальные значения, не оглядываясь на конечную влажность пара. В частности, это позволяет

использовать высокие начальные давления пара, включая сверхкритические. Именно такой цикл показан на рис. 11.15.

Термический КПД цикла с промежуточным перегревом пара может быть записан как

$$\eta_t = \frac{l_{\text{чВД}} + l_{\text{чНД}} - l_{\text{Н}}}{q_1} = \frac{(h_1 - h_a) + (h_b - h_2) - (h_3 - h_{2'})}{(h_1 - h_3) + (h_b - h_a)}. \quad (11.24)$$

В зависимости от выбора давления p_a , при котором производится промежуточный перегрев пара, он может быть большим или меньшим, чем КПД цикла без промежуточного перегрева. Рассмотрим цикл с промежуточным перегревом пара, начальное давление которого меньше критического ($p_1 < p_{\text{кр}}$) и который можно представить как совокупность двух циклов — исходного цикла 1-с-2'-3-1 и дополнительного a -b-2-с-а (рис. 11.16, а). Поскольку оба цикла имеют одинаковую температуру отвода теплоты $T_{2\text{ср}}$, то суммарный цикл будет иметь термический КПД выше, чем у исходного, при условии, что средняя температура подвода теплоты в дополнительном цикле $T_{1\text{ср}}^{\text{доп}}$ выше, чем в исходном $T_{1\text{ср}}^{\text{исх}}$, т.е. при $T_{1\text{ср}}^{\text{доп}} > T_{1\text{ср}}^{\text{исх}}$. В свою очередь средняя температура подвода теплоты в дополнительном цикле $T_{1\text{ср}}^{\text{доп}}$ зависит от температуры начала вторичного перегрева T_a , определяемой давлением, при котором этот перегрев происходит. При уменьшении давления p_a и, соответственно, температуры T_a (от точки a' до точки a'' на рис. 11.16, а) уменьшается средняя температура подвода теплоты в дополнительном цикле $T_{1\text{ср}}^{\text{доп}}$, но увеличивается работа, получаемая в этом цикле, и ее вклад в суммарную работу сложного цикла. Из-за противоположного влияния этих двух факторов существует оптимальное значение температуры начала промежуточного перегрева пара $T_{a'}$ (а следовательно, и давления p_a), при которой обеспечивается максимальный прирост термического КПД цикла $\Delta\eta_t$ за счет промежуточного перегрева (рис. 11.16, б).

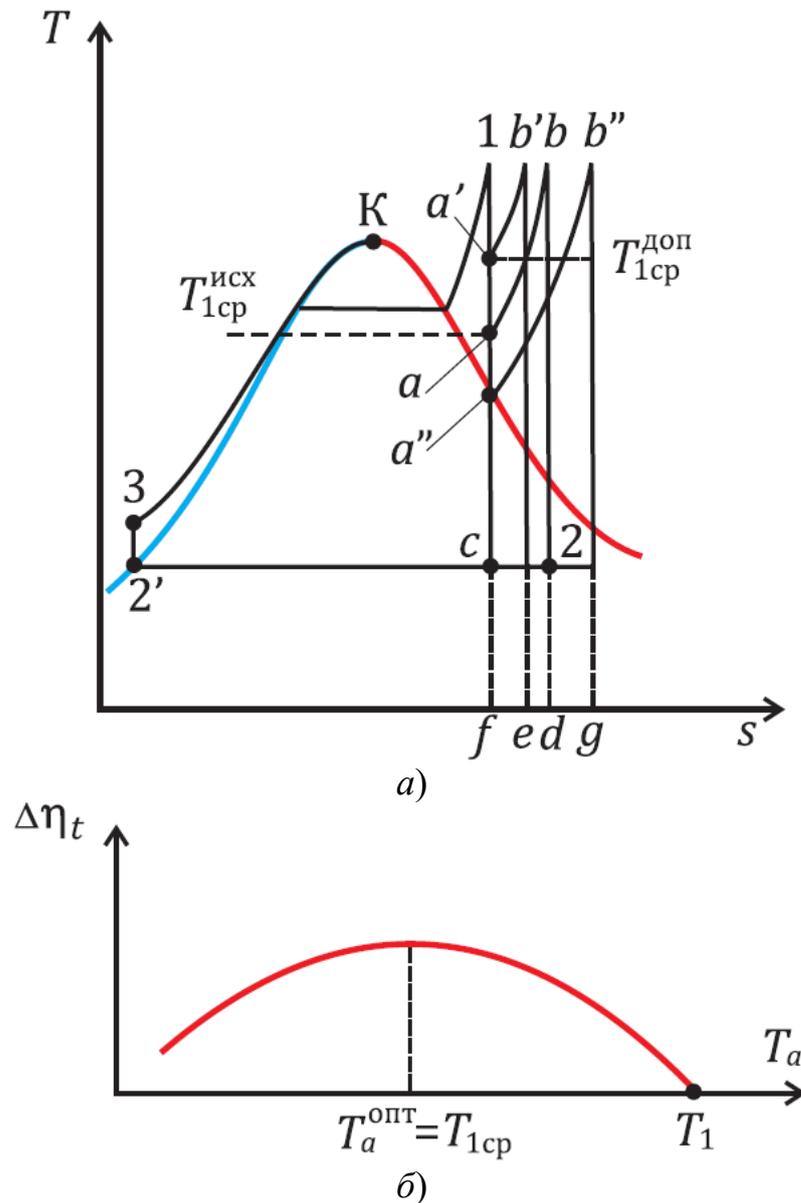


Рис. 11.16. Изменение средней температуры подвода теплоты $T_{1ср}$ (a) и прироста термического КПД $\Delta\eta_t$ (б) цикла ПТУ

Оптимальную температуру T_a можно найти, записав выражение для термического КПД сложного цикла и считая

$$c_p = \text{const},$$

получим

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{T_2 \cdot [(s_1 - s_2') + c_p \cdot \ln \frac{T_b}{T_a}]}{(h_1 - h_3) + c_p \cdot (T_b - T_a)},$$

а применив условие

$$\left(\frac{\partial \eta_t}{\partial T_a} \right)_{T_b} = 0,$$

получим

$$T_a^{\text{опт}} \cong \frac{T_2}{1-\eta_t} \text{ или } T_a^{\text{опт}} \cong T_{1\text{ср}}.$$

Смысл этого соотношения понятен: если начать вторичный перегрев пара при средней для всего суммарного цикла температуре подвода теплоты $T_{1\text{ср}}$, то в дополнительном цикле вся теплота будет подводиться при температурах бóльших, чем средняя, и это обеспечит максимальный прирост термического КПД. Нахождение значения $T_a^{\text{опт}}$ приходится производить численно (например, методом последовательных приближений), так как в начале расчета величины $T_{1\text{ср}}$ и η_t неизвестны, используя для этого строгое соотношение (11.24) для расчета термического КПД. Расчеты показывают, что оптимальная температура $T_{1\text{ср}}$ цикла ПТУ с промежуточным перегревом на несколько градусов выше средней температуры подвода теплоты исходного цикла $T_{1\text{ср}}^{\text{опт}} \approx T_{1\text{ср}}^{\text{исх}} + (2 \div 3)\text{К}$, а давление промежуточного перегрева составляет $(0,25 \div 0,4)p_1$; эти величины можно принимать как начальные приближения.

Пример 11.3

В цикле ПТУ с промежуточным перегревом пара на вход паровой турбины поступает пар с параметрами $p_1 = 14$ МПа и $t_1 = 510^\circ\text{C}$. После расширения пара в части высокого давления турбины (ЧВД) до температуры 330°C пар направляется в промежуточный перегреватель, где его температура повышается до 490°C . Далее пар расширяется в части низкого давления турбины (ЧНД) до давления в конденсаторе $p_2 = 4,4$ кПа. Определить: 1) термический КПД цикла с промперегревом, 2) насколько уменьшится влажность пара на выходе из турбины и насколько увеличится термический КПД цикла в результате введения промежуточного перегрева, 3) каковы средние интегральные температуры подвода теплоты в циклах с промежуточным перегревом и без него, 4) на сколько изменится удельная работа ПТУ при введении промперегрева.

Решение

Используем принципиальную схему ПТУ с промперегревом и цикл в T, s -диаграмме, приведенные соответственно на рис. 11.14 и рис. 11.16, а. Для нахождения свойств используем таблицы [3]:

т. 1: по p_1 и t_1 находим

$$h_1 = 3352,1 \text{ кДж/кг и } s_1 = 6,4292 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)};$$

т. а: параметры пара на выходе из ЧВД турбины определяем по $t_a = 330^\circ\text{C}$ и $s_a = s_1$:

$$p_a = 4,5 \text{ МПа, } h_a = 3028,8 \text{ кДж/кг};$$

т. б: Параметры на входе в ЧНД турбины определяем по $p_b = p_a$ и $t_b = 490^\circ\text{C}$:

$$s_b = 7,0019 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}, h_b = 3417,1 \text{ кДж/кг};$$

т. 2: по p_2 находим $s'_2 = 0,4453$ кДж/(кг · К), $s''_2 = 8,4395$ кДж/(кг · К), $h'_2 = 128,33$ кДж/кг, $r = 2428,4$ кДж/кг. Т.к. $s'_2 < s_2 < s''_2$, то точка 2 находится в области влажного пара со степенью сухости

$$x_2 = \frac{s_2 - s'_2}{s''_2 - s'_2} = \frac{7,0019 - 0,4453}{8,4395 - 0,4453} = 0,820,$$

Тогда

$$h_2 = h'_2 + x_2 \cdot r = 128,33 + 0,820 \cdot 2428,4 = 2119,62 \text{ кДж/кг};$$

т. 2' определена выше

$$s'_2 = 0,4453 \text{ кДж/(кг · К)} \text{ и } h'_2 = 128,33 \text{ кДж/кг};$$

т. 3: повышение давления воды в питательном насосе до давления $p_3 = p_1$ происходит в адиабатном процессе ($s_3 = s_{2'}$): $h_3 = 142,55$ кДж/кг.

Термический КПД цикла с промежуточным перегревом определяется по формуле (11.24):

$$\eta_t = \frac{(h_1 - h_a) + (h_b - h_2) - (h_3 - h_{2'})}{(h_1 - h_3) + (h_b - h_a)},$$

$$\eta_t = \frac{(3352,1 - 3028,8) + (3417,1 - 2119,62) - (142,55 - 128,33)}{(3352,1 - 142,55) + (3417,1 - 3028,8)} = 0,4465.$$

В случае отсутствия в этой схеме промперегрева (рис. 11.2) термический КПД рассчитывается по формуле (11.4):

$$\eta_t = \frac{(h_1 - h_c) - (h_3 - h_{2'})}{(h_1 - h_3)}.$$

В случае отсутствия промперегрева пара адиабатный процесс закончится в точке c (рис. 11.16, а). В этом случае

$$s_c = s_1; x_c = \frac{s_c - s'_2}{s''_2 - s'_2} = \frac{6,4292 - 0,4453}{8,4395 - 0,4453} = 0,749^2,$$

а

$$h_c = h'_2 + x_c \cdot r = 128,33 + 0,749 \cdot 2428,4 = 1947,2 \text{ кДж/кг}.$$

В итоге в схеме без промперегрева

$$\eta_t^{6/пп} = \frac{(3352,1 - 1947,2) - (142,55 - 128,33)}{(3352,1 - 142,55)} = 0,4333.$$

² Следует отметить, что полученная влажность пара

$$y = 1 - x_c = 0,251 = 25,1\% (x_c = 0,749),$$

является недопустимо высокой для паровых турбин.

В случае применения промперегрева степень сухости пара в конце процесса расширения в турбине по сравнению с циклом без промперегрева вырастет на:

$$x_2 - x_c = 0,071; \frac{x_2 - x_c}{x_2} = \frac{0,820 - 0,749}{0,820} \cdot 100\% = 8,66\%.$$

Термический КПД в результате введения промперегрева увеличится:

$$\eta_t - \eta_t^{6/пп} = 0,4465 - 0,4333 = 0,013,$$

$$\frac{\eta_t - \eta_t^{6/пп}}{\eta_t} = \frac{0,4465 - 0,4333}{0,4465} \cdot 100\% = 5,2\%.$$

Среднеинтегральные температуры подвода теплоты в цикле с промперегревом

$$T_{1cp} = \frac{q_1}{\Delta s} = \frac{(h_1 - h_3) + (h_b - h_a)}{(s_1 - s_3) + (s_b - s_a)} =$$

$$= \frac{(3352,1 - 142,55) + (3417,1 - 3028,8)}{(6,4292 - 0,4453) + (7,0019 - 6,4292)} =$$

$$= 548,43 \text{ К};$$

– без промперегрева

$$T_{1cp}^{6/пп} = \frac{q_1}{\Delta s} = \frac{(h_1 - h_3)}{(s_1 - s_3)} = \frac{(3352,1 - 142,55)}{(6,4292 - 0,4453)} = 536,36 \text{ К}.$$

Изменение удельной работы ПТУ при введении промперегрева

$$l_{ц} - l_{ц}^{6/пп} = 1606,55 - 1390,68 = 215,87 \text{ кДж/кг},$$

$$\frac{l_{ц} - l_{ц}^{6/пп}}{l_{ц}} = \frac{1606,55 - 1390,68}{1606,55} \cdot 100\% = 13,44\%.$$

Ответ: $\eta_t = 44,65\%$; $x_2 - x_2^{1пп} = 0,071 \frac{\eta_t - \eta_t^{6/пп}}{\eta_t} = 5,2\%$;

$$T_{1cp} = 548,43 \text{ К}, T_{1cp}^{6/пп} = 536,36 \text{ К}; \frac{l_{ц} - l_{ц}^{6/пп}}{l_{ц}} = 13,44\%.$$

На рис. 11.17, а представлен действительный необратимый цикл паротурбинной установки 1-а-д-б-2д-2'-3д-1 с промежуточным перегревом пара. Внутренняя необратимость его обусловлена наличием трения в процессах расширения пара в ЧВД и ЧНД турбины и при сжатии воды в насосе.

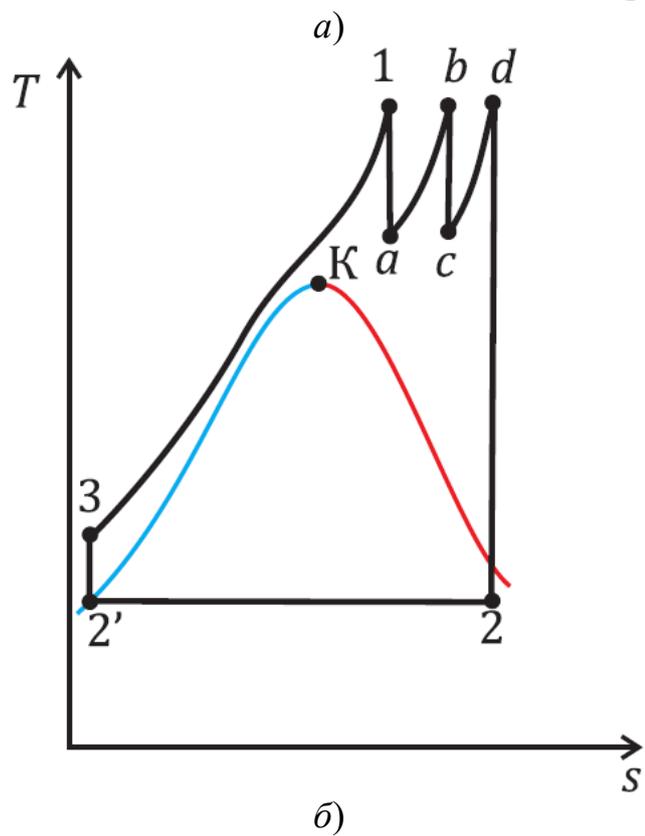
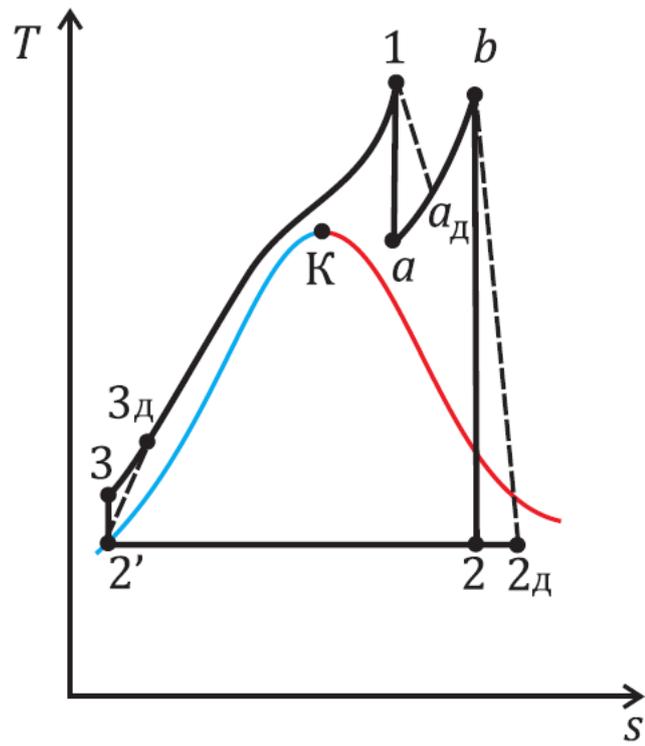


Рис. 11.17. Действительный цикл ПТУ с одним промежуточным перегревом (а) и обратимый цикл с двумя (б) промежуточными перегревами пара

Внутренний КПД такого цикла равен

$$\eta_i = \frac{l_{\text{ц}}^{\text{д}}}{q_1^{\text{д}}} = \frac{(h_1 - h_a) \cdot \eta_{oi}^{\text{чВД}} + (h_b - h_2) \cdot \eta_{oi}^{\text{чНД}} - \frac{h_3 - h_2'}{\eta_{oi}^{\text{н}}}}{(h_1 - h_{3\text{д}}) + (h_b - h_{\text{ад}})}, \quad (11.25)$$

В этой формуле внутренние относительные КПД частей высокого и низкого давления турбины определяются как

$$\eta_{oi}^{\text{чВД}} = \frac{l_{\text{чВД}}^{\text{д}}}{l_{\text{чВД}}} = \frac{h_1 - h_{\text{ад}}}{h_1 - h_a}, \quad (11.26)$$

$$\eta_{oi}^{\text{чНД}} = \frac{l_{\text{чНД}}^{\text{д}}}{l_{\text{чНД}}} = \frac{h_b - h_{2\text{д}}}{h_b - h_2}, \quad (11.27)$$

а относительный внутренний КПД насоса $\eta_{oi}^{\text{н}}$ как и прежде — формулой (11.15).

Применение промежуточного перегрева пара позволяет повысить экономичность паротурбинной установки на 4÷5%. Возможно использование и двух промежуточных перегревов пара. Обратимый цикл такой ПТУ изображен на рис. 11.17, б. Однако еще один промежуточный перегрев пара дает дополнительную возможность повысить экономичность установки всего на 1÷1,5% при существенном ее усложнении. Поэтому применяется он достаточно редко на установках суперсверхкритических начальных параметров пара.

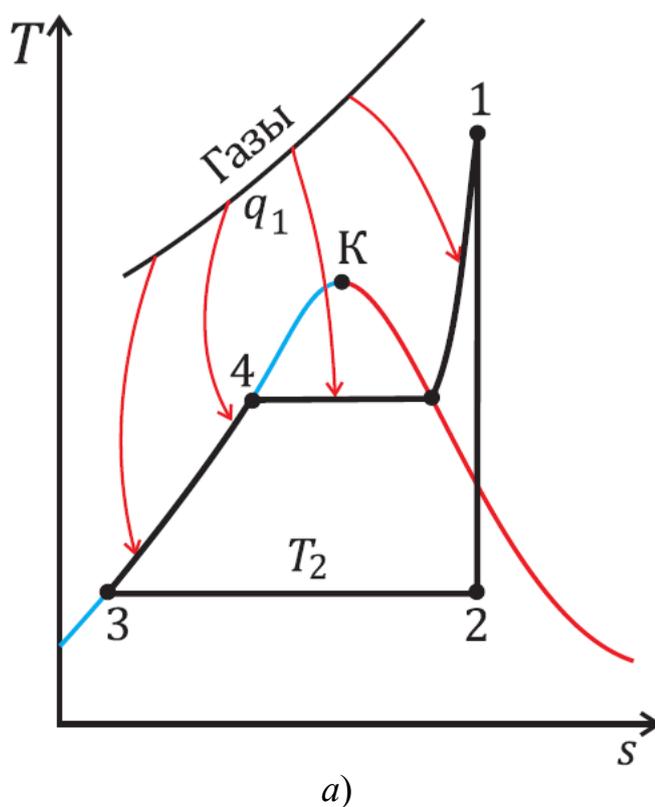
11.6. Регенеративный цикл паротурбинной установки

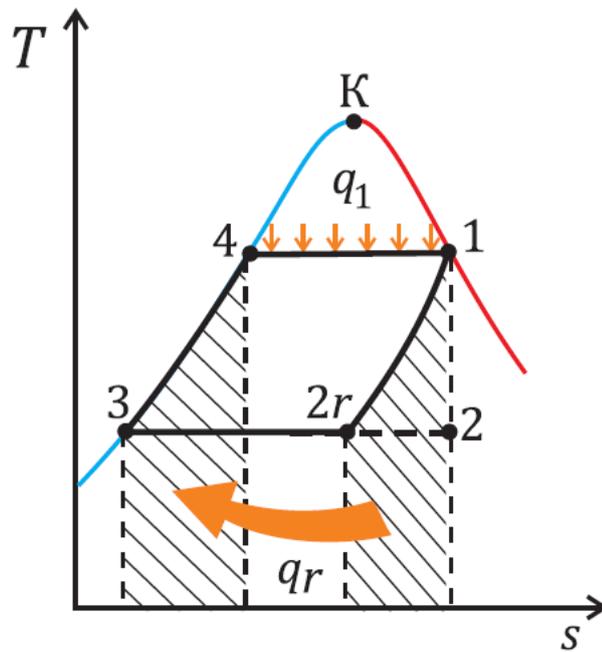
В результате эксергетического анализа паротурбинной установки (см. раздел 11.4) было показано, что для повышения её экономичности важную роль играет уменьшение внешней необратимости цикла, обусловленной большой разностью температур при передаче теплоты от горячих продуктов сгорания топлива к рабочему телу. Для этого следует повышать среднюю температуру воды и пара $T_{1\text{ср}}$ в процессе подвода теплоты от верхнего теплового источника. В то же время, в цикле Ренкина (рис. 11.5) имеется участок, где теплота от горячих газов (рис. 11.18, а) передается воде при низких температурах — практически от температуры в конденсаторе, близкой к температуре окружающей среды, до температуры насыщения в паровом котле, что существенно снижает $T_{1\text{ср}}$. Целесообразность повышения $T_{1\text{ср}}$ также следует и из рассмотрения формулы для термического КПД любой теплосиловой установки (11.6).

Повысить КПД ПТУ можно, если нагревание воды, поступающей в котельную установку, осуществлять не за счет подвода теплоты от верхнего теплового источника (от горячих газов), а за счет теплоты, отводимой от того же рабочего тела (пара) на другом участке цикла. Такой процесс называется

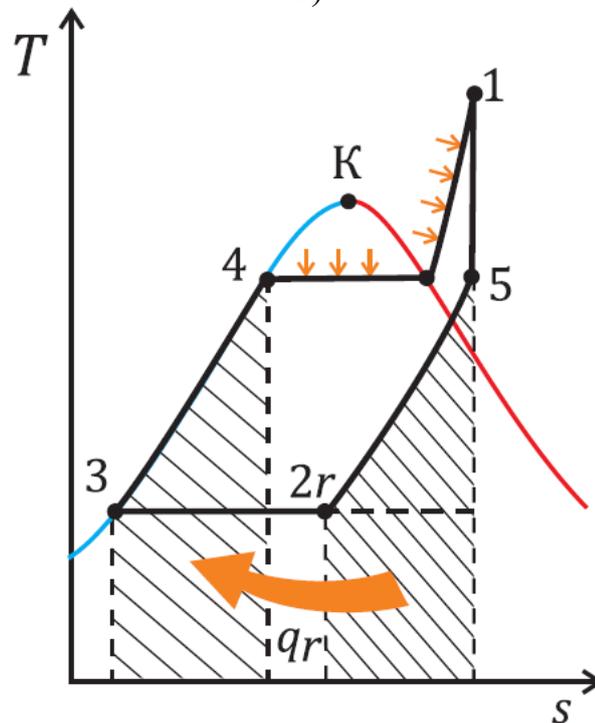
регенерацией теплоты, а цикл, в котором он используется — *регенеративным циклом*.

На рис. 11.18, б изображен цикл, осуществляемый в области насыщения, в котором нагрев воды вплоть до температуры насыщения производится за счет теплоты, отбираемой от пара. Процесс расширения пара в турбине теперь не адиабатный, так как наряду с совершением работы от пара отводится теплота к нагреваемой воде. Для того, чтобы цикл был обратимым, этот теплообмен должен осуществляться с бесконечно малой разностью температур, т.е. при равных температурах пара и воды в каждой точке процесса. Такой процесс называется *предельной регенерацией*. В цикле с предельной регенерацией теплоемкости пара и воды должны быть одинаковы на протяжении всего процесса и, следовательно, линии 3-4 и 1-2r на T, s -диаграмме (рис. 11.18, б) должны быть эквидистантными.





б)



в)

Рис. 11.18. Иллюстрация внешней необратимости в цикле ПТУ (а), цикл ПТУ на насыщенном паре с предельной регенерацией — обобщенный цикл Карно (б) и цикл ПТУ на перегретом паре с предельной регенерацией (в)

В регенеративном цикле 1-2r-3-4 (рис. 11.18, б) подвод теплоты от верхнего теплового источника и отвод теплоты к нижнему теплового источнику производится по изотермам, между которыми осуществляются два эквидистантных процесса. Такой цикл называют *обобщенным циклом Карно* (см. раздел 2.3), т.к. в этом цикле

$$T_{1\text{ср}} = T_1; T_{2\text{ср}} = T_2,$$

а его термический КПД

$$\eta_t = 1 - \frac{T_{2cp}}{T_{1cp}},$$

равен термическому КПД цикла Карно

$$\eta_t = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

Если же предельный регенеративный подогрев воды производится в цикле, осуществляемом не с насыщенным паром, а с перегретым (рис. 11.18, в), то термический КПД такого цикла будет меньше, чем у цикла Карно, но больше, чем у простого цикла Ренкина, так как по сравнению с ним средняя температура подвода теплоты T_{1cp} в регенеративном цикле выше, поскольку в нем исключен участок подвода теплоты к воде при низких температурах в процессе 3-4.

В реальной паротурбинной установке процесс расширения пара (1-2 r на рис. 11.18, б и 5-2 r на рис. 11.18, в) с одновременным отводом теплоты воде не может быть реализован, так как турбина состоит из ряда ступеней, в которых происходит адиабатное расширение пара. Он может быть заменен ступенчатым процессом, в котором пар после адиабатного расширения в ступени турбины направляется в теплообменник, где отдает теплоту воде, затем поступает в следующую ступень турбины, где расширяется адиабатно и снова посылается в теплообменник и так далее. Так повторяется до тех пор, пока не будет достигнуто давление, равное давлению в конденсаторе p_2 . Такая многократная транспортировка пара из турбины в теплообменники и назад вызывала бы большие конструктивные трудности. Кроме того, влажность пара в конце такого процесса (состояние вблизи точки 2 r) была бы намного больше, чем в конце адиабатного расширения (точка 2 на рис. 11.18, б и рис. 11.18, в), и превышала бы допустимую по условиям безопасности работы турбины величину. Поэтому такая *теоретическая регенерация* не может быть реализована на практике.

В реальных установках после адиабатного расширения в турбинной ступени только часть пара направляется в регенеративный подогреватель, где конденсируется, отдавая теплоту воде. Основная же часть пара продолжает адиабатно расширяться в следующих ступенях, после чего снова часть пара отбирается для регенеративного подогрева воды. При этом возможно использование регенеративных подогревателей двух типов — подогревателей *смешивающего* типа и подогревателей *поверхностного* типа.

На рис. 11.19, а представлена схема паротурбинной установки с двумя регенеративными *смешивающими* подогревателями. В этом случае отобранный из турбины пар смешивается с водой в подогревателе, нагревая ее до температуры насыщения, соответствующей давлению греющего пара. Поэтому после каждого подогревателя имеется насос, повышающий давление воды до давления в следующем подогревателе, а после последнего (по ходу воды) подогревателя — *питательный насос* ПН, подающий воду в паровой котел ПК.

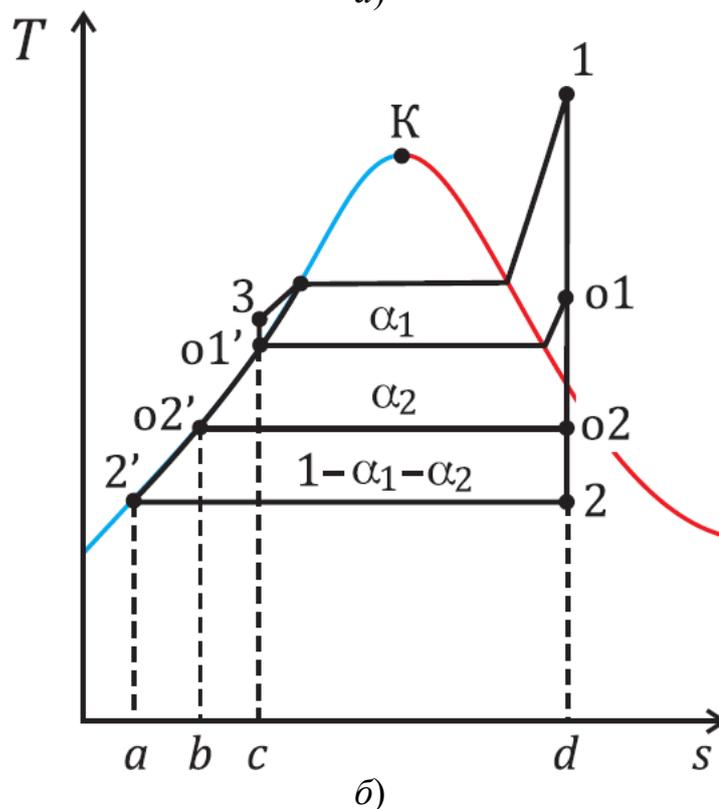
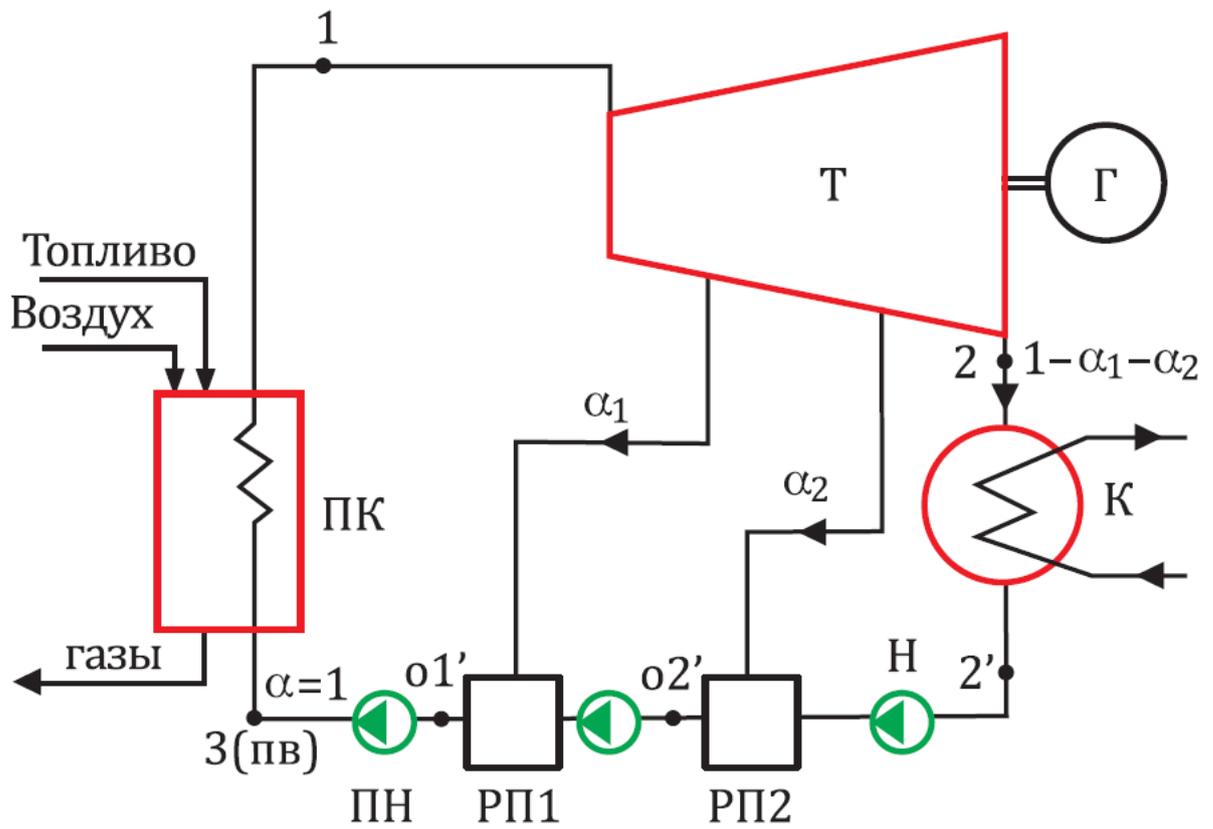


Рис. 11.19. Принципиальная схема (а) и термодинамический цикл (б) ПТУ с двумя регенеративными подогревателями смешивающего типа

На рис. 11.19, б представлена T, s -диаграмма такого цикла. Рассматривая ее, следует иметь в виду некоторую условность ее построения.

Если ранее она всегда строилась для постоянного количества вещества (например, для 1 кг), то в данном случае изображенные на ней процессы относятся к различным количествам воды или пара. Это надо учитывать, сопоставляя количества теплоты, переданные в каком-либо процессе, с представлением их в виде площади в T, s -диаграмме. Так например, теплота, полученная водой во втором (по ходу пара) регенеративном подогревателе РП2 при нагревании ее от точки $2'$ до $o2'$ изображается площадью

$$q_{\text{в}} = (\text{пл. } 2'-o2'-b-a-2') \cdot (1-\alpha_1-\alpha_2),$$

а равная ей теплота, отданная греющим паром второго отбора, представлена площадью

$$q_{\text{п}} = q_{\text{в}} = (\text{пл. } o2-o2'-b-d-o2) \cdot \alpha_2.$$

Для нахождения характеристик регенеративного цикла вначале необходимо определить доли пара α_i , направляемые в каждый регенеративный подогреватель. Будем вести вычисления в расчете на 1 кг пара, поступающего в турбину, и без учета работы других, кроме питательного, насосов.

Температура, до которой производится регенеративный подогрев воды $t_{o1'}$, обычно бывает задана. Существует несколько методов распределения между регенеративными подогревателями всего подогрева воды от температуры ее после конденсатора t_2 до температуры $t_{o1'}$, но рассмотрение их выходит за рамки нашего курса. Здесь можно ограничиться допущением о том, что повышение температуры воды в каждом подогревателе одинаково, что при некоторых условиях соответствует максимальному КПД рассматриваемого цикла. В этом случае температуру воды после второго (по ходу пара) подогревателя РП2 можно рассчитать, как

$$t_{o2'} = t_{2'} + \frac{t_{o1'} - t_{2'}}{2}.$$

В смешивающих подогревателях (рис. 11.19, *a*) при смешении воды и отобранного из турбины пара вода подогревается до состояния насыщения, соответствующего давлению пара. Поэтому по температурам $t_{o1'}$ и $t_{o2'}$ в Таблицах [3] или с помощью Калькулятора свойств водяного пара [6] можно найти энтальпию воды после подогревателей $h_{o1'}$ и $h_{o2'}$, а также давления p_{o1} и p_{o2} . Эти давления и энтропия пара s_1 (рис. 11.20) определяют состояния пара в отборах турбины: сначала энтальпии h_{o1} и h_{o2} , а затем, используя внутренний относительный КПД турбины η_{oi}^T , действительные энтальпии $h_{o1д}$ и $h_{o2д}$.

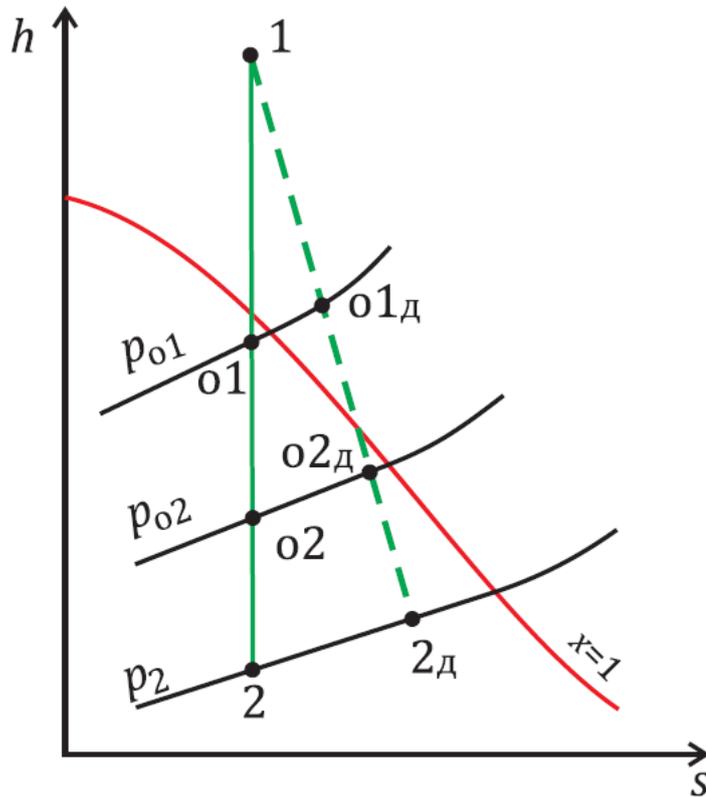


Рис. 11.20. Отборы пара из турбины

Доли пара α_i , направляемые в подогреватель, определяются из теплового баланса, составляемого для каждого подогревателя. Так для первого подогревателя, в котором смешиваются поток $(1-\alpha_1)$ воды и поток α_1 пара (рис. 11.19, а) можно записать (пренебрегая изменением энтальпии воды в насосах)

$$\alpha_{1д} \cdot h_{o1д} + \frac{1-\alpha_{1д}}{h_{o2'}} = 1 \cdot h_{o1'}.$$

Отсюда

$$\alpha_{1д} = \frac{h_{o1'} - h_{o2'}}{h_{o1д} - h_{o2'}}. \quad (a)$$

Аналогично, из теплового баланса второго подогревателя

$$\frac{1 - \alpha_{1д} - \alpha_{2д}}{h_2'} + \alpha_2 \cdot h_{o2д} = (1 - \alpha_{1д}) \cdot h_{o2д}$$

получим

$$\alpha_{2д} = \frac{(1-\alpha_{1д}) \cdot (h_{o2'} - h_2')}{h_{o2д} - h_2'}. \quad (b)$$

Из-за отбора части пара в подогреватели работа, совершаемая 1 кг поступающего в турбину пара, в регенеративном цикле уменьшается и составляет в нашем примере

$$l_T^D = (h_1 - h_{2д}) - \alpha_{1д} \cdot (h_{o1д} - h_{2д}) - \alpha_{2д} \cdot (h_{o2д} - h_{2д}), \quad (11.28)$$

а в общем случае в цикле, в котором используется n подогревателей,

$$l_T^D = (h_1 - h_{2д}) - \sum_{i=1}^n \alpha_{i,д} \cdot (h_{oi,д} - h_{2д}), \quad (11.29)$$

где величины $\alpha_{i,д}(h_{oi,д} - h_{2д})$ представляют собой *недовыработку* работы паром i -го отбора.

Внутренний КПД регенеративного цикла ПТУ можно представить как

$$\eta_i^{\text{рег}} = \frac{(h_1 - h_{2д}) - \sum_{i=1}^n \alpha_{i,д} \cdot (h_{oi,д} - h_{2д}) - \sum_{i=1}^{n+1} l_H}{h_1 - h_3}, \quad (11.31)$$

где $\sum_{i=1}^{n+1} l_H$ — есть суммарная работа насосов, а энтальпия питательной воды

$$h_3 = h_{o1'} + l_{\text{ПН}},$$

причем работа питательного насоса ПН (рис. 11.19, а) может приближенно вычисляться как

$$l_{\text{ПН}} = v_{o1'}(p_1 - p_{o1}).$$

На рис. 11.21, а показана схема регенеративной паротурбинной установки с подогревателями *поверхностного* типа. Здесь отобранный из турбины пар конденсируется в подогревателе на внешней поверхности труб, отдавая теплоту воде, проходящей внутри труб. Образовавшийся конденсат направляется в подогреватель более низкого давления, затем в следующий и так по каскадной схеме до тех пор, пока весь конденсат не будет включен в основной поток воды. Доля пара α_i , поступающая в каждый регенеративный подогреватель, определяется из его теплового баланса, причем давление отборного пара выбирается так, чтобы температура его конденсации была на 5÷10 К выше, чем температура воды на выходе из подогревателя, как это показано на рис. 11.21, б:

$$t_{o4'} > t_4, \quad t_{o3'} > t_5, \quad t_{o2'} > t_6, \quad t_{o1'} > t_7.$$

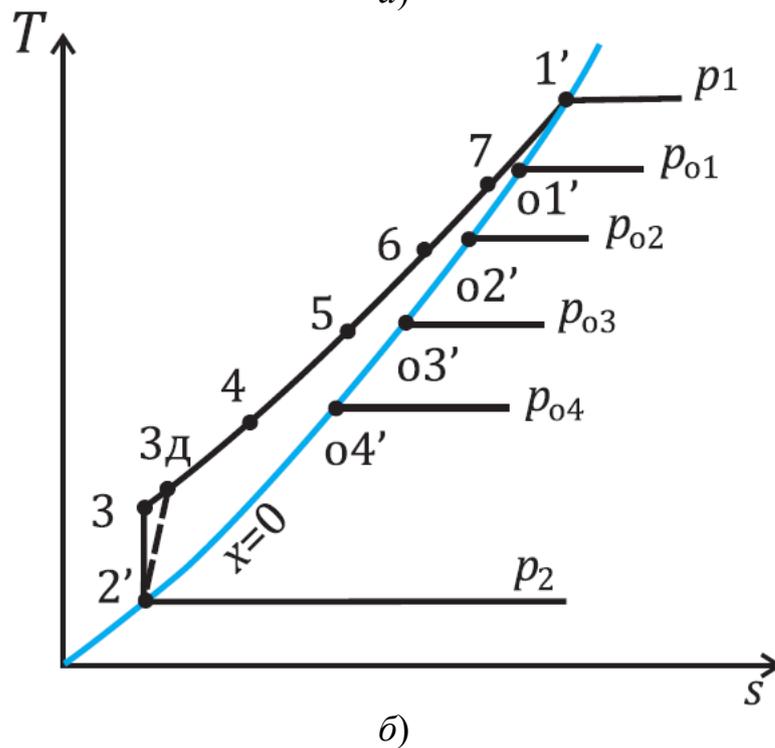
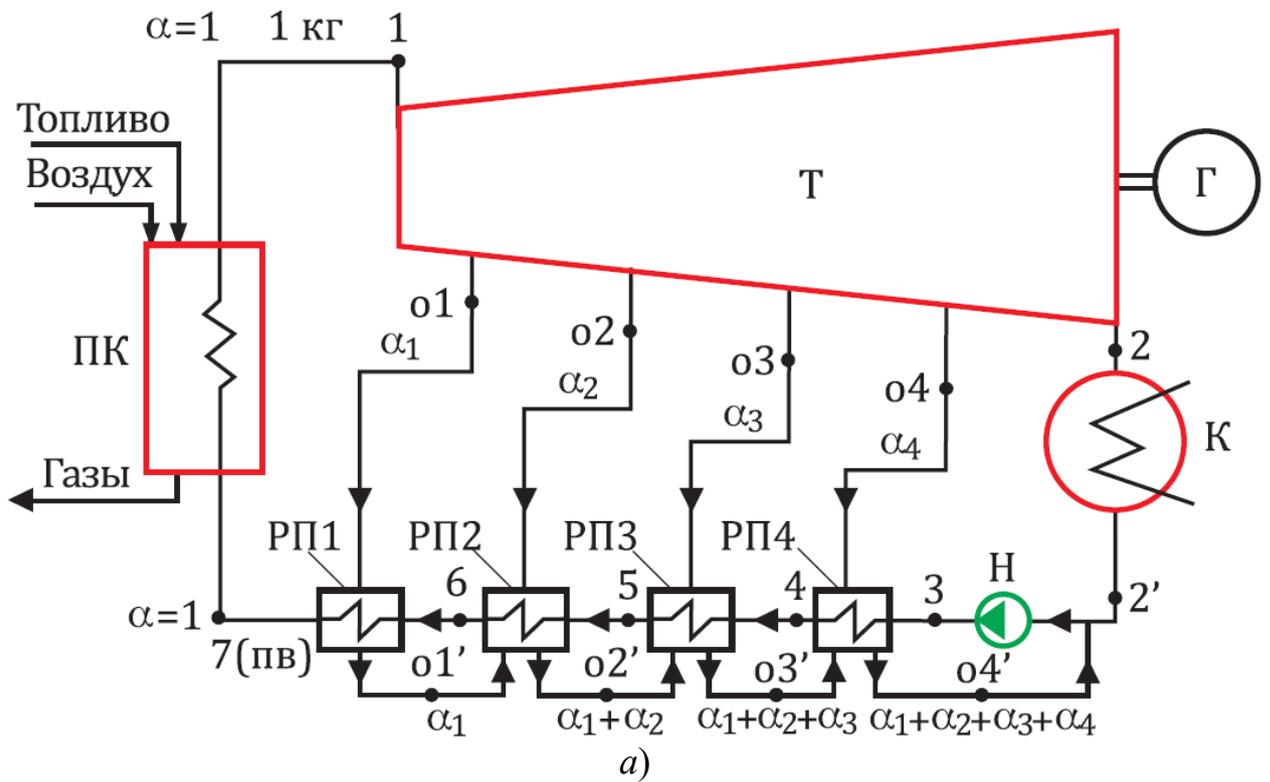


Рис. 11.21. Схема (а) и фрагмент цикла ПТУ (б) в T, s -диаграмме с подогревателями поверхностного типа

Доля пара 1-го отбора α_1 , направляемая в 1-й регенеративный подогреватель поверхностного типа РП1, определяется из теплового баланса РП1 (рис. 11.21, а)

$$\alpha_{1д} \cdot (h_{o1д} - h_{o1'}) = h_7 - h_6,$$

откуда

$$\alpha_{1д} = \frac{h_7 - h_6}{h_{o1д} - h_{o1'}}, \quad (a)$$

– из уравнения теплового баланса РП2

$$\alpha_{2д} \cdot h_{o2д} + \alpha_{1д} \cdot h_{o1'} + 1 \cdot h_5 = 1 \cdot h_6 + (\alpha_{1д} + \alpha_{2д}) \cdot h_{o2'}$$

следует

$$\alpha_{2д} = \frac{(h_6 - h_5) - \alpha_{1д} \cdot (h_{o1'} - h_{o2'})}{h_{o2д} - h_{o2'}}, \quad (b)$$

– из уравнения теплового баланса РП3

$$\alpha_{3д} \cdot h_{o3д} + (\alpha_{1д} + \alpha_{2д}) \cdot h_{o2'} + 1 \cdot h_4 = 1 \cdot h_5 + (\alpha_{1д} + \alpha_{2д} + \alpha_{3д}) \cdot h_{o3'}$$

получаем

$$\alpha_{3д} = \frac{(h_5 - h_4) - (\alpha_{1д} + \alpha_{2д}) \cdot (h_{o2'} - h_{o3'})}{h_{o3д} - h_{o3'}}, \quad (c)$$

– из уравнения теплового баланса РП4

$$\begin{aligned} \alpha_{4д} \cdot h_{o4д} + (\alpha_{1д} + \alpha_{2д} + \alpha_{3д}) \cdot h_{o3'} + 1 \cdot h_{3д} = \\ = 1 \cdot h_4 + (\alpha_{1д} + \alpha_{2д} + \alpha_{3д} + \alpha_{4д}) \cdot h_{o4'} \end{aligned}$$

находим

$$\alpha_{4д} = \frac{(h_4 - h_{3д}) - (\alpha_{1д} + \alpha_{2д} + \alpha_{3д}) \cdot (h_{o3'} - h_{o4'})}{h_{o4д} - h_{o4'}}. \quad (d)$$

Определив доли расхода пара (a), (b), (c) и (d) в рассматриваемой схеме с четырьмя подогревателями поверхностного типа (рис. 11.19), можно, используя (11.30), рассчитать удельную работу турбины

$$l_T^д = (h_1 - h_{2д}) - \sum_{i=1}^4 \alpha_{i,д} \cdot (h_{oi,д} - h_{2д}), \quad (11.32)$$

и внутренний КПД цикла ПТУ

$$\eta_i^{\text{рег}} = \frac{(h_1 - h_{2д}) - \sum_{i=1}^4 \alpha_{i,д} \cdot (h_{oi,д} - h_{2д}) - l_H}{h_1 - h_7}. \quad (11.33)$$

Величина повышения термического КПД цикла в результате применения регенеративного подогрева воды зависит как от температуры, до которой производится этот подогрев, так и от количества используемых регенеративных подогревателей. При этом для каждого количества подогревателей существует свое оптимальное значение температуры подогрева воды. Действительно: увеличение температуры регенеративного подогрева воды приводит к тому, что подвод теплоты от внешнего источника — горячих газов — начинается при более высокой температуре и средняя температура подвода теплоты в цикле $T_{1\text{ср}}$ повышается.

Следовательно, уменьшается внешняя необратимость цикла, обусловленная наличием разности температур при передаче теплоты от верхнего теплового источника к рабочему телу. Однако, одновременно с этим, при фиксированном числе подогревателей увеличивается подогрев воды, приходящийся на каждый подогреватель и, соответственно, в них возрастает разность температур между греющим паром и нагреваемой водой. Следствием этого является возрастание прироста энтропии ΔS при теплообмене в каждом подогревателе (рис. 11.22), т.е. возрастание внутренней необратимости цикла.

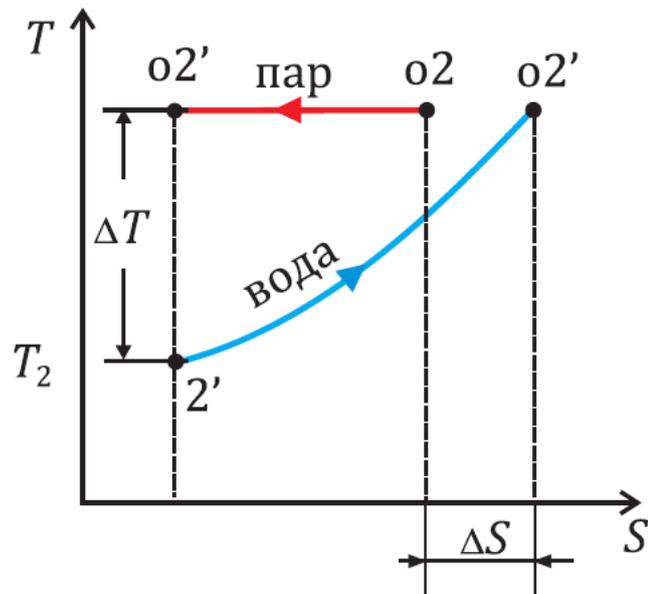


Рис. 11.22. Иллюстрация необратимости в регенеративном подогревателе смешивающего типа

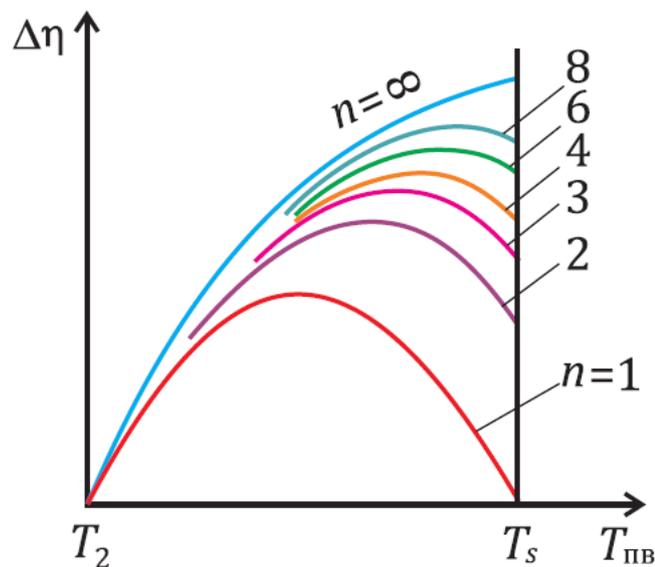


Рис. 11.23. Оптимальная температура подогрева воды

Влиянием этих двух противоположно направленных факторов и вызвано существование оптимальной температуры подогрева воды (рис. 11.23). При этом очевидно, что влияние второго фактора проявляется тем меньше, чем больше число подогревателей, и в пределе при бесконечно большом их числе

рост термического КПД цикла наблюдается при повышении температуры регенеративного подогрева воды вплоть до температуры насыщения t_s при начальном давлении p_1 (рис. 11.23).

Регенеративный подогрев питательной воды является одним из наиболее эффективных методов повышения КПД цикла. Поэтому все современные паротурбинные установки имеют развитую систему регенерации, включающую до 9 подогревателей, в которых вода подогревается до $270\div 290^\circ\text{C}$. Применение регенерации позволяет увеличить экономичность установки на $14\div 16\%$.

11.7. Цикл паротурбинной установки атомной электростанции (АЭС) с реактором ВВЭР

Существует большое число видов атомных электрических станций (АЭС) различающихся типами применяемых атомных реакторов, используемым топливом, замедлителями нейтронов, теплоносителями, рабочими телами и другими конструктивными составляющими. Однако в итоге для преобразования полученной от реактора теплоты в электроэнергию всегда применяется паротурбинная установка.

Особенности получения теплоты от реактора, а также особенность экономики АЭС, где, в отличие от обычных электростанций, затраты на топливо составляют лишь малую часть себестоимости вырабатываемой электроэнергии, приводят к тому, что чаще всего верхняя граница температурного интервала, в котором осуществляется цикл, намного ниже, чем для циклов обычных электростанций. В этих условиях становится целесообразным использование цикла с влажным водяным паром. Другим фактором, сдерживающим повышение начальных параметров пара, является высокое давление воды в 1-м контуре. Уже сейчас на блоке ВВЭР-1200 при начальных параметрах пара 2-го контура $p_1 = 6,8$ МПа и $t_1 = 284^\circ\text{C}$ давление в 1-м контуре составляет 16,2 МПа. Имея в виду характер кривой насыщения в p, T -координатах, небольшое увеличение начальных параметров пара приведет к непропорционально большому росту давления воды 1-го контура. В результате, начальная температура пара не превышает критическую температуру.

На рис. 11.24 в T, s -диаграмме приведено сравнение циклов насыщенного пара 1-2-3-4-1 и перегретого пара 1а-2а-3-5-1а для случая, когда максимальная температура пара T_1 ниже критической температуры пара $T_{кр}$.

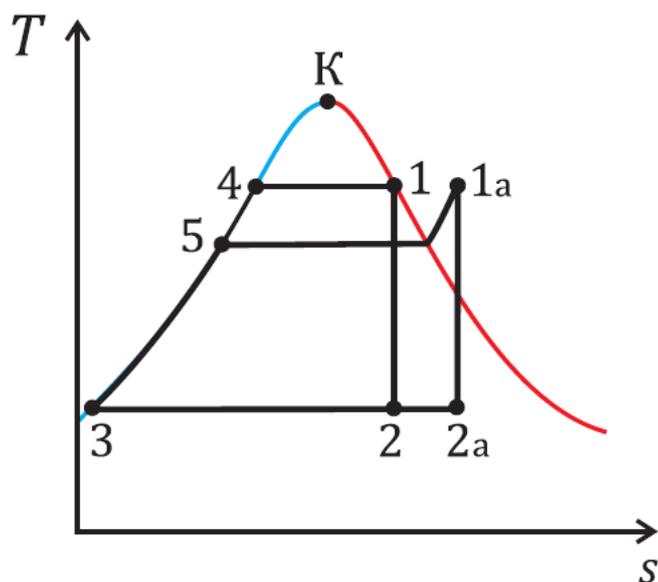


Рис. 11.24. Сравнение циклов Ренкина на насыщенном и перегретом паре

Очевидно, что парообразование в цикле перегретого пара должно происходить при температуре, а, следовательно, и при давлении, более низких, чем в цикле насыщенного пара. Поэтому средняя температура подвода теплоты T_{1cp} в этом цикле меньше, чем в цикле насыщенного пара, что при одинаковой средней температуре отвода теплоты T_2 приводит к выводу о том, что термический КПД цикла перегретого пара в этих условиях ниже термического КПД цикла насыщенного пара.

Если пар при входе в турбину является насыщенным, то при дальнейшем адиабатном расширении влажность его может достичь большой величины, недопустимой по условиям безопасной работы турбины (см. §11.2). Для того чтобы избежать этого применяется специальный *процесс сепарации пара* — удаление образовавшейся жидкой фазы при некотором промежуточном давлении. Однако одного этого во многих случаях бывает недостаточно, так как при дальнейшем расширении влажность пара может снова достичь недопустимых значений. Поэтому после сепарации пар, обычно, еще и перегревают.

Имея в виду все эти обстоятельства, рассмотрим цикл паротурбинной установки АЭС с наиболее широко применяемым в нашей стране реактором ВВЭР (водо-водяной энергетический реактор), принципиальная схема которой показана на рис. 11.25, а. Численные значения параметров, которые будут приведены в этом примере, являются некоторыми усредненными для установки ВВЭР-1000.

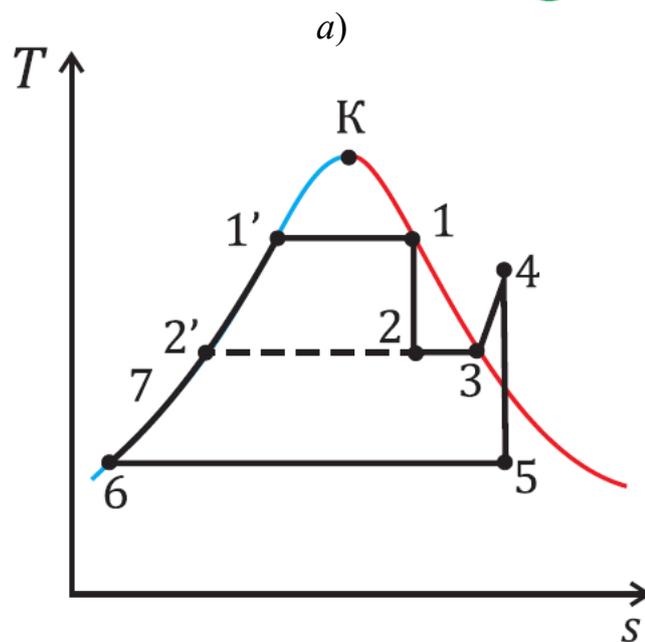
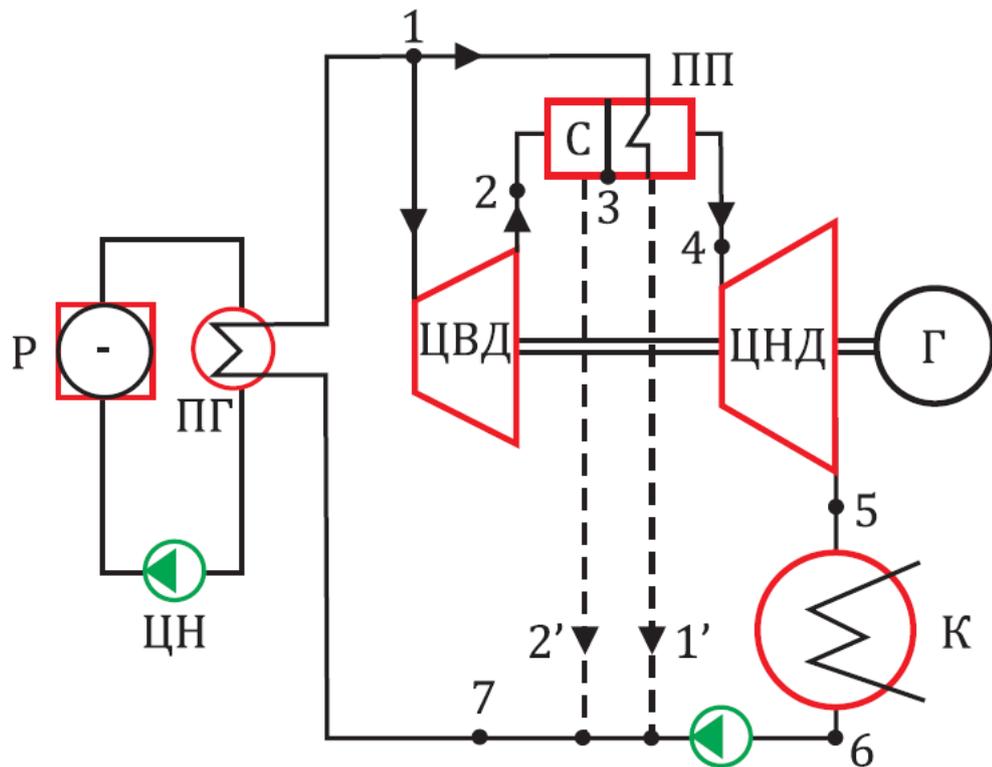


Рис. 11.25. Принципиальная схема двухконтурной АЭС с реактором ВВЭР (а) и термодинамический цикл (б), совершаемый во 2-м контуре

Рассматриваемая здесь АЭС является двухконтурной. В первом контуре вода, служащая одновременно и замедлителем нейтронов и теплоносителем, под давлением $p_{в} = 15,7$ МПа прокачивается циркуляционным насосом ЦН через реактор Р. В реакторе вода нагревается до температуры $t_{в1} = 322^{\circ}\text{C}$, более низкой, чем температура насыщения при этом давлении, равная 346°C . Нагретая вода поступает в парогенератор ПГ, где, отдавая теплоту воде и пару

второго контура, охлаждается до температуры $t_{в2} = 290^\circ\text{C}$, после чего направляется снова в реактор.

Насыщенный пар второго контура, приготовленный в парогенераторе ПГ, имеет давление $p_1 = 5,9$ МПа и температуру $t_1 = 274,5^\circ\text{C}$ (точка 1 в T, s -диаграмме на рис. 11.25, б). Основная часть его поступает в цилиндр высокого давления (ЦВД) турбины, где адиабатно расширяется до промежуточного давления $p_2 = 0,59$ МПа (точка 2 на рис. 11.25). В этом состоянии влажный пар направляется в сепаратор С, где отделяется жидкая фаза, которая передается затем в подогреватель питательной воды (на схеме не показан). Сухой насыщенный пар состояния 3 из сепаратора передается в паропаровой перегреватель ПП. Здесь он при постоянном давлении p_2 перегревается до температуры $t_1 = 250^\circ\text{C}$ паром состояния 1, не прошедшим через турбину. Сепаратор С и пароперегреватель ПП образуют единый блок, называемый сепаратором-пароперегревателем (СПП). Отдавая теплоту, греющий пар конденсируется и получившийся конденсат состояния 1' дренируется в подогреватель питательной воды. Перегретый же пар адиабатно расширяется в цилиндре низкого давления (ЦНД) турбины до давления в конденсаторе К, равного, как обычно, $p_5 = 3 \div 5$ кПа. Расход этого пара D_3 , кг/с составляет

$$D_3 = x_2 \cdot D_2,$$

где D_2 — расход пара через ЦВД, кг/с;

x_2 — степень сухости этого пара в конце расширения в ЦВД (точка 2 на рис. 11.25) и расход греющего пара в пароперегреватель $D_{ПП}$, необходимый для перегрева пара после сепаратора, может быть определен из теплового баланса паро-парового перегревателя

$$D_{ПП} = \frac{x_2 \cdot D_2 \cdot (h_4 - h_3)}{h_1 - h_{1'}}.$$

Полный расход пара, поступающего из парогенератора, D_1 , в этом случае будет равен

$$D_{ПП} = \frac{x_2 \cdot D_2 \cdot (h_4 - h_3)}{h_1 - h_{1'}}$$

$$D_1 = D_2 + D_{ПП} = \frac{D_2 \cdot (1 + x_2 \cdot (h_4 - h_3))}{h_1 - h_{1'}}.$$

Теоретическую мощность турбины N_T , (принимая, что отбор пара на регенерацию отсутствует) можно рассчитать, как

$$N_T = D_2 \cdot [(h_1 - h_2) + x_2 \cdot (h_4 - h_5)],$$

а термический КПД цикла представить в виде

$$\eta_T = \frac{D_2 \cdot [(h_1 - h_2) + x_2 \cdot (h_4 - h_5)]}{D_1 \cdot (h_1 - h_7)},$$

где h_7 — энтальпия воды на входе в парогенератор определяется из теплового баланса слияния потоков конденсата из конденсатора, дренажа из паропарового перегревателя и сепарата из сепаратора в единый поток

$$D_1 \cdot h_7 = x_2 \cdot D_2 \cdot h_6 + D_{\text{пп}} \cdot h_{1'} + D_2 \cdot (1 - x_2) \cdot h_{2'}$$

Как видно из этого примера, параметры водяного пара, типичные для паротурбинных установок АЭС, намного ниже, чем у установок обычных ТЭС. Поэтому и КПД АЭС меньше, чем обычных ТЭС, и составляет 30÷33% против 40÷42%, характерных для крупных ТЭС. В то же время расход топлива — делящегося изотопа ^{235}U — здесь на несколько порядков ниже, так как теплота сгорания его $Q_{\text{н}}^{\text{p}}$ равна $67 \cdot 10^9$ кДж/кг против $(24 \div 30) \cdot 10^3$ кДж/кг для угля и $(40 \div 50) \cdot 10^3$ кДж/кг для газа и жидкого топлива. Удельный расход топлива на АЭС, равный

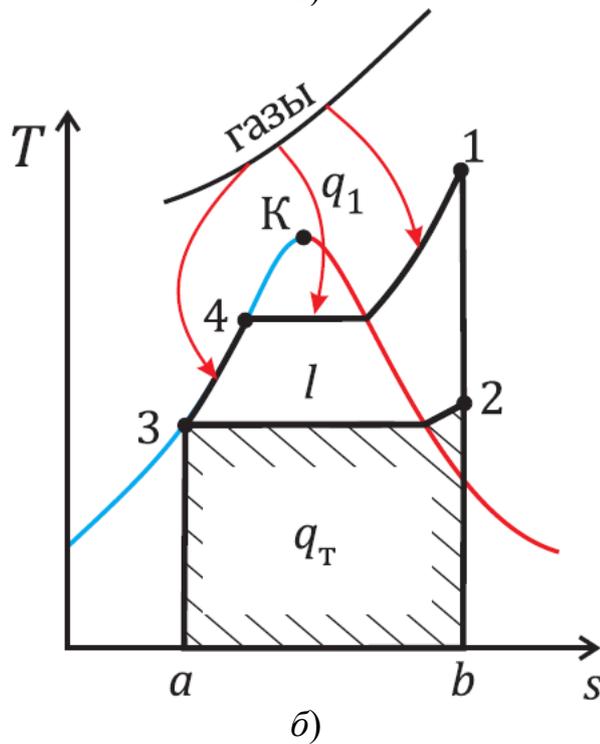
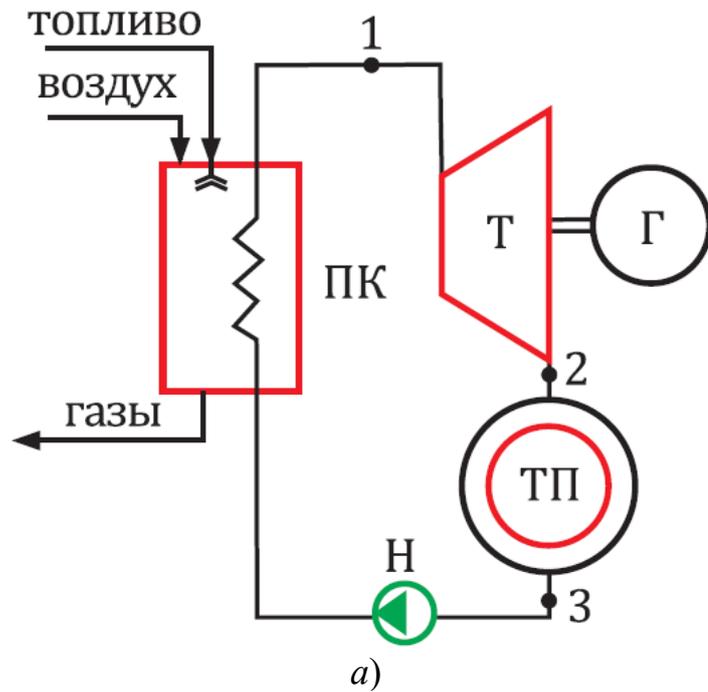
$$b = \frac{3600}{\eta_{\text{АЭС}} \cdot Q_{\text{н}}^{\text{p}}}, \quad (11.32)$$

например, при КПД станции $\eta_{\text{АЭС}} = 0,33$ составляет $b = 0,16 \cdot 10^{-3}$ г/(кВт·ч) против ~ 300 г усл. топл./кВт·ч для обычной ТЭС. Этим и объясняется малый вклад топливной составляющей в себестоимости электроэнергии, вырабатываемой на АЭС.

11.8. Теплофикационные циклы

Как было показано при энергетическом анализе цикла ПТУ (см. §11.4), большое количество подведенной в нем к рабочему телу теплоты отводится нижнему тепловому источнику, что является неизбежным условием выполнения второго закона термодинамики. В конденсационной паротурбинной установке эта теплота отводится к охлаждающей конденсатор воде и сбрасывается в окружающую среду. В то же время существует огромная потребность в теплоте для отопления зданий и для осуществления ряда производственных процессов. Ясно, что для этих целей не может быть использована охлаждающая конденсатор вода, так как конденсация происходит при давлении 3÷4 кПа, что соответствует температурам 24÷29°C, т.е. очень близким к температуре окружающей среды. Для того, чтобы теплоту конденсирующегося пара можно было использовать для целей отопления, давление его повышают до 0,12÷0,25 МПа, что позволяет нагреть циркулирующую в тепловой сети воду до температуры 100÷125°C, а если этот пар используется для производственных нужд, то и до более высоких давлений. Турбину в этом случае называют *теплофикационной турбиной с противодавлением*. Схема паротурбинной установки с такой турбиной представлена на рис. 11.26, а, а ее цикл в T, s -диаграмме — на рис. 11.26, б. В этой установке пар из парового котла ПК поступает в турбину Т, где при адиабатном расширении (процесс 1-2 на рис. 11.26, б) производит работу l , а затем, конденсируясь, отдает теплоту $q_{\text{т}}$ тепловому потребителю ТП (процесс 2-3). Очевидно, что парообразование в цикле перегретого пара должно происходить при температуре, а следовательно, и при давлении, более низких,

чем в цикле насыщенного пара. Поэтому средняя температура подвода теплоты T_{1cp} в этом цикле меньше, чем в цикле насыщенного пара, что при одинаковой средней температуре отвода теплоты T_2 приводит к выводу о том, что термический КПД цикла перегретого пара в этих условиях ниже термического КПД цикла насыщенного пара на рис. 11.26, б. Полученный конденсат (состояние 3) насосом Н подается в котел (работу насоса в данном случае не учитываем), где в изобарном процессе 3-1 при подводе теплоты q_1 снова получается пар состояния 1.



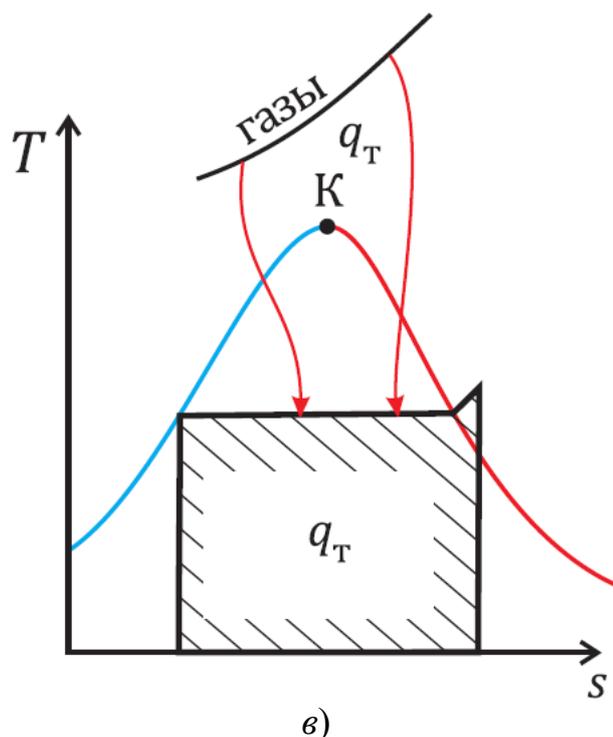


Рис. 11.26. Принципиальная схема (а) и цикл (б) паротурбинной ТЭЦ с турбиной с противодавлением в сравнении с раздельной выработкой теплоты (в) и работы

Очевидно, что при повышении давления за турбиной термический КПД цикла ухудшится. Но он в этом случае и не характеризует эффективность работы установки, так как в ней теперь получают два полезных продукта — работу l и теплоту q_T , отданную тепловому потребителю. Такая совместная выработка электроэнергии и теплоты для отопления или производственных нужд называется *теплофикацией*, а электростанция, работающая по этому принципу, — теплоэлектроцентралью (ТЭЦ).

Термодинамический выигрыш от применения теплофикации можно пояснить следующим образом. Альтернативой теплофикации является раздельная выработка электроэнергии (работы) на конденсационной электростанции (КЭС) и теплоты в отдельной котельной. В этом случае в котельной теплота от газообразных продуктов сгорания топлива передается тепловому потребителю при очень большой разности их температур (рис. 11.26, в). Этот процесс характеризуется очень большой степенью необратимости и, следовательно, большой потерей эксергии газов. Если же на пути передачи теплоты встроить цикл для получения работы (рис. 11.26, б), то эксергия газов будет использована намного полнее.

У теплофикационной установки, имеющей турбину с противодавлением (рис. 11.26, а), выработка электроэнергии жестко связана с отпуском теплоты тепловому потребителю, так как расход пара через турбину может быть только таким, какой нужен для выработки теплоты в количестве, заданном тепловым потребителем. Поэтому такие установки применяются там, где тепловая нагрузка достаточно постоянна (промышленный потребитель). Если же тепловое потребление значительно изменяется в зависимости от времени года

Из парового котла ПК (рис. 11.27, а) пар в количестве D поступает в турбину Т, в которой адиабатно расширяется до давления p_T . При этом давлении часть пара D_T отбирается в сетевой подогреватель СП воды, циркулирующей в отопительной сети теплового потребителя ТП, где от него отводится теплота Q_T , используемая для нужд теплофикации. Оставшийся пар продолжает адиабатное расширение в турбине до давления p_2 (рис. 11.27, б), поддерживаемого в конденсаторе К. Конденсат пара теплофикационного отбора D_T состояния 4 (рис. 11.27, а) смешивается с конденсатом, поступающим из конденсатора. Получившийся поток состояния 5 сжимается насосом Н до начального давления p_1 (точка 6 на рис. 11.27, а) и направляется в паровой котел ПК.

В зависимости от тепловой нагрузки Q_T регулируется количество отбираемого пара D_T и, соответственно, количество пара, поступающего в конденсатор. Режим работы турбины может изменяться от чисто конденсационного (нет теплового потребления) до режима, при котором почти весь пар (за исключением минимального, так называемого вентиляционного, пропуска в конденсатор) уходит в отбор.

Мощность, развиваемая теплофикационной турбиной, определяется как

$$N_3 = [(D - D_T) \cdot (h_1 - h_2) + D_T \cdot (h_1 - h_3)] \cdot \eta_{oi}^T \cdot \eta_M \cdot \eta_T, \quad (11.33)$$

а количество теплоты, отданной тепловому потребителю, составляет

$$Q_T = D_T \cdot (h_{3д} - h_4). \quad (11.34)$$

Для выработки их в котле к воде подводится теплота Q_1 , равная

$$Q_1 = D \cdot (h_1 - h_6), \quad (11.35)$$

где

$$h_6 = h_5 + l_H^D,$$

а энтальпия h_5 находится из теплового баланса слияния потоков конденсата

$$h_5 = \frac{D_T \cdot h_4 + (D - D_T) \cdot h_{2'}}{D}. \quad (11.36)$$

Часовой расход топлива при этом составляет

$$B = \frac{3600 \cdot Q_1}{Q_H^p \cdot \eta_{ПК}}. \quad (11.37)$$

Для оценки эффективности применения комбинированной выработки электроэнергии и теплоты применяют несколько показателей. Одним из них является *коэффициент использования теплоты*

$$k_{ит} = \frac{N_3 + Q_T}{Q_1}, \quad (11.38)$$

который не может полноценно отражать преимущество применения теплофикации, так как не учитывает качественное различие теплоты и работы как видов энергии. Сопоставлять с помощью него разные теплофикационные установки нельзя. Так, например, две установки могут иметь одинаковым этот коэффициент, а доля выработки электроэнергии (более ценной продукции) у одной из них больше и это никак не отразится в этом показателе. Поэтому используют еще один показатель — *удельную выработку электроэнергии на тепловом потреблении* ε (кВт·ч/кДж)

$$\varepsilon = \frac{D_T \cdot (h_1 - h_3) \cdot \eta_{oi}^T \cdot \eta_M \cdot \eta_{\Gamma}}{3600 \cdot Q_T} \quad (11.39)$$

Применяя его, можно анализировать влияние тех или иных изменений в цикле на экономичность установки. Так для установок с турбинами с противодавлением, для которых коэффициент использования теплоты согласно (11.38) всегда равен произведению коэффициентов

$$\eta_M \cdot \eta_{\Gamma},$$

можно показать, что повышение параметров пара улучшает экономичность, так как при этом увеличивается удельная выработка электроэнергии на тепловом потреблении и, следовательно, при одинаковой тепловой нагрузке Q_T возрастает количество электроэнергии, выработанной по очень экономичному циклу.

Так как ТЭЦ производит два вида продукции — электроэнергию и теплоту — для оценки эффективности ее работы применяют два разных КПД. При этом *КПД ТЭЦ по выработке электроэнергии* определяется как

$$\eta_{ТЭЦ}^{\varepsilon} = \frac{3600 \cdot N_{\varepsilon}}{B \cdot Q_H^p - \frac{3600 \cdot Q_T}{\eta_{KA}}} \quad (11.40)$$

Общая термодинамическая оценка эффективности применения теплофикации может быть сделана на основе эксергетического метода. В этом случае при учете полученной энергии различных видов используется их единая мера — эксергия. Принимая эксергию топлива равной его низшей теплотворной способности, *эксергетический КПД ТЭЦ* представим в виде

$$\eta_{ТЭЦ}^{ex} = \frac{3600 \cdot (N_{\varepsilon} + E_{Q_T})}{B \cdot Q_H^p}, \quad (11.41)$$

Рассмотрение проблемы отнесения произведенных на ТЭЦ затрат на различные виды продукции выходит за рамки данного курса.

11.9. Заключение

Паротурбинные установки нашли широкое применение в качестве основного оборудования для выработки электроэнергии на обычных и атомных электростанциях. Основными их достоинствами являются высокая экономичность, возможность создания агрегатов очень большой единичной

мощности — до 1000 МВт и выше, возможность использования любых видов обычного топлива и ядерного топлива. В то же время для них характерны большое потребление воды для охлаждения конденсаторов, большая металлоемкость агрегатов, в основном из-за наличия парового котла значительных размеров, и обусловленное этим большое время пуска установки из холодного состояния.

11.10. Контрольные вопросы

1. Как изобразить цикл Ренкина на насыщенном паре в T, s -диаграмме?
2. Как соотносятся КПД цикла Ренкина и КПД цикла Карно при тех же минимальной и максимальной температурах пара, если в сравниваемых циклах процессы сжатия и расширения обратимы, или если они необратимы?
3. Из каких процессов состоит цикл Ренкина на перегретом паре и в каких агрегатах паротурбинной установки (ПТУ) реализуются эти процессы? Изобразите цикл Ренкина в T, s -диаграмме и процесс, совершаемый паром в турбине, в h, s -диаграмме.
4. Как осуществляется подвод и отвод теплоты в цикле Ренкина на перегретом паре (в каких агрегатах ПТУ и в каких процессах)? В каком элементе ПТУ и в каком процессе производится полезная работа, а в каком — работа затрачивается? Как рассчитать подведенную и отведенную теплоту, произведенную и затрачиваемую работу, работу и термический КПД обратимого цикла Ренкина на перегретом паре?
5. Как влияет температура и давление пара перед турбиной, а также давление в конденсаторе, на термический КПД обратимого цикла Ренкина на перегретом паре? Какие факторы сдерживают рост термического КПД цикла Ренкина?
6. Каким образом учитывается необратимость процессов в турбине и насосе? Как при этом изменяются работа турбины, насоса и ПТУ, подведенная к циклу и отведенная от него теплота? Как показать графически изменения (вследствие необратимости) работы турбины и насоса, а также подведенной к циклу и отведенной от него теплоты в h, s - и в T, s -диаграммах?
7. Как рассчитать подведенную к циклу и отведенную от него теплоту, произведенную и затрачиваемую работу, работу и внутренний КПД необратимого цикла Ренкина на перегретом паре?
8. Что такое эффективный КПД турбоустановки? Как рассчитать расход топлива, удельный расход топлива, удельный расход условного топлива?
9. Сравните суммарные потери энергии в цепочке преобразований от химической энергии топлива до электроэнергии с потерями эксергии в этой цепочке. Сравните потери энергии и эксергии в котельной установке и в конденсаторе.
10. Какие цели преследует введение в схему паротурбинной установки промежуточного перегрева пара?

11. Как выглядят принципиальная схема ПТУ с промежуточным перегревом пара и циклы этих установок в T, s -диаграмме с докритическим и сверхкритическим давлением пара?

12. По каким формулам рассчитывают работу, термический и внутренний КПД цикла ПТУ с промежуточным перегревом пара?

13. Как объяснить наличие максимума на зависимости термического КПД ПТУ с промежуточным перегревом пара от температуры начала промежуточного перегрева пара?

14. Что такое регенерация в ПТУ? Что такое предельная регенерация в ПТУ и чем она отличается в циклах на насыщенном паре от циклов на перегретом паре? Что такое обобщенный цикл Карно и почему он так называется?

15. Чем схема ПТУ с регенеративными подогревателями смешивающего типа отличается от схемы с подогревателями поверхностного типа? Изобразите обе эти схемы.

16. Как в схеме ПТУ (без промежуточного перегрева пара) распределить между несколькими регенеративными подогревателями общий подогрев питательной воды?

17. Как изображается в T, s -диаграмме цикл ПТУ с двумя подогревателями смешивающего типа? Запишите уравнения теплового баланса для каждого подогревателя смешивающего типа и уравнение для КПД такого цикла.

18. Как объяснить зависимость увеличения КПД регенеративного цикла ПТУ по сравнению с циклом без регенерации $\Delta\eta$ от температуры питательной воды и от количества регенеративных подогревателей?

19. Сравните термический КПД циклов Ренкина на насыщенном и перегретом паре, если в циклах температура пара перед турбиной меньше критической температуры.

20. Изобразите и объясните принципиальную схему паротурбинной установки (ПТУ) двухконтурной атомной электростанции (АЭС) типа ВВЭР-1000 и термодинамический цикл ПТУ АЭС в T, s -диаграмме. Объясните назначение каждого элемента схемы и назовите процессы, происходящие в этих элементах.

21. Как записать основные соотношения для определения расходов воды и водяного пара во всех элементах схемы, а также формулы для расчета мощности и КПД ПТУ АЭС?

22. Что такое теплофикация? Изобразите и объясните принципиальную схему и цикл паротурбинной ТЭЦ с турбиной с противодавлением. Какие достоинства и какие недостатки у этой схемы?

23. Изобразите и объясните принципиальную схему и цикл паротурбинной ТЭЦ с теплофикационными турбинами с регулируемым отбором пара. Какие достоинства и какие недостатки у этой схемы?

24. Как в схеме паротурбинной ТЭЦ с теплофикационной турбиной с регулируемым отбором пара рассчитать мощность турбины, количество

теплоты, переданной тепловому потребителю и коэффициент использования теплоты?

25. С помощью каких величин оценивается эффективность паротурбинных ТЭЦ? Что это за величины, и по каким формулам их можно рассчитать?

Глава 12. ЦИКЛЫ ГАЗОТУРБИННЫХ УСТАНОВОК

12.1. Термодинамический цикл простой ГТУ

Газотурбинные установки (ГТУ) широко применяются в качестве транспортных установок (в авиации, на колесных и гусеничных машинах, на железнодорожном транспорте, на флоте), для привода нагнетателей газоперекачивающих станций магистральных газопроводов и др. ГТУ также применяются на электростанциях для производства электрической энергии, как в качестве самостоятельных энергоблоков, так и в составе комбинированных парогазовых установок (см. гл. 13).

В теории термодинамических циклов газотурбинные установки классифицируются по способу сжигания топлива: со сгоранием при постоянном давлении и со сгоранием при постоянном объеме. Здесь будут рассмотрены только ГТУ с подводом теплоты при постоянном давлении, так как ГТУ с подводом теплоты при постоянном объеме в связи с техническими сложностями создания специальных камер сгорания широкого распространения не получили.

Принципиальная схема простой ГТУ представлена на рис. 12.1, *а*. Воздух из окружающей среды (состояние 1) поступает в компрессор К, где адиабатно сжимается до давления p_2 , обычно не превышающего 3 МПа. В камере сгорания КС происходит сгорание жидкого или газообразного топлива. Образовавшиеся в КС газы (смесь продуктов сгорания и воздуха, не участвующего в процессе окисления топлива) в состоянии 3 при температуре $1000 \div 1800$ К поступают в газовую турбину Т, где адиабатно расширяются до первоначального давления p_1 , после чего выбрасываются в окружающую среду.

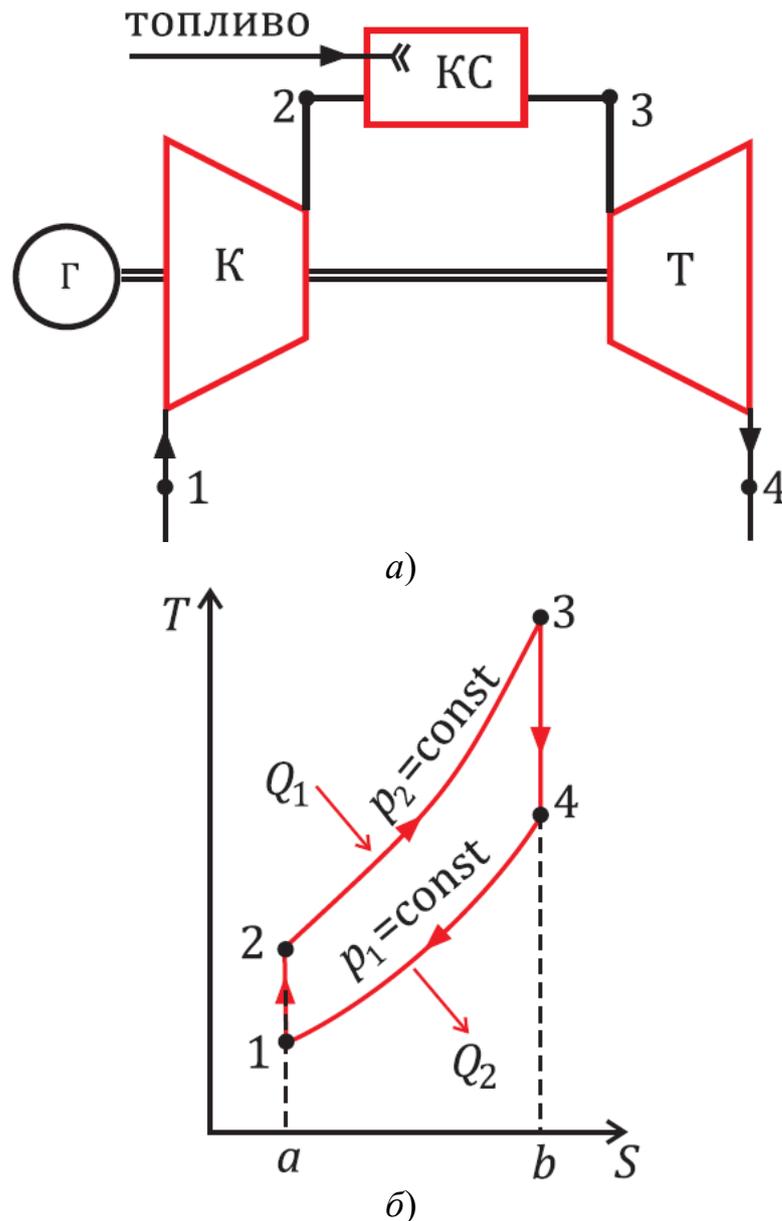


Рис. 12.1. Принципиальная схема (а) и термодинамический цикл (б) простой ГТУ

Компрессор К, газовая турбина Т и электрогенератор Г жестко соединены между собой, и поэтому часть работы, производимой турбиной, расходуется на привод компрессора, остальная часть (за вычетом потерь на трение в подшипниках и расхода энергии на привод топливного насоса) и есть работа ГТУ

$$l_{\text{ГТУ}} = l_{\text{Т}} - l_{\text{К}}, \quad (12.1)$$

которая передается потребителю. На рис. 12.1, а в качестве потребителя работы показан электрический генератор Г, в котором механическая энергия преобразуется в электроэнергию.

На рис. 12.1, б в T, s -диаграмме показан обратимый термодинамический цикл 1-2-3-4-1, осуществляемый рабочим телом ГТУ.

Цикл простой ГТУ называют также *циклом Брайтона*. В обратимых циклах все процессы обратимы, поэтому адиабатные процессы сжатия в компрессоре 1-2 и расширения в турбине 3-4 обратимы, т.е. осуществляются без трения, и поэтому изоэнтропны. Кроме того, будем считать состав рабочего тела по тракту ГТУ неизменным и обладающим свойствами воздуха. Это допущение объясняется тем, что в компрессоре сжимается воздух, а в турбине расширяются газы, представляющий собой смесь воздуха и продуктов сгорания, по своим свойствам не существенно отличающимся от свойств воздуха. При термодинамическом анализе обычно пренебрегают потерей давления в камере сгорания и небольшим отличием давления p_1 от давления p_4 . Поэтому процесс 2-3 в камере сгорания представляется как изобарный подвод теплоты q_1 к рабочему телу — воздуху, а процесс охлаждения уходящих газов в окружающей среде — это изобарный процесс 4-1. Таким образом, хотя схема простой ГТУ является разомкнутой, но цикл этой установки в T, s -диаграмме изображается как замкнутый. В связи с этим иногда такие установки называют газотурбинными установками, «*работающими по разомкнутому циклу*».

Для определения удельной работы турбины l_T и компрессора l_K , а также подведенной и отведенной теплоты (q_1 и q_2) применяют уравнение первого закона термодинамики для потока вещества (1.27), в котором пренебрегают изменением кинетической и потенциальной энергиями потока. Тогда, учитывая, что в адиабатных процессах сжатия и расширения $q = 0$, получим:

$$l_T = h_3 - h_4, \quad (12.2)$$

$$l_K = h_2 - h_1, \quad (12.3)$$

а поскольку в процессах подвода и отвода теплоты

$$l_{\text{тех}} = 0,$$

то:

$$q_1 = h_3 - h_2, \quad (12.4)$$

и

$$q_2 = h_4 - h_1. \quad (12.5)$$

Понятно, что работа процесса сжатия 1-2 и отведенная теплота процесса 4-1 имеют отрицательный знак и равны, соответственно,

$$l_{1-2} = h_1 - h_2,$$

и

$$q_{4-1} = h_1 - h_4,$$

но при анализе термодинамических циклов под работой компрессора, а также под отведенной теплотой обычно понимают их абсолютные значения, определяемые соотношениями (12.2) и (12.5). Поэтому величина работы ГТУ в соотношении (12.1) записывается как разность, а не сумма работ турбины и компрессора.

Термический КПД обратимого цикла ГТУ 1-2-3-4-1 определяется по (2.3), как отношение работы цикла (12.1) к подведенной теплоте (12.4)

$$\eta_t = \frac{l_{\text{ГТУ}}}{q_1} = \frac{l_{\text{T}} - l_{\text{K}}}{q_1} = \frac{(h_3 - h_4) - (h_2 - h_1)}{h_3 - h_2}. \quad (12.6)$$

Соотношения (12.2)-(12.6) позволяют рассчитать удельные работы и мощности турбины, компрессора и всей установки, а также термический КПД обратимого цикла ГТУ. Значения энтальпий при этом берутся из Таблиц [2, 3 или 5] или определяются с помощью Калькулятора свойств газов [6]. Как следует из формул (12.1)-(12.3) и (12.6), удельная работа и внутренний КПД обратимого цикла ГТУ определяются энтальпиями h_1 , h_2 , h_3 и h_4 , для нахождения которых достаточно знать давление p_1 и температуру T_1 окружающего воздуха, температуру газа перед турбиной T_3 и давление газа p_2 в камере сгорания (или степень повышения давления

$$\beta = \frac{p_2}{p_1}$$

в компрессоре). Рассмотрим влияние этих факторов на удельную работу и внутренний КПД обратимого цикла ГТУ. Так как давление p_1 и температура T_1 — это параметры окружающего воздуха, которые изменять по нашему усмотрению невозможно, то исследуем влияние температуры газов T_3 и давления $p_2 = p_3$ на удельную работу $l_{\text{ГТУ}}$ и термический КПД η_t обратимого цикла ГТУ.

Выделим в цикле ГТУ на рис. 12.2 двумя линиями

$$s = \text{const}$$

бесконечно узкий (элементарный) цикл, который сверху и снизу ограничен бесконечно малыми изотермами

$$T_a = \text{const}$$

и

$$T_b = \text{const}$$

и который можно считать циклом Карно, КПД которого равен

$$\eta_t^i = 1 - \frac{T_a}{T_b}.$$

Считая показатель адиабаты k постоянной величиной, не зависящей от температуры, запишем для адиабатного процесса $a-b$

$$\frac{T_a}{T_b} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

и введя новую переменную — степень повышения давления в компрессоре

$$\beta = \frac{p_2}{p_1},$$

получим выражение для элементарного цикла Карно

$$\eta_t^i = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{k-1}{k}}}.$$

Теперь представим цикл простой ГТУ, изображенный на рис. 12.2, как совокупность бесконечно большого числа таких бесконечно узких (элементарных) циклов Карно, КПД которых можно считать одинаковыми, если пренебречь зависимостью показателя адиабаты от температуры. С учетом этого допущения цикл простой ГТУ должен иметь такой же КПД, как и КПД бесконечно узких (элементарных) циклов

$$\eta_t^{\text{ГТУ}} = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{k-1}{k}}}. \quad (12.7)$$

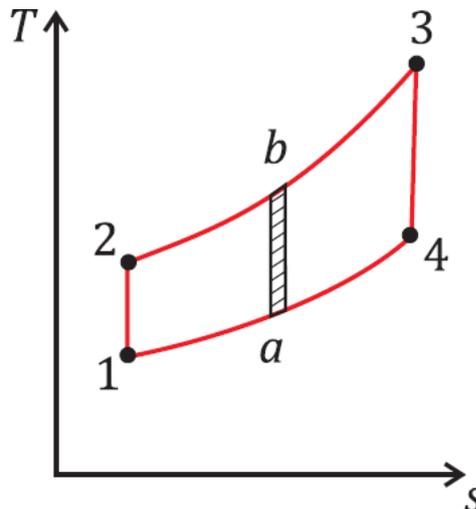


Рис. 12.2. К выводу формулы термического КПД цикла простой ГТУ

Из формулы (12.7) следует, что термический КПД цикла простой ГТУ зависит только от степени повышения давления в компрессоре

$$\beta = \frac{p_2}{p_1},$$

(или от давления в камере сгорания p_2 , имея ввиду, что давление атмосферного воздуха p_1 практически постоянная величина) и не зависит от максимальной температуры в цикле T_3 . Эта зависимость термического КПД цикла простой ГТУ от степени повышения давления в компрессоре β представлена на рис. 12.3.

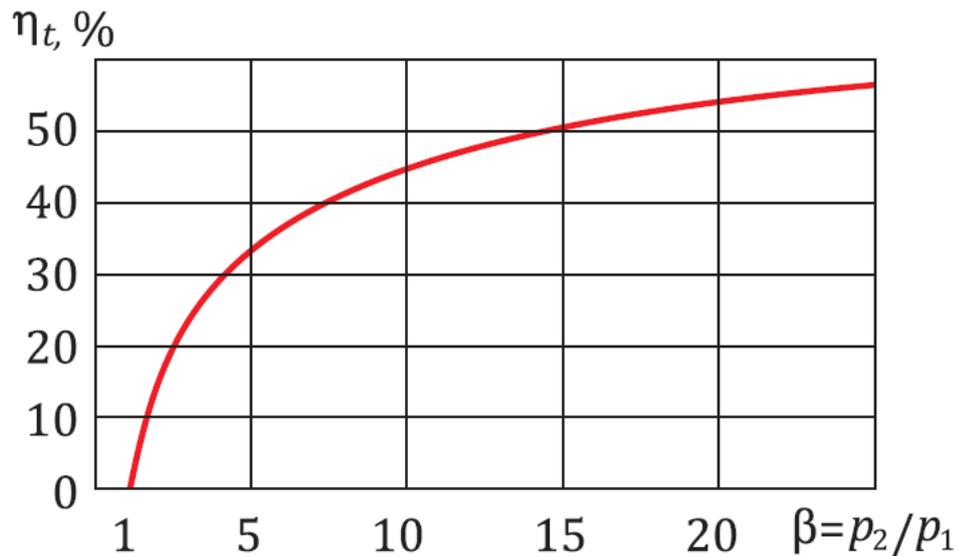


Рис. 12.3. Зависимость термического КПД цикла простой ГТУ от степени повышения давления в компрессоре $\beta = \frac{p_2}{p_1}$

Объясним, почему термический КПД обратимого цикла простой ГТУ не зависит от максимальной температуры в цикле T_3 , а зависит только от максимального давления в цикле

$$p_3 = p_2$$

при неизменности температуры окружающего воздуха T_1 . Используем для этой цели соотношение (2.22) для произвольного обратимого цикла

$$\eta_t = 1 - \frac{T_{2\text{cp}}}{T_{1\text{cp}}},$$

в котором величину η_t определяют средние температуры подвода и отвода теплоты — $T_{1\text{cp}}$ и $T_{2\text{cp}}$.

Факт независимости термического КПД от температуры T_3 можно объяснить, сравнивая два обратимых цикла ГТУ: 1-2-3-4-1 и 1-2-3a-4a-1 (см. рис. 12.4) при различных температурах газа перед турбиной (T_3 и T_{3a}), но одинаковых значениях p_1 , T_1 и p_2 . При увеличении T_3 увеличиваются средняя температура подвода теплоты $T_{1\text{cp}}$ и средняя температура отвода теплоты $T_{2\text{cp}}$, но так, что при этом их отношение и термический КПД, как это следует из (12.7), не меняются. Следует отметить, что при переходе от цикла 1-2-3-4-1 к циклу 1-2-3a-4a-1 работа цикла ГТУ увеличивается, т.к. в любом обратимом цикле работа цикла равна его площади в T, s -диаграмме.

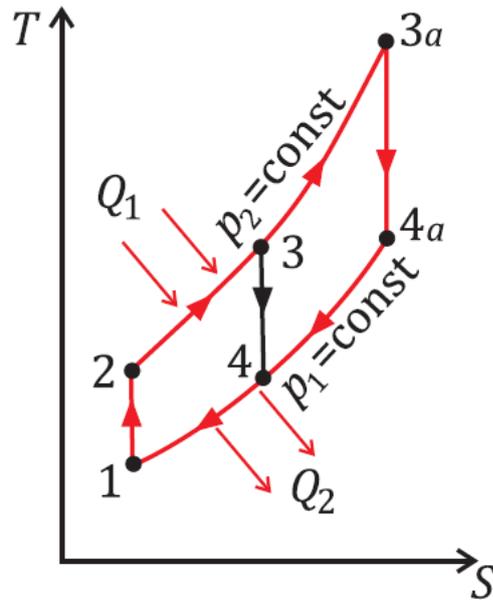


Рис. 12.4. Изменение цикла простой ГТУ при изменении температуры T_3 и $p_2 = \text{const}$

Сравнивая обратимые циклы 1-2-3-4-1 и 1-2a-3a-4a-1 (рис. 12.5), имеющие различные давления газа перед турбиной

$$p_2 = p_3$$

и

$$p_{2a} = p_{3a},$$

но одинаковые значения p_1 , T_1 и T_3 , видим, что повышение давления p_2 приводит к увеличению средней температуры подвода теплоты в цикле $T_{1\text{cp}}$ (от процесса 2-3 к процессу 2a-3a), уменьшению средней температуры отвода теплоты в цикле $T_{2\text{cp}}$ (от процесса 4-1 к процессу 4a-1) и, как следствие этого (2.22), к увеличению термического КПД η_t обратимого цикла ГТУ.

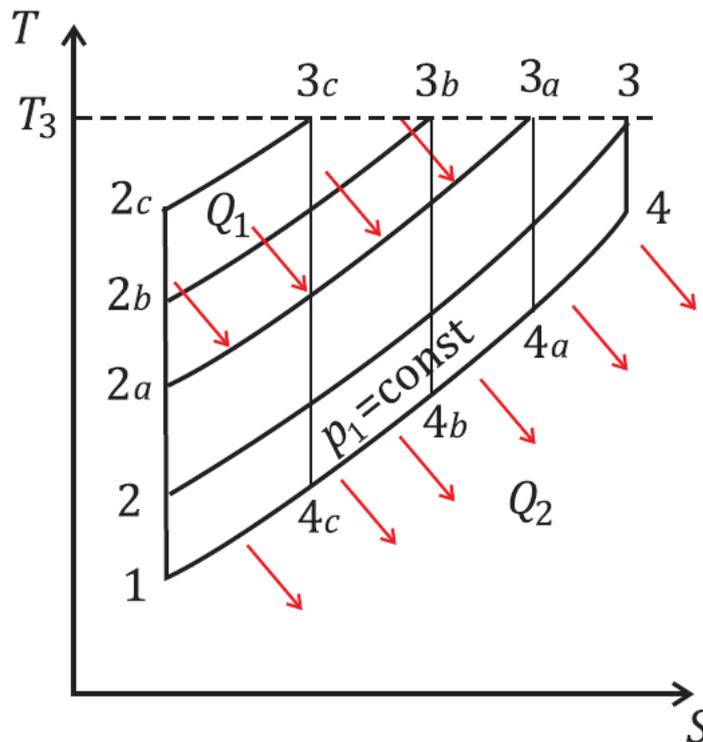


Рис. 12.5. Изменение цикла простой ГТУ при изменении давления p_2 и $T_3 = \text{const}$

Изменение площади обратимого цикла в T, s -диаграмме позволяет оценить изменение удельной работы цикла. Увеличение давления газа в камере сгорания от p_2 до p_{2a} и далее — до p_{2b} , p_{2c} сначала приводит к увеличению площади цикла, а затем, достигнув максимума, площадь цикла уменьшается. Это означает, что существует оптимальное значение давления p_2 , при котором удельная работа обратимого цикла ГТУ максимальна.

Пример 12.1

Определить термический КПД обратимого цикла простой ГТУ — цикла Брайтона, если температура газа перед газовой турбиной 800°C , а температура уходящих газов 340°C . Теплоемкость рабочего тела ГТУ считать постоянной во всем интервале рабочих температур ГТУ.

Решение

В формуле термического КПД простой ГТУ (12.7)

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{k-1}{k}}}$$

выражение $\beta^{\frac{k-1}{k}}$ — это отношение температур в адиабатных процессах 1-2 и 3-4:

$$\beta^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4}$$

Подставляя отношение температур в формулу для термического КПД, получаем

$$\eta_t = 1 - \frac{T_4}{T_3} = 1 - \frac{340+273,15}{800+273,15} = 0,429.$$

Ответ: $\eta_t = 0,429 = 42,9\%$.

Реальный (необратимый) цикл ГТУ отличается от идеального (обратимого) прежде всего наличием трения в процессах сжатия и расширения рабочего тела. В обратимых адиабатных процессах сжатия и расширения энтропия не изменяется, а в необратимых она возрастает. Поэтому на T, s -диаграмме (рис. 12.6) действительный процесс сжатия в компрессоре изображается линией 1-2д, а процесс расширения газа в турбине — линией 3-4д. Таким образом, необратимый цикл ГТУ, учитывающий трение в турбине и компрессоре, это цикл 1-2д-3-4д-1.

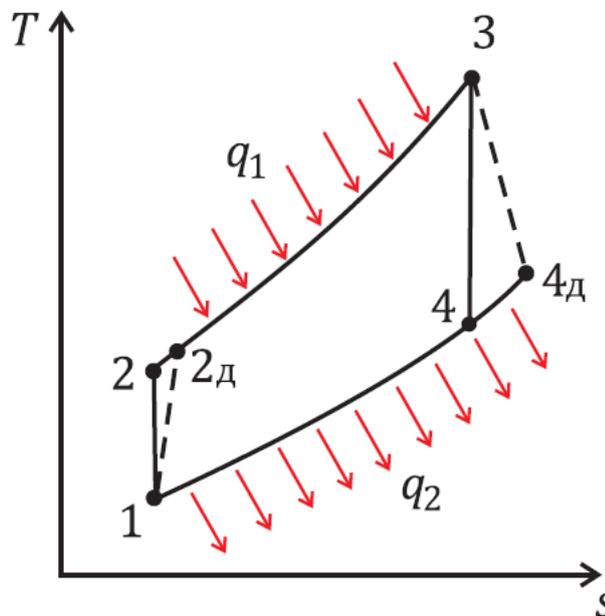


Рис. 12.6. Необратимый цикл простой ГТУ

Необратимость процессов в турбине и компрессоре учитывается внутренним относительным (адиабатным) КПД η_{oi} , который для турбины равен отношению реальной (действительной) работы в процессе 3-4д к работе обратимого процесса 3-4, а для компрессора — отношению работы обратимого процесса 1-2 к реальной (действительной) работе компрессора с учетом трения в процессе 1-2д

$$\eta_{oi}^T = \frac{l_T^д}{l_T} = \frac{h_3 - h_{4д}}{h_3 - h_4}; \quad \eta_{oi}^K = \frac{l_K}{l_K^д} = \frac{h_2 - h_1}{h_{2д} - h_1}. \quad (12.8)$$

Величины η_{oi}^K и η_{oi}^T всегда меньше единицы, для современных ГТУ они равны $0,85 \div 0,92$. Соотношения, позволяющие определить удельные работы

турбины и компрессора, могут быть получены из (12.8), а работа всей ГТУ – по соотношению, аналогичному (12.1):

$$l_T^A = h_3 - h_{4д} = (h_3 - h_4) \cdot \eta_{oi}^T,$$

$$l_K^A = h_{2д} - h_1 = \frac{h_2 - h_1}{\eta_{oi}^K}, \quad (12.9)$$

$$l_{ГТУ}^A = l_T^A - l_K^A = (h_3 - h_4) \cdot \eta_{oi}^T - \frac{h_2 - h_1}{\eta_{oi}^K}.$$

В реальном цикле 1-2д-3-4д-1 (рис. 12.6) теплота q_1^A подводится к рабочему телу в процессе 2д-3, поэтому

$$q_1^A = h_3 - h_{2д}, \quad (12.10)$$

в которой $h_{2д}$ вычисляется из (12.8)

$$h_{2д} = h_1 + \frac{h_2 - h_1}{\eta_{oi}^K}. \quad (12.11)$$

Мощности турбины, компрессора и всей ГТУ рассчитываются по действительным работам l_T^A и l_K^A (12.9) и массовым расходам m :

$$N_T = m \cdot l_T^A = m \cdot (h_3 - h_4) \cdot \eta_{oi}^T,$$

$$N_K = m \cdot l_K^A = m \cdot \frac{h_2 - h_1}{\eta_{oi}^K}, \quad (12.12)$$

$$N_{ГТУ} = m \cdot l_{ГТУ}^A = N_T - N_K.$$

Внутренний КПД необратимого цикла ГТУ определяется как отношение действительной работы цикла (12.9) к подведенной теплоте (12.10)

$$\eta_i = \frac{l_{ГТУ}^A}{q_1^A} = \frac{(h_3 - h_4) \eta_{oi}^T - \frac{h_2 - h_1}{\eta_{oi}^K}}{h_3 - h_{2д}}. \quad (12.13)$$

Как следует из (12.9) и (12.13), характеристики ГТУ ($l_{ГТУ}^A$, η_i) улучшаются, если T_3 , η_{oi}^T и η_{oi}^K увеличиваются, а T_1 уменьшается. Влияние внутренних относительных КПД турбины η_{oi}^T и компрессора η_{oi}^K достаточно очевидно: чем они больше, тем меньше необратимость процессов сжатия и расширения и тем больше удельная работа $l_{ГТУ}^A$ и внутренний КПД η_i необратимого цикла ГТУ.

Пример 12.2

Определить термический и внутренний КПД цикла, мощность турбины, компрессора и всей ГТУ, если $t_1 = 20^\circ\text{C}$, $p_1 = 100$ кПа, $p_2 = 800$ кПа, $t_3 = 800^\circ\text{C}$ (обозначения, как на рис. 12.6), $\eta_{oi}^T = 0,86$; $\eta_{oi}^K = 0,88$; $m = 12$ кг/с. Рабочее тело

ГТУ считать идеальным газом, обладающим свойствами воздуха. Задачу решить, используя таблицы [2, 3 или 5] или специальный «Калькулятор свойств газов» [6].

Решение

Расчет с использованием таблиц [3]

– по температуре $t_1 = 20^\circ\text{C}$ для воздуха определяются энтальпия $h_1 = 293,59$ кДж/кг и $s_1^0 = 6,8477$ кДж/(кг·К),

– рассчитывается $s_2^0 = s_1^0 + R \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} = 6,8477 + \frac{8,3145}{28,97} \cdot \ln \frac{0,8}{0,1} = 7,4445$ кДж/(кг·К),

– по $s_2^0 = 7,4445$ кДж/(кг·К) для воздуха определяется энтальпия $h_2 = 532,14$ кДж/кг,

– по температуре $t_3 = 800^\circ\text{C}$ для воздуха определяются энтальпия $h_3 = 1130,45$ кДж/кг и $s_3^0 = 8,2180$ кДж/(кг·К),

– рассчитывается $s_4^0 = s_3^0 - R \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} = 8,2180 - \frac{8,3145}{28,97} \cdot \ln \frac{0,8}{0,1} = 7,6211$ кДж/(кг·К),

– по $s_4^0 = 7,6211$ кДж/(кг·К) для воздуха определяется энтальпия $h_4 = 633,66$ кДж/кг.

Расчет с использованием «Калькулятора свойств газов» [6]

– по $t_1 = 20^\circ\text{C}$ ($T_1 = 293,15$ К) и $p_1 = 100$ кПа определяются для воздуха $h_1 = 293,59$ кДж/кг и $s_1 = 6,8477$ кДж/(кг·К),

– по $p_2 = 800$ кПа и $s_2 = s_1 = 6,8477$ кДж/(кг·К) находят $h_2 = 532,14$ кДж/кг,

– по $t_3 = 800^\circ\text{C}$ ($T_3 = 1073,15$ К) и $p_3 = p_2 = 800$ кПа определяются $h_3 = 1130,45$ кДж/кг, $s_3 = 7,6211$ кДж/(кг·К),

– по $p_4 = p_1 = 100$ кПа и $s_4 = s_3 = 7,6211$ кДж/(кг·К) определяется $h_4 = 633,66$ кДж/кг.

Термический КПД обратимого цикла ГТУ определяем по (12.6)

$$\eta_t = \frac{(h_3 - h_4) - (h_2 - h_1)}{h_3 - h_2} = \frac{(1130,45 - 633,66) - (532,14 - 293,59)}{1130,45 - 532,14} = 0,432.$$

Зная энтальпии всех характерных точек обратимого цикла ГТУ, рассчитываем мощность турбины, компрессора и ГТУ по (12.12):

$$N_T = m \cdot (h_3 - h_4) \cdot \eta_{oi}^T = 12 \cdot (1130,45 - 633,66) \cdot 0,86 = 5127 \text{ кВт} = 5,127 \text{ МВт},$$

$$N_K = m \cdot \frac{(h_2 - h_1)}{\eta_{oi}^K} = 12 \cdot \frac{(532,14 - 293,59)}{0,88} = 3253 \text{ кВт} = 3,253 \text{ МВт},$$

$$N_{ГТУ} = N_T - N_K = 5127 - 3253 = 1874 \text{ кВт} = 1,874 \text{ МВт}.$$

Из определения η_{oi}^K (12.8) следует (12.11)

$$h_{2Д} = h_1 + \frac{h_2 - h_1}{\eta_{oi}^K} = 1130,45 + \frac{532,14 - 293,59}{0,88} = 564,67 \text{ кДж/кг}.$$

Внутренний КПД необратимого цикла ГТУ (12.13)

$$\eta_i = \frac{(h_3 - h_4) \cdot \eta_{oi}^T - \frac{h_2 - h_1}{\eta_{oi}^K}}{h_3 - h_{2д}} = \frac{(1130,45 - 633,66) \cdot 0,86 - \frac{532,14 - 293,59}{0,88}}{1130,45 - 564,67} = 0,276.$$

Ответ: $N_T = 5,127$ МВт, $N_K = 3,253$ МВт, $N_{ГТУ} = 1,874$ МВт, $\eta_t = 0,432$, $\eta_i = 0,276$.

Влияние давления p_2 в камере сгорания на удельную работу $l_{ГТУ}^Д$ и внутренний КПД цикла ГТУ η_i достаточно сложно (рис. 12.7). Сначала с ростом p_2 работа ГТУ и внутренний КПД цикла увеличиваются, затем, пройдя максимум, уменьшаются и становятся равной нулю, когда

$$q_2^Д = q_1^Д, l_T^Д = l_K^Д,$$

а

$$l_{ГТУ}^Д = l_T^Д - l_K^Д = q_1^Д - q_2^Д = 0.$$

Максимум внутреннего КПД достигается при более высоком давлении p_2 , чем максимум удельной работы, а максимальные значения η_i и $l_{ГТУ}^Д$ тем больше, чем выше максимальная температура в цикле T_3 .

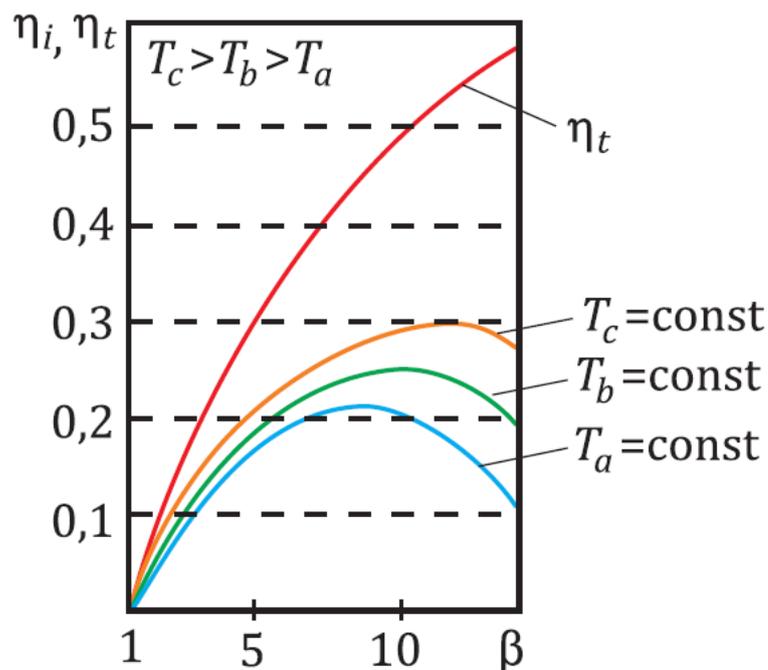


Рис. 12.7. Зависимость термического (η_t) и внутреннего (η_i) КПД цикла ГТУ при различных температурах T_3 в зависимости от $\beta = \frac{p_2}{p_1}$

При расчетах удельной работы и внутреннего КПД, величина потерь на трение в процессах сжатия и расширения составляла примерно 15% от величины работы в обратимых процессах (принималось $\eta_{oi}^T \approx \eta_{oi}^K \approx 0,85$).

Из уравнения (12.9) и (12.13) следует, что ГТУ может производить полезную работу только в том случае, если

$$l_{ГТУ}^Д = l_T \cdot \eta_{oi}^T - \frac{l_K}{\eta_{oi}^K} > 0,$$

или, что то же самое,

$$\eta_{oi}^T \cdot \eta_{oi}^K > \frac{l_K}{l_T}.$$

Т.е., произведение

$$\eta_{oi}^T \cdot \eta_{oi}^K,$$

не должно быть меньше некоторой величины, равной отношению работ

$$\frac{l_K}{l_T},$$

в обратимых процессах; только при этом условии ГТУ работоспособна.

В действительности, уменьшение работы и КПД цикла из-за трения, заметно больше. Поэтому игнорирование трения в турбине и компрессоре при расчете простой ГТУ может привести не только к ошибочным количественным результатам, но и качественно другим характеристикам, как это показано на рис. 12.7 и в примере 12.2.

Основными способами улучшения характеристик ГТУ является совершенствование проточной части турбины и компрессора (увеличение η_{oi}^K и η_{oi}^T) и повышение температуры газа перед турбиной T_3 , что достигается путем использования жаростойких материалов и теплозащитных покрытий, позволяющих использовать в ГТУ газы с температурой $T_3 = 850 \div 900^\circ\text{C}$. Для достижения более высоких температур газа (до 1500°C) используется охлаждение внутренних элементов газовой турбины отбором сжатого воздуха из компрессора, а при предельных температурах — охлаждением водяным паром.

Кроме того, рост КПД ГТУ возможен за счет усложнения схемы установки. Целью такого усложнения схемы является повышение средней температуры подвода теплоты и уменьшение средней температуры отвода теплоты в цикле, следствием чего будет повышение КПД цикла. К таким способам повышения КПД относят регенерацию, а также многоступенчатое сжатие воздуха в компрессоре и многоступенчатое расширение газа в турбине.

12.2. Цикл ГТУ с регенерацией

Невысокие значения КПД простых ГТУ в значительной степени объясняются высокими температурами газа, покидающего газовую турбину и выбрасываемого в окружающую среду (состояние 4д на рис. 12.6). Эта температура в современных ГТУ может достигать 500°C и более. Если при этом выполняется неравенство

$$T_{4д} > T_{2д},$$

то, очевидно, можно организовать подвод теплоты таким образом, чтобы сначала воздух нагревался за счет теплоты уходящих газов, а затем в камере сгорания за счет сжигания топлива. Подобное использование теплоты уходящих газов в ГТУ называется *регенерацией теплоты* или просто *регенерацией*.

На рис. 12.8 представлены принципиальная схема (а) и цикл ГТУ (б) с регенерацией теплоты. Из сравнения этой схемы со схемой ГТУ без регенерации (рис. 12.1) видно, что в ней добавлен только регенеративный теплообменник Р, в котором уходящие газы охлаждаются в процессе 4д-6д, нагревая при этом воздух, поступающий в камеру сгорания (процесс 2д-5д).

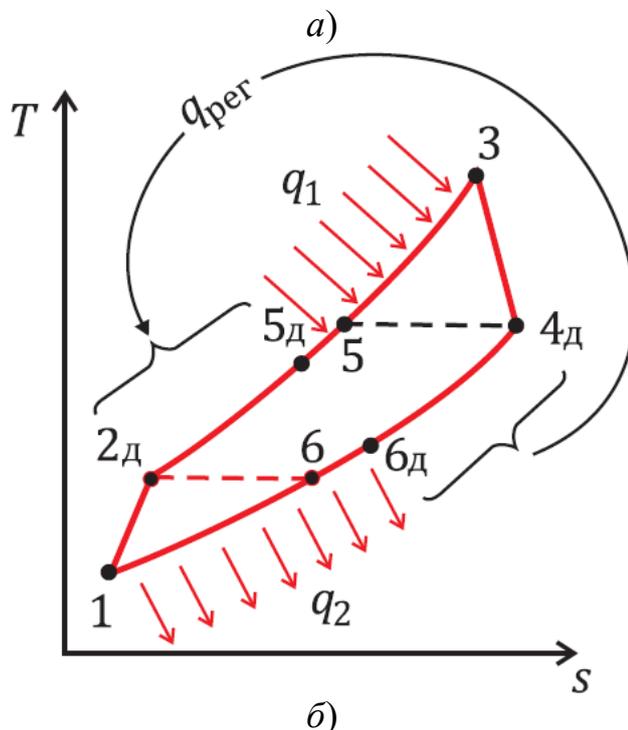
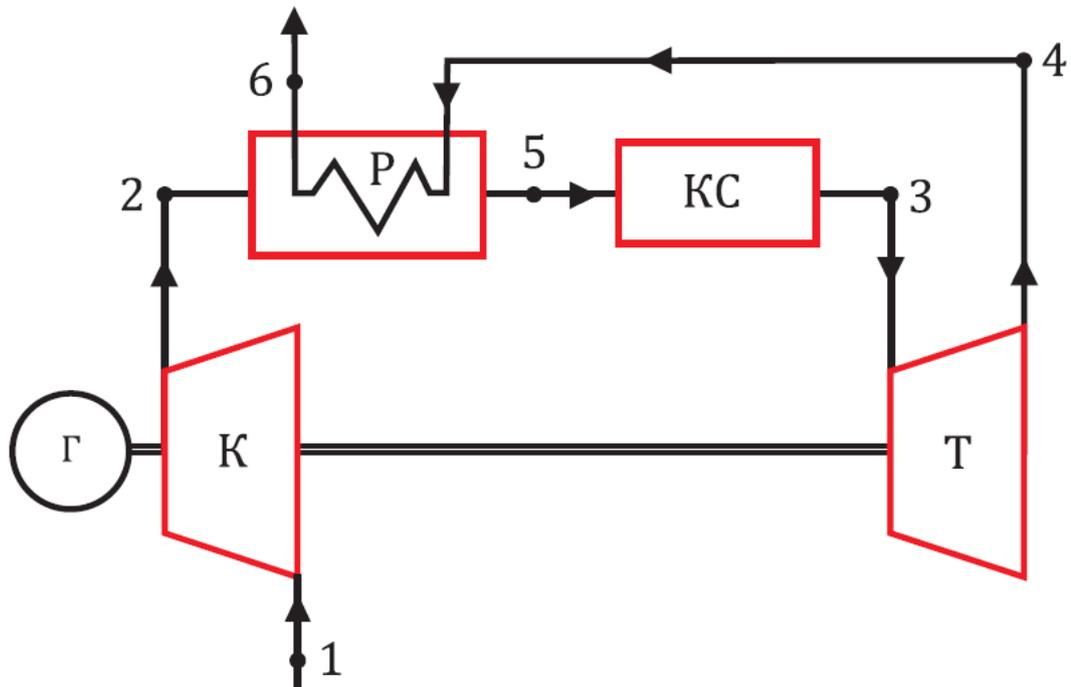


Рис. 12.8. Принципиальная схема (а) и цикл (б) ГТУ с регенерацией

Очевидно, что при такой схеме в регенеративном теплообменнике невозможно нагреть воздух до температур более высоких, чем

$$T_5 = T_{4д},$$

и охладить газ до температур, меньших, чем

$$T_6 = T_{2д}.$$

Вариант, когда газ охлаждается в регенеративном теплообменнике до температуры

$$T_6 = T_{2д},$$

а воздух нагревается до

$$T_5 = T_{4д},$$

называется *предельной регенерацией*. При этом в теплообменнике от газа к воздуху передается максимально возможная теплота регенерации

$$q_{\text{рег}}^{\text{пред}} = h_{4д} - h_6 = h_5 - h_{2д} = h_{4д} - h_{2д}. \quad (12.14)$$

Предельную регенерацию осуществить практически невозможно, так как при этом теплообмен между газом и воздухом должен происходить при бесконечно малой разности температур, для чего необходимы были бы бесконечно большие поверхности теплообмена. Понятно, что предельная регенерация (с теплообменом при бесконечно малой разности температур) — это термодинамически идеальный (обратимый) процесс.

В действительности воздух в регенеративном теплообменнике нагревается до температуры

$$T_{5д} < T_5,$$

а газ охлаждается до температуры

$$T_{6д} > T_6.$$

Такой реальный процесс теплообмена с конечной разностью температур является дополнительной (кроме выделения теплоты трения в компрессоре и турбине) причиной необратимости. В этом случае теплота регенерации, передаваемая от газа к воздуху в регенеративном подогревателе, равна

$$q_{\text{рег}} = h_{4д} - h_{6д} = h_{5д} - h_{2д}. \quad (12.15)$$

Как видно из рис. 12.8, б $q_{\text{рег}} < q_{\text{рег}}^{\text{пред}}$, а их отношение называется *степенью регенерации*

$$\sigma = \frac{q_{\text{рег}}}{q_{\text{рег}}^{\text{пред}}} = \frac{h_{4д} - h_{6д}}{h_{4д} - h_{2д}} = \frac{h_{5д} - h_{2д}}{h_{4д} - h_{2д}}. \quad (12.16)$$

Степень регенерации σ , как видно из (12.16), всегда меньше единицы. Предельной регенерации соответствует степень регенерации

$$\sigma = 1.$$

Схему простой ГТУ, изображенную на рис. 12.1, а, можно рассматривать как частный случай регенеративной схемы, в которой

$$\sigma = 0.$$

Так же, как и раньше, будем считать, что потери давления в регенеративном теплообменнике и камере сгорания отсутствуют, а цикл (рис. 12.8, б) состоит из двух необратимых адиабат (1-2д, 3-4д) и двух изобар (2д-3, 4д-1). Поэтому выражения для удельной работы турбины, компрессора и всей ГТУ с регенерацией останутся теми же, что и в схеме без регенерации: (12.9), (12.10), (12.13). а КПД цикла ГТУ с регенерацией повышается из-за уменьшения подведенной теплоты q_1

$$q_1 = h_3 - h_{5д}, \quad (12.17)$$

Чем выше степень регенерации σ (12.16), тем больше $h_{5д}$, тем меньше q_1 (12.17) и тем больше внутренний КПД цикла

$$\eta_i = \frac{l_T^д - l_K^д}{q_1} = \frac{(h_3 - h_4) \cdot \eta_{oi}^T - \frac{h_2 - h_1}{\eta_{oi}^K}}{h_3 - h_{5д}}. \quad (12.18)$$

Степень регенерации σ можно рассматривать как величину, характеризующую необратимость процесса теплообмена в регенеративном теплообменнике: чем больше σ , тем меньше необратимость и, при прочих равных условиях, тем больше внутренний КПД цикла ГТУ (рис. 12.9).

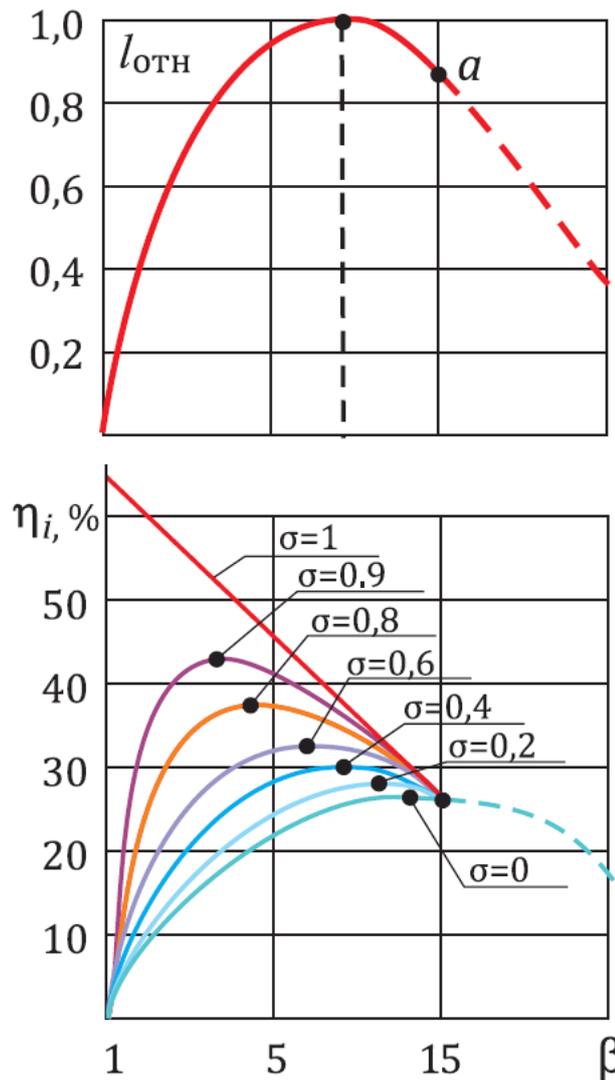


Рис. 12.9. Зависимость относительной работы $l_{отн}$ и внутреннего КПД η_i ГТУ с регенерацией от β ($l_{отн} = \frac{l_{ГТУ}}{l_{ГТУ}^{max}}$, $\beta = \frac{p_2}{p_1}$, p_2 — давление газа в камере сгорания)

Одновременно с ростом КПД, увеличение степени регенерации σ сопровождается увеличением размеров регенеративного теплообменника; при

$$\sigma = 1$$

поверхность теплообмена должна быть бесконечно большой. Увеличение поверхности теплообмена приводит к росту гидравлического сопротивления потоку газа и, как следствие этого, к уменьшению давления газа перед турбиной p_3 и к росту давления газа за турбиной p_4 , что должно привести к уменьшению работы турбины, работы ГТУ и внутреннего КПД цикла. Предварительные расчеты показывают, что увеличение степени регенерации выше

$$\sigma = 0,9$$

уменьшает перепад давлений на газовой турбине настолько, что удельная работа и внутренний КПД цикла ГТУ с регенерацией начинают уменьшаться. Кроме того, при больших значениях степени регенерации

$$\sigma \approx 0,9$$

теплообменник системы регенерации становится чрезвычайно большим. Выбор оптимальной степени регенерации в таких случаях необходимо проводить с учетом технико-экономических характеристик ГТУ.

Для оценки влияния давления в камере сгорания p_2 на величину КПД ГТУ прежде всего установим область давлений p_2 , при которых можно осуществить регенерацию. Очевидно, что при небольших значениях давления p_2 регенерация возможна, т.к.

$$T_{4д} > T_{2д}$$

(см. рис. 12.8, б или цикл 1-2-3-4 на рис. 12.5). При повышении давления p_2 температуры $T_{4д}$ и $T_{2д}$ сближаются и при некотором давлении p_a , соответствующем $\beta_a = 15$ на рис. 12.9, становятся одинаковыми:

$$T_{4д} = T_{2д}$$

При таких и более высоких давлениях

$$p_2 \geq p_a, \beta \geq \beta_a,$$

как это видно на рис. 12.5, $T_{4б} \leq T_{2б}$, регенерация невозможна.

На рис. 12.9 приведены графики зависимости внутреннего КПД цикла ГТУ от давления в камере сгорания для различных значений степени регенерации σ , рассчитанных по (12.18) для $t_1 = 20^\circ\text{C}$, $t_3 = 850^\circ\text{C}$, $\eta_{oi}^T = \eta_{oi}^K = 0,85$. Кривая

$$\sigma = 0$$

на рис. 12.9 соответствует циклу ГТУ без регенерации, а линия

$$\sigma = 1$$

— циклу ГТУ с предельной регенерацией. Точка a на рис. 12.9 соответствует циклу, в котором

$$T_{4д} = T_{2д}, p_2 = p_a, \beta = \beta_a.$$

Все линии с разными значениями степени регенерации σ сходятся в одной точке, т.к. в этом случае регенерация становится невозможной

$$T_{4д} = T_{2д}$$

КПД таких циклов должны быть одинаковыми и равняться величине КПД цикла без регенерации

$$\sigma = 0.$$

Из сопоставления кривых на рис. 12.9 видно, что регенерация теплоты не дает существенного выигрыша в КПД при низких степенях регенерации, и лишь при

$$\sigma > 0,8$$

прирост КПД ощутим.

Необходимо заметить, что ГТУ с регенерацией обладают и некоторыми недостатками. Так, регенерация с высокими значениями σ требует создания громоздких регенеративных теплообменников, которые сводят «на нет» достоинства простых ГТУ — простоту и компактность. Кроме того, при больших σ увеличиваются гидравлические потери в процессах подвода и отвода теплоты и уменьшаются (по сравнению с графиками на рис. 12.8) величины удельной работы и внутреннего КПД ГТУ. Хотя регенерация теплоты уходящих газов может улучшить КПД ГТУ, указанные недостатки сдерживают развитие установок, созданных по таким схемам; их в настоящее время существенно меньше, чем простых ГТУ.

12.3. ГТУ с многоступенчатым сжатием и расширением рабочего тела

В схеме ГТУ с многоступенчатым сжатием и расширением рабочего тела воздух сжимается в многоступенчатом компрессоре. Многоступенчатым компрессором будем называть такой компрессор (см. §10.3), в котором процессы сжатия воздуха в ступенях чередуются с процессами его охлаждения. Аналогично, под многоступенчатой турбиной будем понимать такую турбину, в которой процессы расширения газа в ступенях чередуются с процессами подвода теплоты в дополнительных камерах сгорания. Поскольку в первую камеру сгорания подается воздух в количестве, примерно в три раза превышающем минимально необходимое для осуществления химической реакции окисления топлива, то в последующие камеры сгорания поступает газ, содержащий достаточное количество воздуха для окисления топлива.

В ГТУ такого типа может быть несколько ступеней сжатия и расширения; в настоящее время их число не превышает трех. При двухступенчатом сжатии эти ступени обычно называют компрессорами низкого и высокого давлений (КНД и КВД), при трехступенчатом сжатии — компрессорами низкого, среднего и высокого давлений (КНД, КСД и КВД); ступени турбины при двухступенчатом расширении называют турбинами высокого и низкого давлений (ТВД и ТНД). На рис. 12.10 представлена принципиальная схема ГТУ с двухступенчатым сжатием и двухступенчатым расширением, а на рис. 12.11 — цикл, совершаемый рабочим телом этой установки.

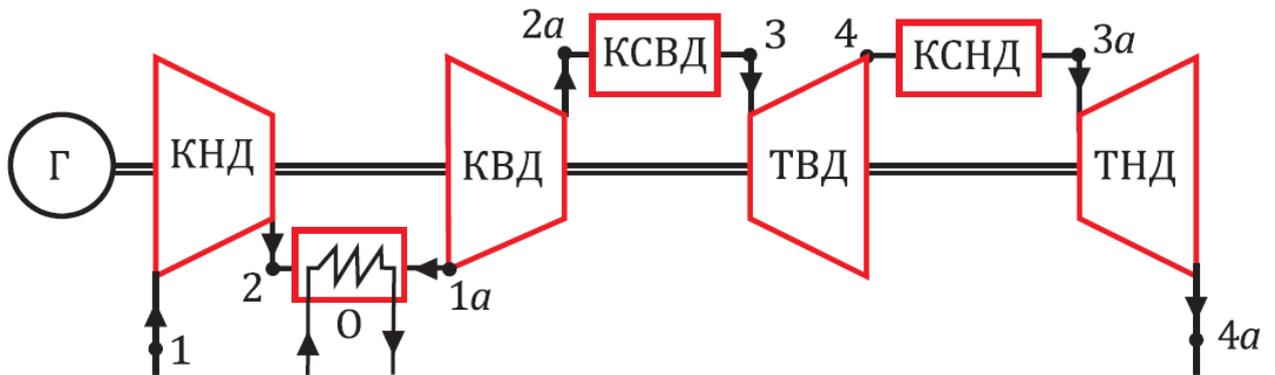


Рис. 12.10. Принципиальная схема ГТУ с двухступенчатым сжатием и двухступенчатым расширением рабочего тела.

Воздух из окружающей среды (состояние 1) поступает в компрессор низкого давления (КНД), где его давление адиабатно повышается от p_1 до p_2 , аналогично процессу 1-2д на рис. 12.6. В промежуточном охладителе О воздух охлаждается в изобарном процессе 2д-1а до температуры T_{1a} , близкой к T_1 . В дальнейшем будем считать, что температуры воздуха после промежуточных охладителей одинаковы и равны температуре окружающего воздуха T_1 . В компрессоре высокого давления (КВД) давление воздуха повышается адиабатно в процессе 1а-2ад и поступает в камеру сгорания высокого давления (КСВД), где так же, как и в простой ГТУ, в результате сгорания топлива температура рабочего тела повышается до T_3 . После адиабатного расширения газа (процесс 3-4д) в турбине высокого давления (ТВД) в камере сгорания низкого давления (КСНД) температура газов повышается до температуры

$$T_{3a} = T_3.$$

В турбине низкого давления (ТНД) газы адиабатно расширяются до первоначального давления p_1 (процесс 3а-4ад) и газы в состоянии 4ад покидают ГТУ.

Выражение для удельной работы такой ГТУ (рис. 12.10) имеет вид

$$l_{ГТУ}^Д = (l_{ТВД}^Д + l_{ТНД}^Д) - (l_{КНД}^Д + l_{КВД}^Д), \quad (12.19)$$

где $l_{ТВД}^Д = h_3 - h_{4д}$; $l_{ТНД}^Д = h_{3а} - h_{4ад}$; $l_{КНД}^Д = h_{2д} - h_1$; $l_{КВД}^Д = h_{2ад} - h_{1а}$.

Подведенная к циклу в камерах сгорания теплота

$$q_1 = q_{КСВД} + q_{КСНД} = (h_3 - h_{2ад}) + (h_{3а} - h_{4д}), \quad (12.20)$$

и отведенная от него в промежуточном охладителе О и с уходящими газами теплота

$$q_2 = q_0 + q_{ух.г} = (h_{2д} - h_{1а}) + (h_{4ад} - h_1), \quad (12.21)$$

позволяют рассчитать внутренний КПД такой ГТУ одним из двух способов:

$$\eta_i^{\text{ГТУ}} = \frac{l_{\text{ГТУ}}^{\text{д}}}{q_1},$$

или

(12.22)

$$\eta_i^{\text{ГТУ}} = 1 - \frac{q_2}{q_1},$$

в которых $l_{\text{ГТУ}}^{\text{д}}$ определяется по (12.19), q_1 — по (12.20) и q_2 — по (12.21).

Рассмотрим выражение (12.19) с точки зрения получения максимальной удельной работы цикла для произвольного количества ступеней турбины и компрессора. Очевидно, что удельная работа ГТУ будет максимальной, когда суммарная работа всех турбин будет максимальной, а суммарная работа всех компрессоров минимальной. Для обеспечения минимума работы многоступенчатого компрессора при условии, что температуры воздуха на входе в каждую ступень компрессора одинаковы

$$T_1 = T_{1a},$$

необходимо, чтобы степени повышения давления β_i всех ступеней компрессора были одинаковыми (10.19); в нашем случае

$$\beta_{\text{КНД}} = \beta_{\text{КВД}} = \sqrt{\beta}, \quad (12.23)$$

где $\beta_{\text{КНД}} = \frac{p_2}{p_1}$, $\beta_{\text{КВД}} = \frac{p_{2a}}{p_{1a}}$, $\beta = \frac{p_{\text{max}}}{p_{\text{min}}}$.

Условие (12.23) означает, что температуры воздуха на выходе из каждой ступени компрессора при обратимом сжатии будут одинаковыми, т.к.

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}.$$

А если КПД каждой ступени компрессора $\eta_{oi}^{\text{К}}$ также будут одинаковыми, то и температуры воздуха на выходе из каждой ступени компрессора при необратимом сжатии также будут одинаковыми, т.к.

$$h_{2\text{д}} = h_1 + \frac{h_2 - h_1}{\eta_{oi}^{\text{К}}},$$

а энтальпия $h_{2\text{д}}$ идеального газа зависит только от температуры. Следовательно,

$$T_{2\text{д}} = T_{2a\text{д}}.$$

Аналогично могут быть получены соотношения, при которых удельная работа двухступенчатой турбины будет максимальной,

$$\beta_{\text{ТВД}} = \beta_{\text{ТНД}} = \sqrt{\beta}, \quad T_{4\text{д}} = T_{4a\text{д}}, \quad (12.24)$$

где

$$\beta_{\text{ТВД}} = \frac{p_3}{p_4},$$

$$\beta_{\text{ТНД}} = \frac{p_{3a}}{p_{4a}}.$$

Таким образом, для достижения максимальной величины работы необходимо, чтобы степени повышения давления во всех ступенях компрессора были бы одинаковыми, равно как и степени понижения давления у всех ступеней турбины.

Очевидно, что условия (12.23) и (12.24), а также равенство внутренних КПД всех ступеней компрессора и внутренних относительных КПД всех ступеней турбины означают равенство температур воздуха после каждой ступени компрессора и равенство температур газа после каждой ступени турбины (как на рис. 12.11), а также равенство удельных работ всех ступеней турбины и всех ступеней компрессора.

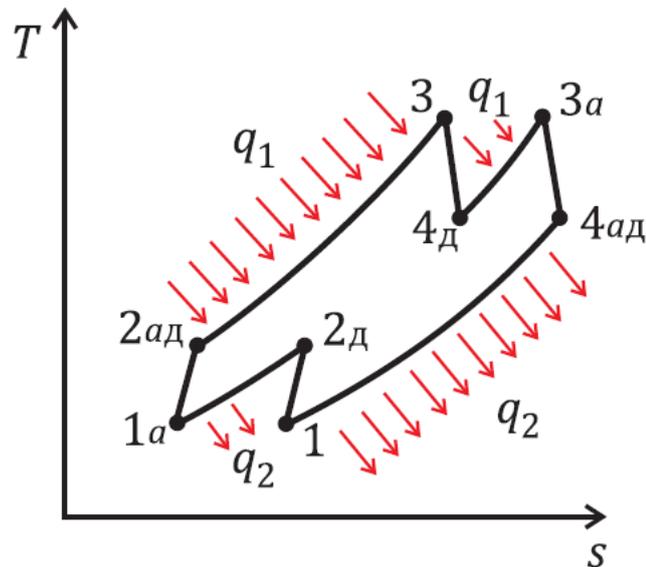


Рис. 12.11. Цикл ГТУ с двухступенчатым сжатием и двухступенчатым расширением рабочего тела, соответствующий максимальной работе ГТУ

КПД ГТУ с многоступенчатым сжатием и расширением может быть и больше тех значений, которые получаются при выборе промежуточных давлений p_2 и p_4 согласно (12.22) и (12.23), если изменить эти давления. Действительно, равенство степеней повышения давления всех ступеней компрессора (12.23) и всех ступеней турбины (12.24) — это условие получения максимальной работы ГТУ. Если сохранить общую степень повышения давления

$$\beta = \frac{p_{\text{max}}}{p_{\text{min}}},$$

которая при любом распределении давлений в рассматриваемой схеме (рис. 12.10) должна равняться

$$\beta = \beta_{\text{кнд}} \cdot \beta_{\text{квд}} = \beta_{\text{ТВД}} \cdot \beta_{\text{ТНД}},$$

и перераспределить $\beta_{\text{КНД}}$ и $\beta_{\text{КВД}}$, а также $\beta_{\text{ТВД}}$ и $\beta_{\text{ТНД}}$ так, чтобы в последних ступенях компрессора (КВД) и турбины (ТНД) увеличить $\beta_{\text{КВД}}$ и $\beta_{\text{ТНД}}$ за счет пропорционального уменьшения $\beta_{\text{КНД}}$ и $\beta_{\text{ТВД}}$, то температура воздуха перед КСВД увеличится (состояние $2_{ад}$ на рис. 12.12), а температура уходящих газов (состояние $4_{ад}$ на рис. 12.12) уменьшится. В результате, средняя температура подвода теплоты $T_{1\text{ср}}$ в цикле увеличится, средняя температура отвода теплоты в цикле $T_{2\text{ср}}$ уменьшится, а КПД цикла увеличится при некотором уменьшении работы цикла.

На рис. 12.12 изображен цикл ГТУ с двухступенчатым сжатием и двухступенчатым расширением, у которого промежуточные давления выбраны так, чтобы внутренний КПД цикла оказался максимальным. В таком цикле работа последних ступеней турбины ($3а-4_{ад}$) и компрессора ($1а-2_{ад}$) больше, чем у предыдущих ступеней:

$$l_{\text{КВД}} > l_{\text{КНД}}; l_{\text{ТНД}} > l_{\text{ТВД}}.$$

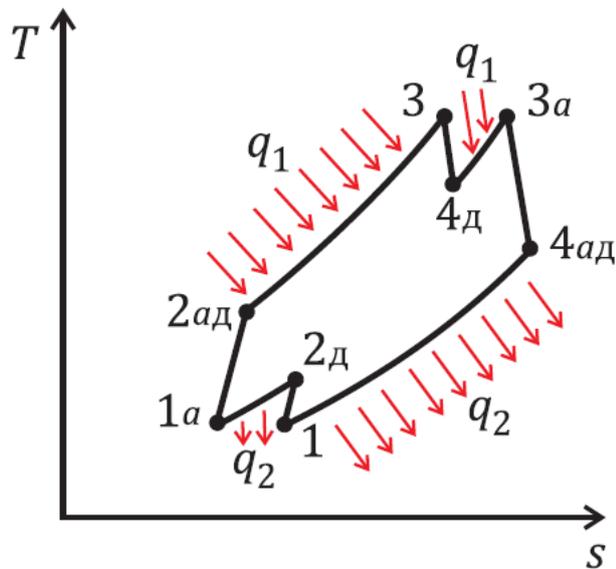


Рис. 12.12. Цикл ГТУ с 2-х ступенчатым сжатием и 2-х ступенчатым расширением, соответствующий максимальному КПД цикла ГТУ

В качестве примера: для схемы с двухступенчатым сжатием и двухступенчатым расширением, неизменным максимальным давлением в цикле ($\beta = 50,7$) и разными промежуточными давлениями приведены результаты расчета КПД двух ГТУ. Если промежуточные давления выбраны так, что

$$\beta_{\text{КНД}} = \beta_{\text{КВД}} = 7,1$$

и

$$\beta_{\text{ТВД}} = \beta_{\text{ТНД}} = 7,1,$$

то удельная работа такого цикла ГТУ максимальна, а КПД равен $\eta_i = 31,0\%$. Перераспределив давления так, что $\beta_{\text{КНД}} = 3,1$ и $\beta_{\text{КВД}} = 16,6$, $\beta_{\text{ТВД}} = 3,1$ и $\beta_{\text{ТНД}} = 16,6$, КПД ГТУ возрастает до $\eta_i = 35,5\%$.

Следует отметить, что несмотря на более высокие значения КПД у ГТУ, работающих по сложным циклам, предпочтение обычно отдается ГТУ, работающим по простому циклу — циклу Брайтона, КПД которых достигли уровня 40%, а большинство созданных к настоящему времени установок — это простые ГТУ. Достоинства таких ГТУ — использование в качестве рабочего тела атмосферного воздуха, компактность, малый удельный вес (вес, отнесенный к единице мощности) и мобильность (время запуска).

12.5. Замкнутые ГТУ

Во всех рассмотренных схемах ГТУ газом, поступающим в компрессор ГТУ служит воздух. Воздух как рабочее тело, кроме его дешевизны, обладает двумя уникальными достоинствами. Во-первых, воздух, являясь окислителем топлива, допускает «внутреннее» сгорание топлива (внутри установки, внутри камеры сгорания), что позволяет заметно повысить верхнюю температуру цикла. Во-вторых, отвод теплоты в окружающую среду возможен чрезвычайно простым способом — выбрасыванием в окружающую среду отработавших газов.

Если попытаться создать ГТУ с другим рабочим телом (например, гелием), то в этой установке необходимо изменить конструкцию устройств для подвода теплоты q_1 и добавить устройство для отвода теплоты q_2 . Естественно, что схема такой ГТУ, в отличие от представленной на рис. 12.1, должна быть замкнутой. Принципиальная схема замкнутой ГТУ приведена на рис. 12.13. Здесь также, как и на рис. 12.1, есть компрессор К, турбина Т и электрогенератор Г, преобразующий механическую работу в электроэнергию. Вместо камеры сгорания в замкнутой ГТУ установлен нагреватель Н, в котором проходящий по трубкам газ нагревается за счет внешнего источника теплоты. В охладителе О газ, охлаждаясь до первоначальной температуры, отдает теплоту q_2 окружающей среде.

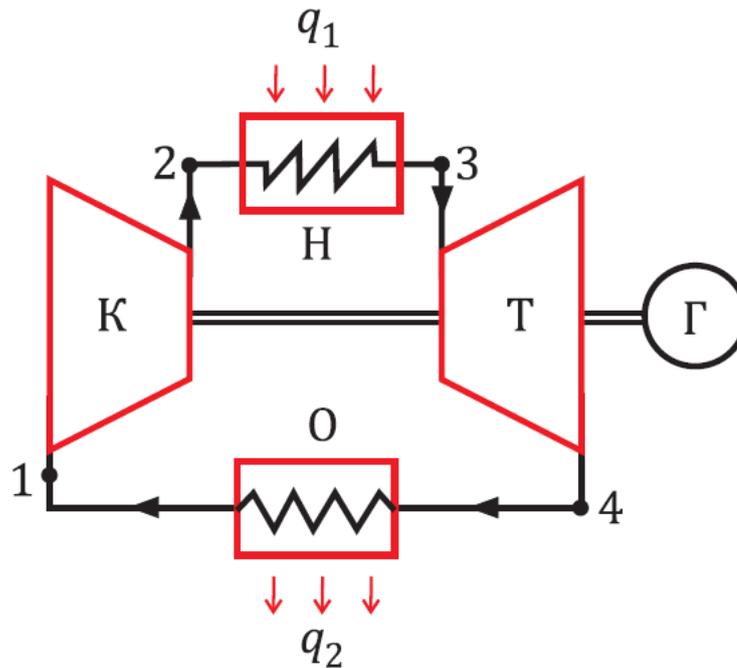


Рис. 12.13. Принципиальная схема замкнутой ГТУ

Так же, как и в разомкнутой схеме (рис. 12.1, *a*), здесь осуществляется цикл, состоящий из двух адиабат и двух изобар, подобный циклам, изображенным на рис. 12.1, *б* и 12.6. Поэтому все соотношения, полученные выше для разомкнутых схем, справедливы и для замкнутых ГТУ. Также возможны замкнутые ГТУ с регенерацией и многоступенчатым сжатием и расширением рабочего тела.

Отметим преимущества и недостатки замкнутых схем. К преимуществам замкнутых ГТУ относится, во-первых, возможность повышения в несколько раз начального давления газа перед компрессором. Это приводит к повышению плотности газа (при сохранении отношения давлений β), к увеличению его массового расхода (при сохранении объемного расхода) и, следовательно, к увеличению мощности ГТУ. Во-вторых, рабочее тело замкнутых ГТУ более чистое и не содержит сажу и другие твердые частицы (это было при наличии камеры сгорания), поэтому отсутствует эрозия лопаток турбин и внутренний относительный КПД турбины может быть выше. Кроме того, отсутствие сажи увеличивает коэффициент теплопередачи в регенеративных теплообменниках и позволяет поднять степень регенерации σ . В-третьих, при использовании нагревателя вместо камеры сгорания можно применять не только жидкое и газообразное топливо, но и другие виды топлив. В качестве источника тепла может быть использован и атомный реактор (при этом в проектах в качестве рабочего тела предполагалось использование гелия).

К недостаткам замкнутых ГТУ необходимо, во-первых, отнести наличие громоздких нагревателя и охладителя рабочего тела. Поэтому замкнутые ГТУ не имеют тех достоинств — компактность, простота и т.п., которые выгодно отличают простые ГТУ. Кроме того, из-за «внешнего» сгорания топлива и

передачи теплоты через поверхность труб рабочему телу в нагревателе максимальная температура рабочего тела заметно меньше, чем в разомкнутых ГТУ. Естественно, что это существенно снижает КПД таких установок.

12.6. Циклы теплофикационных ГТУ (циклы ГТУ-ТЭЦ)

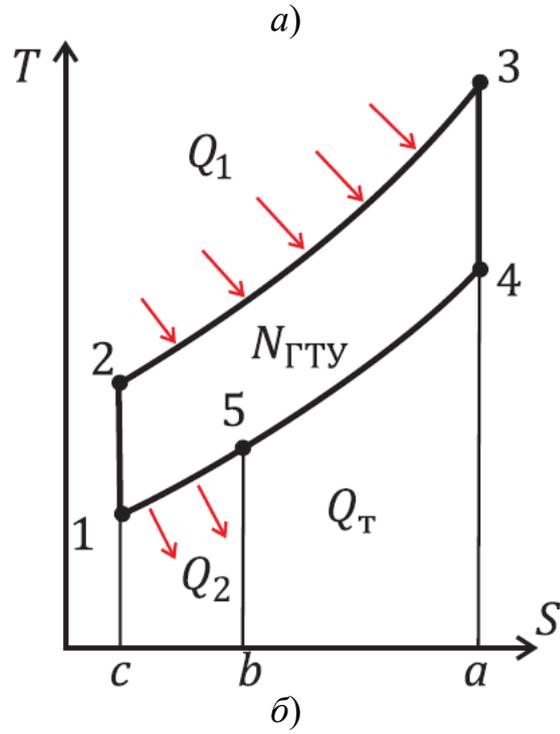
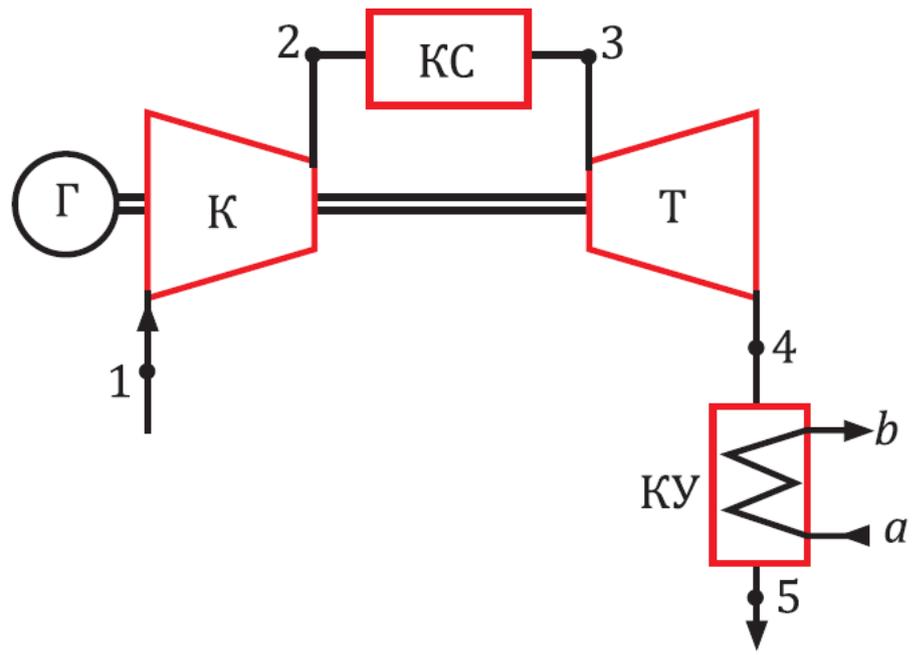
Одним из основных недостатков простых ГТУ является высокая температура уходящих газов, достигающая у некоторых установок до 500°C . Использование теплоты уходящих газов делает ГТУ производителем работы и теплоты для промышленного или бытового потребителя. Если же при этом произведенная установкой работа превращается в электроэнергию, то такое комбинированное производство электроэнергии и теплоты будем называть газотурбинными ТЭЦ (ГТУ-ТЭЦ), по аналогии с паротурбинными ТЭЦ (ПТУ-ТЭЦ). Для комбинированного производства электроэнергии и теплоты наряду с термином теплофикация используется термин *когенерация (cogeneration)*, который появился после создания первых ГТУ-ТЭЦ, и который сейчас применяется также для ПТУ-ТЭЦ.

Принципиальная схема ГТУ-ТЭЦ приведена на рис. 12.14, *а*. Здесь в дополнение к элементам простой ГТУ (газовая турбина Т, компрессор К, камера сгорания КС и электрогенератор Г) установлен котел-утилизатор КУ, в котором теплота уходящих газов передается воде, которая нагревается от состояния *а* до состояния *б*. В состоянии *б* это может быть и вода, но может быть и водяной пар. Уходящие из КУ газы в состоянии 5 выбрасываются в окружающую среду.

Обратимый цикл ГТУ 1-2-3-4-1 на рис. 12.14, *б* изобразим, как на рис. 12.2, но добавим состояние 5. Т.к. все процессы на рис. 12.14, *б* обратимые, то подведенная к циклу теплота Q_1 — это площадь 2-3-а-с-2, работа (мощность N) ГТУ — пл. 1-2-3-4-1, теплота передаваемая тепловому потребителю Q_T в процессе 4-5 — это пл. 4-5-б-а-4, а теплота Q_2 , выбрасываемая в окружающую среду с уходящими газами — это пл. 1-5-б-с-1. На рис. 12.14, *б* хорошо видно, что в ГТУ (в схеме без КУ) на производство работы (пл. $N_{\text{ГТУ}}$) затрачивалась та же теплота Q_1 (пл. 2-3-а-с-2), а разность

$$Q_1 - N_{\text{ГТУ}},$$

равная пл. 1-4-а-с-1, выбрасывалась в окружающую среду.



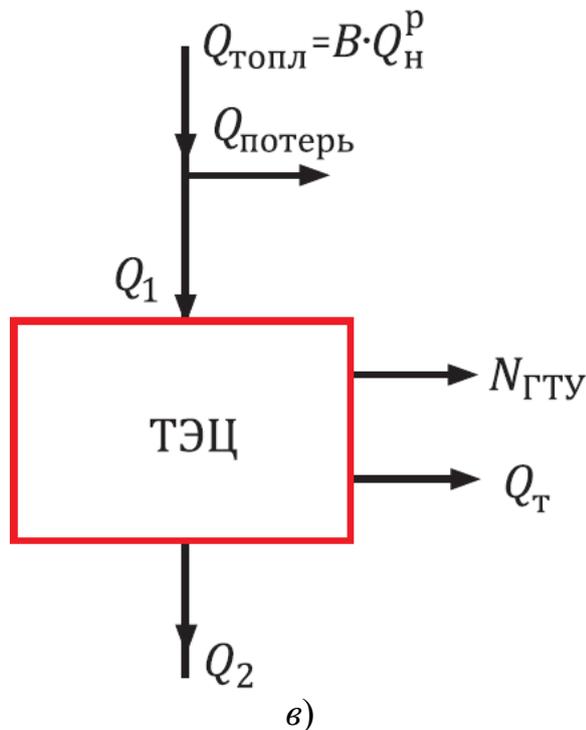


Рис. 12.14. Принципиальная схема (а), обратимый цикл (б) и схема потоков энергии (в) ГТУ-ТЭЦ

Схема потоков энергии ГТУ-ТЭЦ приведена на рис. 12.14, в. Теплота Q_1 образуется при сгорании топлива

$$Q_{\text{топл}} = B \cdot Q_{\text{н}}^{\text{p}},$$

где B — массовый расход топлива, кг/с; $Q_{\text{н}}^{\text{p}}$ — теплота сгорания топлива, кДж/кг), которая, за вычетом небольших потерь теплоты в камере сгорания ($Q_{\text{потерь}}$), подводится к рабочему телу — воздуху. Подведенная за 1 секунду теплота Q_1 , расходуется на получение ежесекундной работы (мощности $N_{\text{ГТУ}}$) и передачу за 1 секунду тепловому потребителю теплоты в количестве $Q_{\text{т}}$. Оставшаяся часть Q_2 отводится с уходящими из КУ газами в окружающую среду. Таким образом,

$$Q_1 = N_{\text{ГТУ}} + Q_{\text{т}} + Q_2. \quad (12.25)$$

Для оценки эффективности ГТУ-ТЭЦ можно использовать коэффициент использования теплоты топлива, который иногда называют коэффициентом полезного действия теплофикационных схем и циклов,

$$K_{\text{ит}} = \frac{N_{\text{ГТУ}} + Q_{\text{т}}}{Q_1}, \quad (12.26)$$

который всегда меньше единицы, т.к. числитель формулы (12.25), в соответствии с (12.25), всегда меньше знаменателя Q_1 на величину Q_2 .

Термодинамическое совершенство схем оценивается эксергетическим КПД, который для ГТУ-ТЭЦ представляет собой отношение произведенной эксергии теплоты и работы к потребляемой эксергии топлива

$$\eta_{ex} = \frac{E(N_{ГТУ}) + E(Q_T)}{E(Q_{топл})} = \frac{N_{ГТУ} + \tau \cdot Q_T}{B \cdot Q_H^p}, \quad (12.27)$$

$$\tau = 1 - \frac{T_{oc}}{T_{a-b}}, \quad (12.28)$$

где τ — эксергетическая (температурная) функция, T_{oc} — температура окружающей среды (для ГТУ — это температура окружающего воздуха T_1), T_{a-b} — средняя температура подвода теплоты к воде в процессе $a-b$:

$$T_{a-b} = \frac{h_b - h_a}{s_b - s_a}.$$

Для оценки доли теплоты, которая полезно используется, по отношению к теплоте, выбрасываемой в окружающую среду при отсутствии котла-утилизатора, вводится КПД КУ, который для обратимого цикла ГТУ-ТЭЦ, изображенного на рис 12.14б, имеет вид

$$\eta_{КУ} = \frac{Q_T}{Q_T^{\max}} = \frac{D \cdot (h_4 - h_5)}{D \cdot (h_4 - h_1)} = \frac{h_4 - h_5}{h_4 - h_1}. \quad (12.29)$$

Необратимый (действительный) цикл ГТУ-ТЭЦ (рис. 12.15), также как необратимый цикл ГТУ, отличается от обратимого цикла ГТУ-ТЭЦ (рис. 12.14, б) необратимостью процессов сжатия воздуха в компрессоре и расширения газа в турбине. Действительные работы и мощности турбины, компрессора и всей ГТУ-ТЭЦ, а также подведенная теплота Q_1 определяются так же, как и для необратимого цикла ГТУ:

$$l_T^D = (h_3 - h_4) \eta_{oi}^T; l_K^D = \frac{h_2 - h_1}{\eta_{oi}^K}; l_{ГТУ}^D = l_T^D - l_K^D; q_1 = h_3 - h_{2d}, \quad (12.30)$$

$$N_T = D \cdot l_T^D; N_K = D \cdot l_K^D; N_{ГТУ} = D \cdot l_{ГТУ}^D = N_T - N_K; Q_1 = D \cdot q_1. \quad (12.31)$$

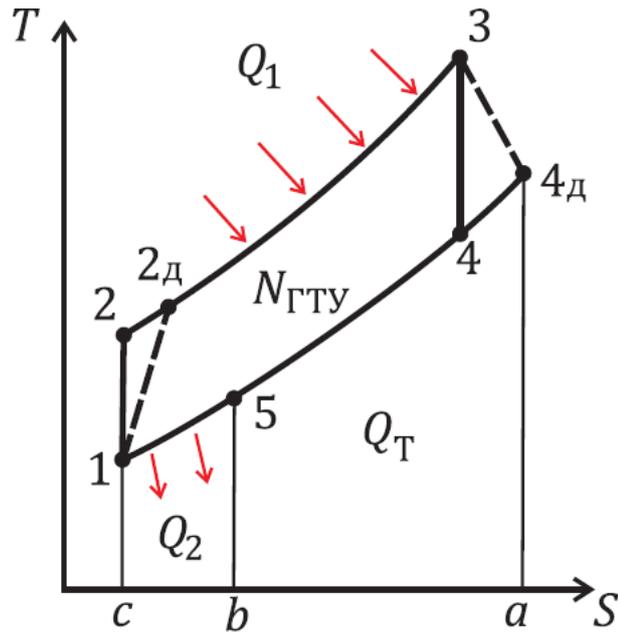


Рис. 12.15. Необратимый цикл ГТУ-ТЭЦ

Теплота Q_T , передаваемая в котле-утилизаторе тепловому потребителю в процессе 4д-5

$$q_T = h_{4д} - h_5; Q_T = D \cdot q_T, \quad (12.32)$$

и состояние 5 могут быть найдены, если известен КПД котла-утилизатора

$$\eta_{КУ} = \frac{Q_T}{Q_T^{\max}} = \frac{D \cdot (h_{4д} - h_5)}{D \cdot (h_{4д} - h_1)} = \frac{h_{4д} - h_5}{h_{4д} - h_1}. \quad (12.33)$$

Решив уравнение (12.33) и определив энтальпию в состоянии 5, рассчитывается теплота Q_T (12.32), потери теплоты с уходящими газами

$$q_2 = h_5 - h_1; Q_2 = D \cdot q_2, \quad (12.34)$$

коэффициент использования теплоты топлива $K_{ит}$ (12.26) и эксергетический КПД ГТУ-ТЭЦ (12.27).

Пример 12.3

Определить мощность, термический и внутренний КПД ГТУ в схеме ГТУ-ТЭЦ, если параметры воздуха перед компрессором $p_1 = 90$ кПа и $T_1 = 280$ К, степень повышения давления воздуха в компрессоре $\beta = 6,0$, температура газа перед турбиной $T_3 = 1120$ К, внутренние относительные КПД турбины и компрессора равны $\eta_{oi}^T = 0,83$ и $\eta_{oi}^K = 0,85$, расход газа 50 кг/с. Определить теплоту, передаваемую тепловому потребителю за единицу времени и каким будет коэффициент использования теплоты топлива ГТУ-ТЭЦ, если параметры ГТУ сохранились такими же, а КПД котла-утилизатора 0,65. Рабочее тело ГТУ считать идеальным газом, обладающим свойствами

воздуха. Задачу решить, используя одну из таблиц [2, 3 или 5] или специальный «Калькулятор свойств газов» [6].

Решение

Для определения мощности и КПД цикла ГТУ необходимо найти энтальпии всех характерных точек цикла (см. рис. 12.14).

Расчет с использованием таблиц	Расчет с использованием «Калькулятора свойств газов»
– по температуре $T_1 = 280$ К для воздуха определяются энтальпия $h_1 = 280,38$ кДж/кг и $s_1^0 = 6,8016$ кДж/(кг·К),	– по температуре $T_1 = 280$ К и $p_1 = 90$ кПа определяем для воздуха $h_1 = 280,38$ кДж/кг и $s_1 = 6,8318$ кДж/(кг·К);
– рассчитываем $s_2^0 = s_1^0 + R \cdot \ln \beta = 6,8016 + (8,3145/28,97) \cdot \ln 6,0 = 7,3158$ кДж/(кг·К),	– по $p_2 = \beta \cdot p_1 = 540$ кПа и $s_2 = s_1 = 6,8318$ кДж/(кг·К) находим $T_2 = 465,78$ К и $h_2 = 468,29$ кДж/кг.
– по $s_2^0 = 7,3158$ кДж/(кг·К) для воздуха определяется энтальпия $h_2 = 468,29$ кДж/кг,	– по $T_3 = 1120$ К и $p_3 = p_2 = 540$ кПа определяем $h_3 = 1184,72$ кДж/кг и $s_3 = 7,7834$ кДж/(кг·К);
– по температуре $T_3 = 1120$ К определяем $h_3 = 1184,72$ кДж/кг и $s_3^0 = 8,2675$ кДж/(кг·К),	– по $p_4 = p_1 = 90$ кПа и $s_4 = s_3 = 7,7834$ кДж/(кг·К) определяем $T_4 = 707,28$ К и $h_4 = 721,53$ кДж/кг.
– рассчитываем $s_4^0 = s_3^0 - R \cdot \ln \beta = 8,2675 - (8,3145/28,97) \cdot \ln 6,0 = 7,7533$ кДж/(кг·К),	
– по $s_4^0 = 7,7533$ кДж/(кг·К) для воздуха определяется энтальпия $h_4 = 721,53$ кДж/кг.	

Термический КПД цикла ГТУ определяем по (12.6)

$$\eta_t = \frac{l_{\text{ГТУ}}}{q_1} = \frac{(h_3 - h_4) - (h_2 - h_1)}{h_3 - h_2} = \frac{(1184,72 - 721,53) - (468,29 - 280,38)}{1184,72 - 468,29} = 0,355.$$

Значения энтальпий $h_{2д}$ и $h_{4д}$ находим, используя определение η_{oi}^T и η_{oi}^K (12.8),

$$\eta_{oi}^K = \frac{h_2 - h_1}{h_{2д} - h_1},$$

Откуда

$$h_{2д} = h_1 + \frac{h_2 - h_1}{\eta_{oi}^K} = 280,38 + \frac{468,29 - 280,38}{0,85} = 501,45 \text{ кДж/кг};$$

$$\eta_{oi}^T = \frac{h_3 - h_{4д}}{h_3 - h_4},$$

откуда

$$h_{4д} = h_3 - (h_3 - h_4) \cdot \eta_{oi}^T = 1184,72 - (1184,72 - 721,53) \cdot 0,83 = 800,27 \text{ кДж/кг}.$$

Удельные работы турбины, компрессора и ГТУ рассчитываем по (12.9):

$$l_T^d = h_3 - h_{4d} = 1184,72 - 800,27 = 384,45 \text{ кДж/кг};$$

$$l_K^d = h_{2d} - h_1 = 501,45 - 280,38 = 221,07 \text{ кДж/кг};$$

$$l_{ГТУ}^d = l_T^d - l_K^d = 384,45 - 221,07 = 163,38 \text{ кДж/кг}.$$

Мощность ГТУ

$$N_{ГТУ} = m \cdot l_{ГТУ}^d = 50 \cdot 163,38 = 8169 \text{ кВт} \approx 8,17 \text{ МВт}.$$

Подведенная теплота

$$q_1 = h_3 - h_{2d} = 1184,72 - 501,45 = 683,27 \text{ кДж/кг},$$

а внутренний КПД такого цикла

$$\eta_i = \frac{l_{ГТУ}^d}{q_1} = \frac{163,38}{683,27} = 0,239.$$

Удельная теплота, передаваемая в котле-утилизаторе

$$q_T = q_{2ГТУ} \cdot \eta_{КУ} = (h_{4d} - h_1) \eta_{КУ} = (800,27 - 280,38) \cdot 0,65 = 337,93 \text{ кДж/кг}.$$

Теплота, передаваемая тепловому потребителю за единицу времени

$$Q_T = m \cdot q_T = 50 \cdot 337,93 = 16896,5 \text{ кДж/с} \approx 16,90 \text{ МДж/с}.$$

Коэффициент использования теплоты топлива ГТУ-ТЭЦ

$$K_{ит} = \frac{l_{ГТУ}^d + q_T}{q_1} = \frac{163,38 + 337,93}{683,27} = 0,734.$$

Ответ: ГТУ: $N_{ГТУ} = 8,17 \text{ МВт}$; $\eta_t = 0,355 = 35,5\%$; $\eta_i = 0,239 = 23,9\%$;
ГТУ-ТЭЦ: $Q_T = 16,90 \text{ МДж/с}$, $K_{ит} = 0,734 = 73,4\%$.

Следует отметить, что наличие котла-утилизатора увеличивает гидравлическое сопротивление и давление газа за турбиной, в результате чего мощность турбины и ГТУ-ТЭЦ уменьшается. Точные результаты могут быть получены только в результате теплогидравлических расчетов.

12.7. Контрольные вопросы

1. Из каких элементов состоит простая газотурбинная установка (ГТУ)?
2. Из каких процессов состоит цикл простой ГТУ и в каких агрегатах реализуются эти процессы?
3. Как осуществляется подвод теплоты Q_1 к рабочему телу и отвод теплоты Q_2 от ГТУ?
4. В каком соотношении находятся мощности турбины и компрессора ГТУ?
5. От каких параметров цикла ГТУ зависит термический КПД и от каких — внутренний КПД цикла?

6. Назовите причины, из-за которых обратимый цикл ГТУ становится необратимым.
7. В каком соотношении находятся удельные работы компрессора при обратимом и необратимом процессах? И тот же вопрос про удельные работы турбины.
8. Из каких элементов состоит газотурбинная установка (ГТУ) с регенерацией?
9. Что такое регенерация в циклах ГТУ? Как она реализуется?
10. Что такое предельная регенерация.
11. При каких условиях можно осуществить регенерацию, а при каких - нельзя?
12. Как изменяются подведенная к ГТУ теплота, отведенная от ГТУ теплота, удельная работа цикла ГТУ при переходе от цикла простой ГТУ к ГТУ с регенерацией?
13. Какие вы знаете недостатки у ГТУ с регенерацией по сравнению с простой ГТУ (без регенерации).
14. Из каких элементов состоит газотурбинная установка (ГТУ) с двухступенчатым сжатием и двухступенчатым расширением рабочего тела?
15. Как распределяются давления в цикле ГТУ с многоступенчатым сжатием и расширением рабочего тела для получения максимальной работы цикла? И тот же вопрос, но для получения максимального КПД.
16. Что такое замкнутые ГТУ? Из каких элементов состоят замкнутые ГТУ?
17. Какие преимущества и недостатки у замкнутых ГТУ?
18. Что такое теплофикационные циклы ГТУ (ГТУ-ТЭЦ)? Из каких элементов состоит ГТУ-ТЭЦ?
19. Какими коэффициентами оценивается эффективность ГТУ-ТЭЦ?

Глава 13. ЦИКЛЫ ПАРОГАЗОВЫХ УСТАНОВОК

«Одно и то же тепло может последовательно воздействовать на воздух и на водяной пар. Воздух надо оставить после его употребления при достаточно высокой температуре и вместо непосредственного выбрасывания в атмосферу заставить обойти около парового котла, как если бы он непосредственно исходил из топки»

Сади Карно «Размышления о движущей силе огня и о машинах, способных развивать эту силу» [7]

Проведенное ранее рассмотрение термодинамических циклов паротурбинных и газотурбинных установок показало, что эти установки имеют существенно более низкую экономичность, чем та, которая могла быть достигнута при применяющихся в этих установках источниках теплоты. Для этого достаточно сравнить достигнутые КПД вышеуказанных установок с КПД циклов Карно, рассчитанных по минимальным и максимальным температурам циклов ПТУ и ГТУ. При максимальных освоенных температурах целесообразно компоновать оба цикла в одной установке, используя преимущества каждого из них в своей области температур. Так, например, свойства воды позволяют весьма эффективно и просто организовать отдачу теплоты в цикле при температурах, близких к температуре окружающей среды в изобарно-изотермическом процессе конденсации пара при достаточно легко поддерживаемых давлениях 3÷5 кПа. Но подвод теплоты в циклах ПТУ осуществляется при средней температуре $T_{1\text{ср}}$, которая намного ниже максимальной температуры в цикле ~550°С. Это объясняется низкой температурой в критической точке ~374°С.

В ГТУ рабочее тело — воздух нагревается непосредственно при сжигании топлива, что упрощает задачу создания оборудования и достижения высоких температур вплоть до 1500°С. В то же время отдача теплоты в окружающую среду в изобарном процессе с уходящими газами, температура которых достигает 600°С, делает среднюю температуру $T_{2\text{ср}}$ значительно выше температуры окружающей среды. Таким образом, можно заключить, что воздух обладает свойствами, делающим его привлекательным для использования в высокотемпературной части цикла, а вода — для применения в низкотемпературной части.

Одно из первых теоретических исследований парогазовых установок, т.е. установок, в которых используются одновременно и продукты сгорания, и водяной пар, принадлежит Сади Карно (1796-1832). В своей работе «Размышления о движущей силе огня и о машинах, способных развивать эту силу» [7], опубликованной в 1824 г., он проанализировал возможность совместного использования газов и водяного пара для производства работы.

Хотя его теоретические представления несколько отличаются от сегодняшних, он сделал правильный вывод о термодинамической целесообразности совместного использования воздуха и водяного пара для производства работы. Предложенная им схема практически повторяет современные ПГУ: сжатый посредством «пневматической машины» воздух поступает в горелку, где происходит сгорание, далее полученные продукты сгорания вырабатывают полезную работу, а оставшееся тепло не выбрасывается полностью в атмосферу, а используется для генерации пара с последующим использованием в широко распространенных в то время паровых двигателях. Однако его исследования практически на целый век опередили свое время, т.к. технических возможностей создания таких установок тогда еще не было. В частности, одной из наиболее трудных в реализации частей его установки он правильно называл устройство для сжатия воздуха, т.е. компрессор.

Комбинированные парогазовые установки (ПГУ), в которых в высокотемпературной области используется ГТУ, а в низкотемпературной — ПТУ нашли широкое распространение в энергетике. Существует несколько вариантов комбинированных ПГУ, но все их объединяет одно — использование теплоты уходящих газов ГТУ в паротурбинном цикле. Из всех таких схем наиболее эффективной является схема, в которой подвод теплоты к паротурбинному циклу осуществляется только за счет уходящих газов ГТУ. Для этих целей в схеме предусмотрен котел-утилизатор КУ. Такая установка называется *парогазовой установкой с котлом-утилизатором* или *утилизационной парогазовой установкой*. Понятно, что такой комбинированный цикл, состоящий из двух циклов — парового и газового, — является одной из разновидностей бинарных циклов.

Принципиальная схема такой ПГУ представлена на рис. 13.1, а, а ее термодинамический цикл в T, s -диаграмме — на рис. 13.1, б.

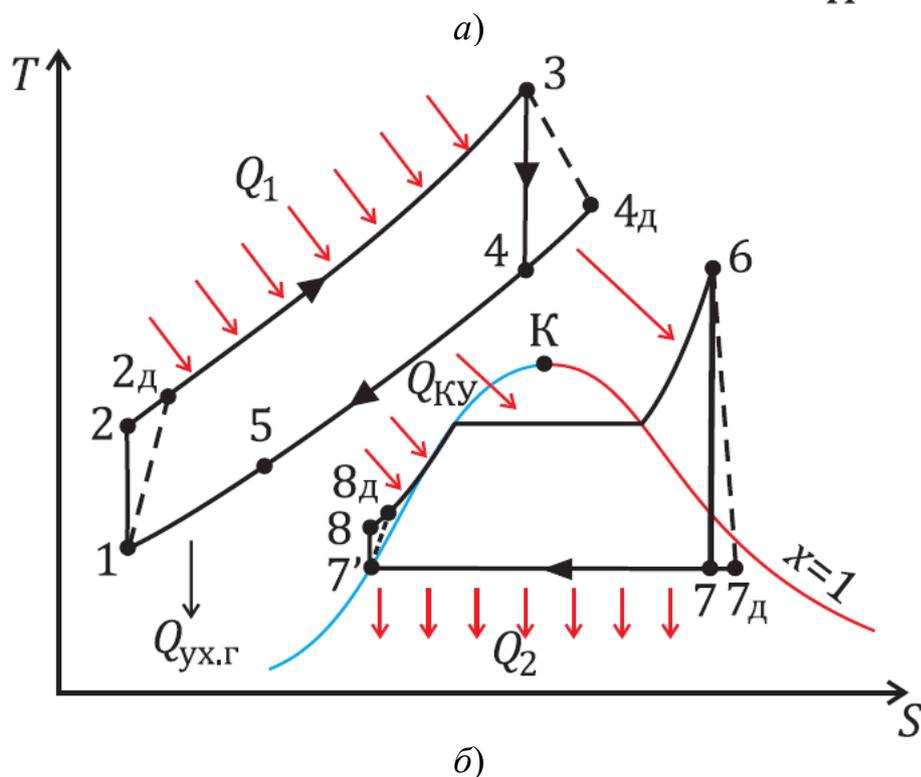
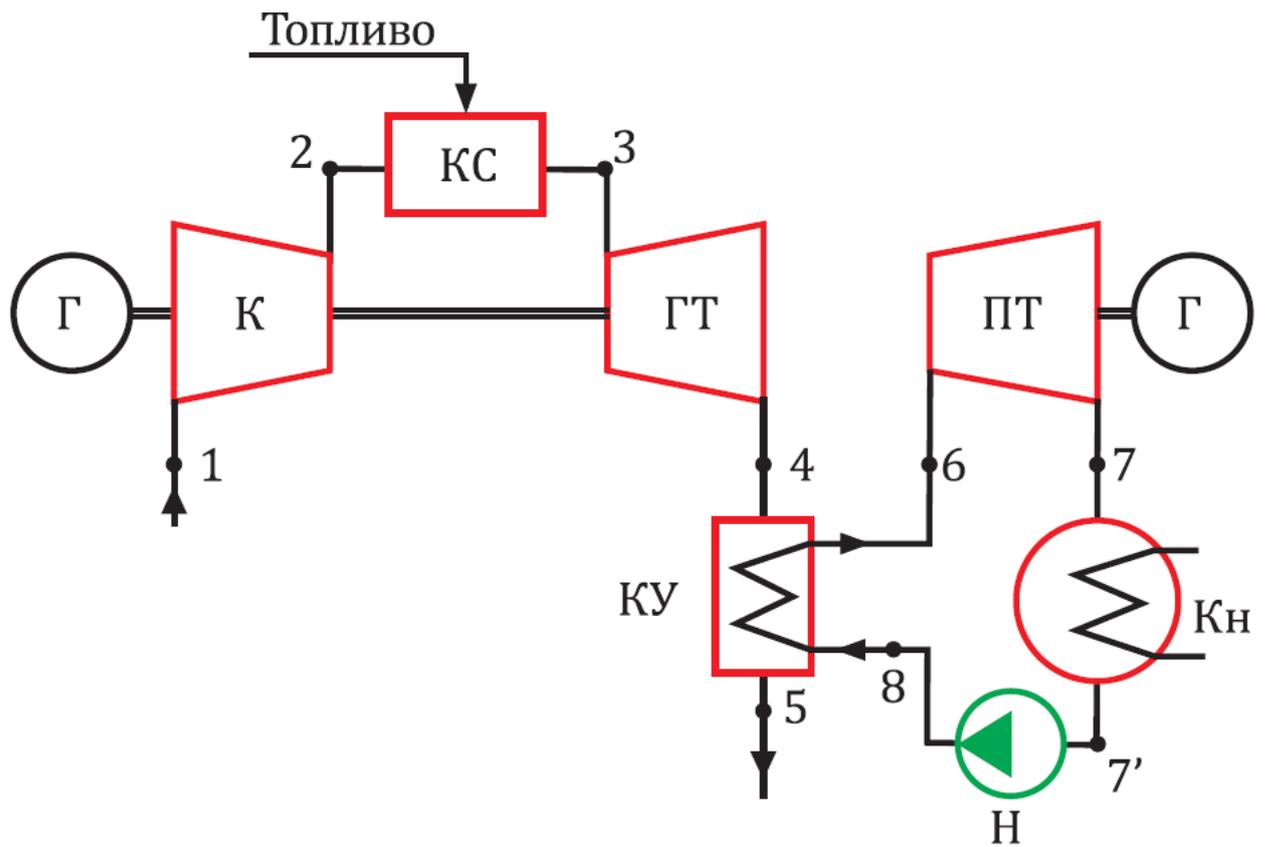


Рис. 13.1. Принципиальная схема (а) и бинарный цикл (б) ПГУ с котлом-утилизатором

На схеме (рис. 13.1, а) показаны газотурбинная установка, включающая воздушный компрессор К, камеру сгорания КС, газовую турбину ГТ и электрический генератор Г, паротурбинная установка, включающая паровую

турбину ПТ, конденсатор КН, насос Н и электрический генератор Г; а также котел-утилизатор КУ, в котором образуется перегретый пар за счет теплоты газов, покидающих газовую турбину. В рассматриваемой установке подвод теплоты Q_1 от верхнего (горячего) источника осуществляется только в газотурбинном цикле. В бинарном цикле подвод теплоты к нижнему циклу осуществляется только за счет теплоты Q_2 , отведенной от верхнего цикла. Таким образом, комбинированный цикл ПГУ (рис. 13.1, б) — это бинарный цикл, состоящий из цикла газотурбинной установки 1-2д-3-4д-1, и цикла паротурбинной установки 6-7д-7'-8д-6.

Мощность такой ПГУ складывается из мощностей газотурбинной и паротурбинной частей

$$\begin{aligned} N_{\text{ПГУ}} &= N_{\text{ГТУ}} + N_{\text{ПТУ}} = D_{\text{Г}} \cdot l_{\text{ГТУ}} + D_{\text{П}} \cdot l_{\text{ПТУ}} = \\ &= D_{\text{Г}} \cdot (l_{\text{ГТ}} - l_{\text{К}}) + D_{\text{П}} (l_{\text{ПТ}} - l_{\text{Н}}) = \end{aligned} \quad (13.1)$$

$$= D_{\text{Г}} \cdot [(h_3 - h_{4\text{д}}) - (h_{2\text{д}} - h_1)] + D_{\text{П}} \cdot [(h_6 - h_{7\text{д}}) - (h_{8\text{д}} - h'_7)],$$

где $D_{\text{Г}}$ и $D_{\text{П}}$ — массовые расходы газа и пара; $l_{\text{ГТУ}}$, $l_{\text{ГТ}}$, $l_{\text{К}}$, $l_{\text{ПТУ}}$, $l_{\text{ПТ}}$, $l_{\text{Н}}$ — удельные работы ГТУ, газовой турбины, компрессора, ПТУ, паровой турбины и насоса, h — энтальпии рабочих тел бинарного цикла (воздуха, газа, воды и водяного пара) в состояниях, соответствующих рис. 13.1, а и рис. 13.1, б.

Теплота Q_1 , подводимая к воздуху и газу в камере сгорания ГТУ за единицу времени — это теплота процесса 2д-3:

$$Q_1 = Q_{1\text{ГТУ}} = D_{\text{Г}} (h_3 - h_{2\text{д}}). \quad (13.2)$$

Внутренний КПД цикла ПГУ определяется как отношение мощности установки (13.1) к подведенной теплоте (13.2)

$$\eta_i = \frac{N_{\text{ПГУ}}}{Q_1} = \frac{[(h_3 - h_{4\text{д}}) - (h_{2\text{д}} - h_1)] + m_{\text{П}} \cdot [(h_6 - h_{7\text{д}}) - (h_{8\text{д}} - h'_7)]}{h_3 - h_{2\text{д}}}, \quad (13.3)$$

где *относительный расход пара*, называемый также *кратностью циркуляции бинарного цикла*

$$m_{\text{П}} = \frac{D_{\text{П}}}{D_{\text{Г}}}.$$

При расчете теплообменных аппаратов удобно использовать T, Q -диаграмму, в которой изображаются процессы изменения температуры греющего и нагреваемого теплоносителя по ходу их движения; отрезки на оси Q , соответствующие обеим теплоносителям, совпадают, если отсутствуют потери теплоты. На рис. 13.2 показаны процессы, совершаемые греющим теплоносителем — газом (4д-5), и нагреваемым теплоносителем — водой и водяным паром (8д-6), в котле-утилизаторе, который можно условно разделить на 3 части. Это — экономайзерный участок, где вода нагревается в процессе 8д-б до кипения, испарительная часть б-с, где образуется сухой насыщенный пар, и пароперегреватель с-6, в котором образуется перегретый пар, поступающий в паровую турбину. Здесь же показаны 2 сечения КУ, где

температурный напор минимален — минимальна разность температур между греющим и нагреваемым теплоносителями Δt_1 и Δt_2 .

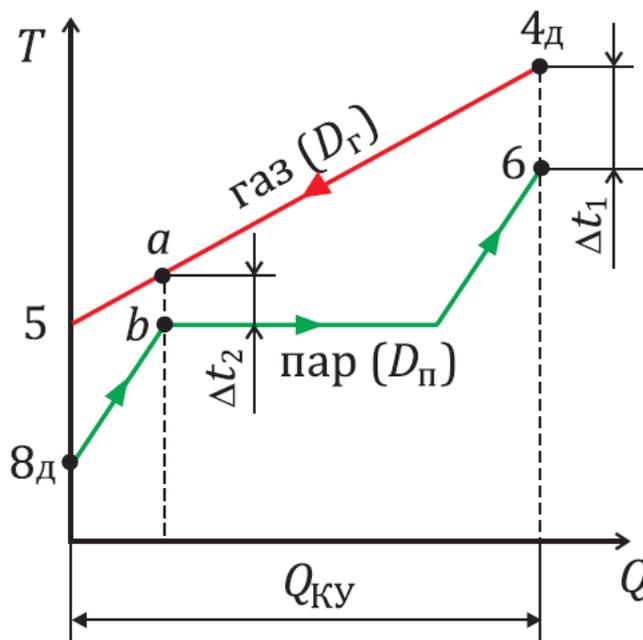


Рис. 13.2. Процессы, совершаемые газом и паром в котле-утилизаторе ПГУ

Относительный расход пара $m_{\text{п}}$ определяется из уравнения теплового баланса КУ, согласно которому теплота $Q_{\text{КУ}}$ (см. рис. 13.1 и рис. 13.2), отданная газом в процессе 4д-5, равна теплоте $Q_{1\text{ПГУ}}$, полученной водой и водяным паром в процессе 8д-6:

$$Q_{\text{КУ}} = Q_{1\text{ПГУ}}, \quad (13.4)$$

$$D_{\text{Г}} \cdot (h_{4\text{д}} - h_5) = D_{\text{П}} \cdot (h_6 - h_{8\text{д}}), \quad (13.5)$$

$$m_{\text{п}} = \frac{D_{\text{П}}}{D_{\text{Г}}} = \frac{h_{4\text{д}} - h_5}{h_6 - h_{8\text{д}}}. \quad (13.6)$$

Уравнения теплового баланса можно записать не только для всего КУ, как это показано на T, Q -диаграмме (рис. 13.2), но и для его части, например, для испарительной и пароперегревательной частей котла-утилизатора, в которых парообразование в процессе b -6 осуществляется за счет охлаждения газа в процессе 4д- a . Уравнение теплового баланса для этой части имеет вид[^]

$$D_{\text{Г}} \cdot (h_{4\text{д}} - h_a) = D_{\text{П}} \cdot (h_6 - h_b). \quad (13.7)$$

Уравнение (13.7) также может быть использовано для определения относительного расхода пара $m_{\text{п}}$

$$m_{\text{п}} = \frac{D_{\text{п}}}{D_{\text{г}}} = \frac{h_{4\text{д}} - h_a}{h_6 - h_b}. \quad (13.8)$$

Давление на изобаре

$$p_6 = p_b = p_{8\text{д}} = \text{const}$$

и температура t_6 — это начальные параметры пара ПТУ, которые принимаются в соответствии с выбранной паровой турбиной, а температура уходящих из газовой турбины газов $t_{4\text{д}}$ принимается в соответствии с выбранной газовой турбиной. По p_6 и t_6 находится h_6 , по $t_{4\text{д}}$ — энтальпия $h_{4\text{д}}$, а по (13.8) относительный $m_{\text{п}}$ и полный $D_{\text{п}}$ расход пара.

По всему тракту котла-утилизатора температура газа должна быть выше температуры воды и водяного пара (см. рис. 13.2), в том числе, в наиболее «узком» месте «*pinch point*» (пинч-пойнт) в конце экономайзерного участка

$$\Delta t_2 = t_a - t_b > 0.$$

Поэтому минимальный температурный напор Δt_2 задается ~ 10 К, откуда

$$t_a = t_b + \Delta t_2. \quad (13.9)$$

Задав минимально возможный температурный напор Δt_2 и определив по (13.9) h_a , по (13.8) рассчитывают относительный расход пара $m_{\text{п}}$, зная который, из (13.6) можно выразить энтальпию h_5 уходящих из КУ газов

$$h_5 = h_{4\text{д}} - m_{\text{п}} \cdot (h_6 - h_{8\text{д}}), \quad (13.10)$$

Определив энтальпии всех характерных точек цикла, используя для этого или таблицы термодинамических свойств воды и водяного пара [3] и воздуха [2, 3, 5], или Калькулятор свойств газов и Калькулятор свойств водяного пара [6], рассчитываются мощности ГТУ, ПТУ и ПГУ (13.1), подведенная теплота (13.2) и внутренний КПД ПГУ (13.3).

Пример 13.1

В котел-утилизатор (КУ) поступают газы от ГТУ при температуре 460°C в количестве 60 кг/с и вода при $p = 4,5$ МПа, $t = 60^\circ\text{C}$. Разность температур между газом и водяным паром на горячем конце КУ равна $\Delta t_1 = 40$ К, а минимальная разность температур $\Delta t_2 = 12,6^\circ\text{C}$. Определить массовый расход пара, температуру уходящих газов, количество теплоты, передаваемое за единицу времени котлом-утилизатором паротурбинной установке и КПД КУ. Температура окружающего воздуха $12,6^\circ\text{C}$. Газы считать обладающими свойствами воздуха.

Решение

1) Используя Таблицы [3], определим по $t_{\text{окр. возд}} = 12,6^\circ\text{C}$ энтальпию окружающего воздуха, поступающего в компрессор ПГУ и газов в состоянии

4д при температуре 460°C: $h_1 = 285,55$ кДж/кг; $h_{4д} = 749,46$ кДж/кг.

2) Используя Таблицы [3], определим энтальпию воды в состоянии 8д при $t_{8д} = 60^\circ\text{C}$ и давлении $p_{8д} = 4,5$ МПа: $h_{8д} = 254,9$ кДж/кг.

3) В состоянии 6 определим температуру

$$t_6 = t_{4д} - \Delta t_1 = 460 - 40 = 420^\circ\text{C},$$

а по $p_6 = p_{8д} = 4,5$ МПа и $t_6 = 420^\circ\text{C}$ найдем $h_6 = 3253$ кДж/кг.

4) Для воды в состоянии насыщения по давлению $p_{8д} = 4,5$ МПа найдем $t_b = 257,4^\circ\text{C}$ и $h_b = 1122$ кДж/кг;

5) В состоянии *a* определим температуру $t_a = t_b + \Delta t_1 = 257,4 + 12,6 = 270^\circ\text{C}$, а по таблицам [3] — энтальпию $h_a = 548,01$ кДж/кг.

6) Относительный расход пара $m_{\text{п}}$ определяется из уравнения теплового баланса (13.7) для испарительного и пароперегревательного участков котла-утилизатора

$$D_{\text{г}} \cdot (h_{4д} - h_a) = D_{\text{п}}(h_6 - h_b),$$

откуда

$$m_{\text{п}} = \frac{D_{\text{п}}}{D_{\text{г}}} = \frac{h_{4д} - h_a}{h_6 - h_b} = \frac{749,46 - 548,01}{3253 - 1122} = 0,09453.$$

7) Расход пара

$$D_{\text{п}} = D_{\text{г}} m_{\text{п}} = 60 \cdot 0,09453 = 5,672 \text{ кг/с.}$$

8) Из уравнения теплового баланса КУ (13.5)

$$D_{\text{г}} \cdot (h_{4д} - h_5) = D_{\text{п}} \cdot (h_6 - h_{8д})$$

находим энтальпию уходящих газов

$$h_5 = h_{4д} - m_{\text{п}}(h_6 - h_{8д}) = 749,46 - 0,09453 \cdot (3253 - 254,9) = 466,05 \text{ кДж/кг,}$$

по которой с помощью Таблиц [3] определяем температуру уходящих газов

$$t_5 = 190,5^\circ\text{C}.$$

9) Котел-утилизатор ПГУ передает паротурбинной установке теплоту в количестве

$$Q_{\text{КУ}} = D_{\text{г}} \cdot (h_{4д} - h_5) = 60 \cdot (749,46 - 466,05) = 17,0 \text{ МДж/с.}$$

10) КПД котла-утилизатора

$$\eta_{\text{КУ}} = \frac{q_{\text{КУ}}}{q_{\text{КУ}}^{\text{max}}} = \frac{h_{4д} - h_5}{h_{4д} - h_1} = \frac{749,46 - 466,05}{749,46 - 285,55} = 0,09453.$$

Ответ: $D_{\text{п}} = 5,672$ кг/с, $t_5 = 190,5^\circ\text{C}$, $Q_{\text{КУ}} = 17,0$ МДж/с, $\eta_{\text{КУ}} = 61,1\%$

Для получения некоторых полезных соотношений удобно представить ПГУ в виде блок-схемы (рис. 13.3), на которой показаны потоки теплоты и работы (мощности).

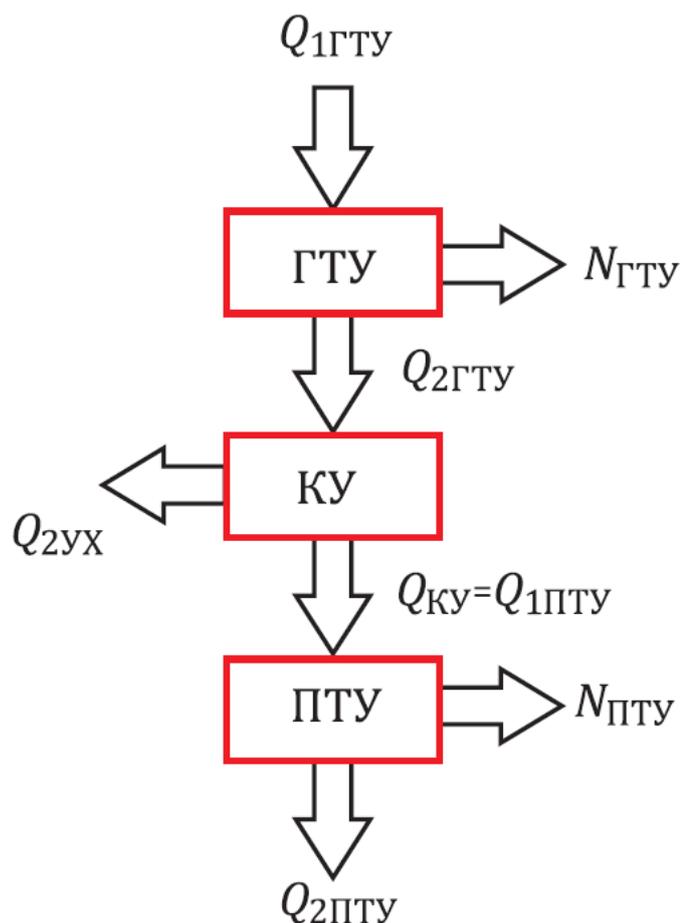


Рис. 13.3. Блок-схема ПГУ с котлом-утилизатором

КПД парогазовой установки (11.3) можно выразить также через КПД ее основных элементов: газотурбинной установки

$$\eta_{\text{ГТУ}} = \frac{N_{\text{ГТУ}}}{Q_{1\text{ГТУ}}},$$

паротурбинной установки

$$\eta_{\text{ПТУ}} = \frac{N_{\text{ПТУ}}}{Q_{1\text{ПТУ}}},$$

и котла-утилизатора

$$\eta_{\text{КУ}} = \frac{Q_{\text{КУ}}}{Q_{2\text{ГТУ}}},$$

имея в виду равенства

$$Q_1 = Q_{1\text{ГТУ}}$$

(13.2) и

$$Q_{\text{КУ}} = Q_{1\text{ПТУ}},$$

а также уравнение для КПД ГТУ

$$\eta_{\text{ГТУ}} = 1 - \frac{Q_{2\text{ГТУ}}}{Q_{1\text{ГТУ}}},$$

получим:

$$\eta_i = \frac{N_{\text{ПГУ}}}{Q_1} = \frac{N_{\text{ГТУ}} + N_{\text{ПТУ}}}{Q_{1\text{ГТУ}}} = \frac{N_{\text{ГТУ}}}{Q_{1\text{ГТУ}}} + \frac{Q_{2\text{ГТУ}}}{Q_{1\text{ГТУ}}} \cdot \frac{Q_{\text{КУ}}}{Q_{2\text{ГТУ}}} \cdot \frac{N_{\text{ПТУ}}}{Q_{1\text{ПТУ}}} = \eta_{\text{ГТУ}} + (1 - \eta_{\text{ГТУ}}) \cdot \eta_{\text{КУ}} \cdot \eta_{\text{ПТУ}} \quad (13.11)$$

Пример 13.2

В ПГУ с котлом-утилизатором при сжигании топлива в камере сгорания выделяется 300 МДж/с теплоты. С уходящими газами теряется 50 МДж/с теплоты, а в конденсаторе паротурбинной установки отдается 85 МДж/с теплоты. Определить мощности и КПД ГТУ, ПТУ и ПГУ, если КПД котла-утилизатора равен 0,73.

Решение

Как видно из рис. 13.3

$$Q_{2\text{ГТУ}} = Q_{2\text{ух.г}} + Q_{\text{КУ}},$$

а

$$\eta_{\text{КУ}} = \frac{Q_{\text{КУ}}}{Q_{2\text{ГТУ}}} = \frac{Q_{\text{КУ}}}{Q_{2\text{ух.г}} + Q_{\text{КУ}}}.$$

В итоге получаем

$$Q_{\text{КУ}} = Q_{2\text{ух.г}} \cdot \frac{\eta_{\text{КУ}}}{1 - \eta_{\text{КУ}}} = 50 \cdot \frac{0,73}{1 - 0,73} = 135,2 \text{ МДж/с},$$

и в соответствии с блок-схемой ПГУ

$$Q_{2\text{ГТУ}} = Q_{2\text{ух.г}} + Q_{\text{КУ}} = 50 + 135,2 = 185,2 \text{ МДж/с}.$$

Мощность ГТУ в соответствии с блок-схемой ПГУ:

$$N_{\text{ГТУ}} = Q_{1\text{ГТУ}} - Q_{2\text{ГТУ}} = 300 - 185,2 = 114,8 \text{ МВт},$$

а КПД ГТУ рассчитываем, как в (13.1)

$$\eta_{\text{ГТУ}} = \frac{N_{\text{ГТУ}}}{Q_{1\text{ГТУ}}} = \frac{114,8}{300} = 0,3827 = 38,27\%.$$

Т.к.

$$Q_{1\text{ПТУ}} = Q_{\text{КУ}} = 135,2 \text{ Дж/с},$$

то по блок-схеме ПГУ

$$N_{\text{ПТУ}} = Q_{1\text{ПТУ}} - Q_{2\text{ПТУ}} = 135,2 - 85 = 50,2 \text{ МВт},$$

а КПД ПТУ

$$\eta_{\text{ПТУ}} = \frac{N_{\text{ПТУ}}}{Q_{1\text{ПТУ}}} = \frac{50,2}{135,2} = 0,3713 = 37,13\%.$$

Мощность и КПД ПГУ рассчитываем по (13.1) и (13.3):

$$N_{\text{ПГУ}} = N_{\text{ГТУ}} + N_{\text{ПТУ}} = 114,8 + 50,2 = 165 \text{ МВт},$$

$$\eta_{\text{ПГУ}} = \frac{N_{\text{ПГУ}}}{Q_{\text{ПГУ}}} = \frac{165}{300} = 0,55 = 55,0\%.$$

Ответ: $N_{\text{ГТУ}} = 114,8$ МВт, $N_{\text{ПТУ}} = 50,2$ МВт, $N_{\text{ПГУ}} = 165$ МВт, $\eta_{\text{ГТУ}} = 38,27\%$, $\eta_{\text{ПТУ}} = 37,13\%$, $\eta_{\text{ПГУ}} = 55,0\%$

Из уравнения (13.11) следует, что КПД бинарного парогазового цикла тем больше, чем больше КПД исходных циклов газотурбинной и паротурбинной установок ($\eta_{\text{ГТУ}}$ и $\eta_{\text{ПТУ}}$), а также, чем выше КПД котла-утилизатора

$$\eta_{\text{КУ}} = \frac{Q_{\text{КУ}}}{Q_{2\text{ГТУ}}} = \frac{h_{4\text{д}} - h_5}{h_{4\text{д}} - h_1}. \quad (13.12)$$

КПД котла-утилизатора, как это следует из (13.12), определяется температурой уходящих газов T_5 : чем ниже температура T_5 , тем меньше энтальпия h_5 , тем больше КПД котла-утилизатора (13.12) и, соответственно, тем выше КПД бинарного цикла парогазовой установки (13.3) и (13.11).

Парогазовая установка, принципиальная схема которой изображена на рис. 13.1, *а*, позволяет заметно увеличить КПД по сравнению с КПД отдельно взятых газотурбинной и паротурбинной установок. Для дальнейшего повышения КПД ПГУ с котлом-утилизатором, как это следует из (13.12), необходимо повышать КПД трех основных его элементов: котла-утилизатора $\eta_{\text{КУ}}$, газотурбинной установки $\eta_{\text{ГТУ}}$ и паротурбинной установки $\eta_{\text{ПТУ}}$. Рассмотрим методы, используемые для повышения эффективности каждого из этих элементов парогазовой установки.

Для повышения КПД котла-утилизатора $\eta_{\text{КУ}}$ используют котлы-утилизаторы и паровые турбины двух или трех давлений. В таких парогазовых установках, называемых двух- или трехконтурными, котел-утилизатор генерирует перегретый пар разных (двух или трех) параметров. На рис. 13.4, *а* представлена принципиальная схема трехконтурной ПГУ, а на рис. 13.4, *б* — цикл трехконтурной ПТУ (в составе ПГУ) в T, s -диаграмме с обратимыми процессами расширения в турбине и сжатия в насосе.

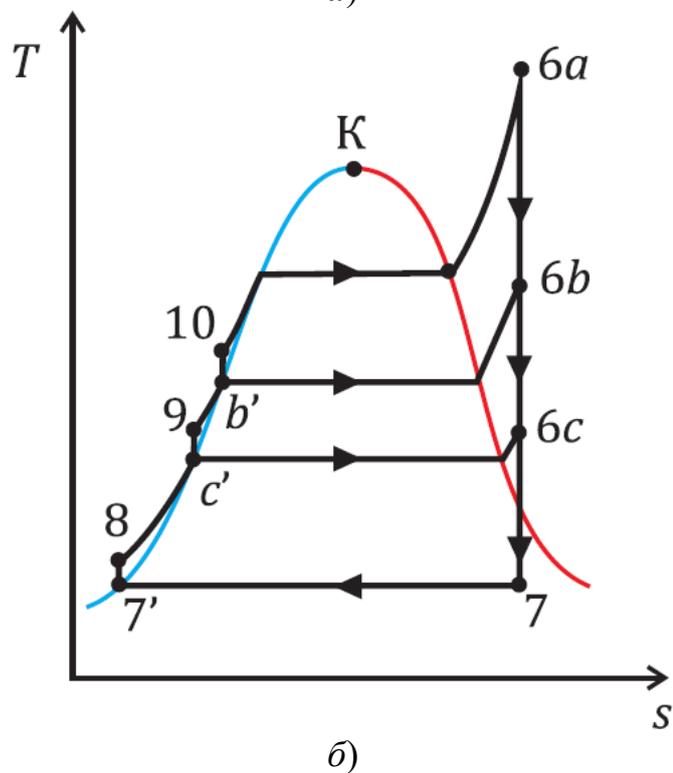
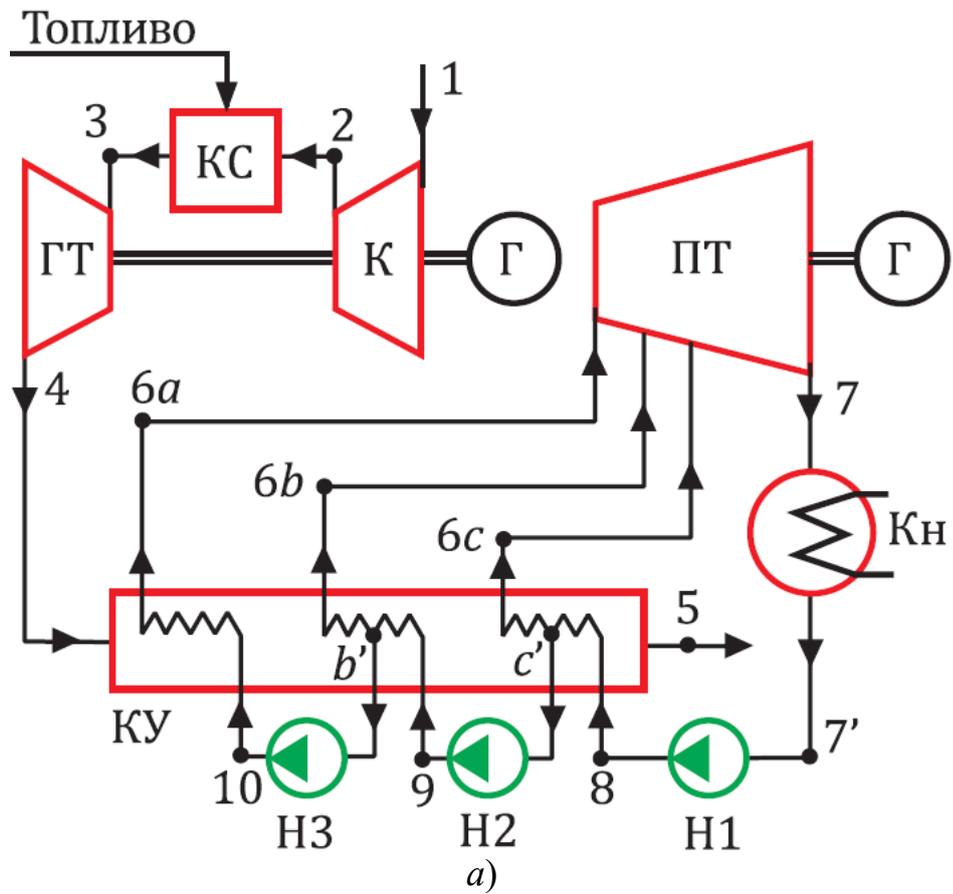


Рис. 13.4. Принципиальная схема трехконтурной ПГУ с котлом-утилизатором (а) и термодинамический цикл трехконтурной ПГУ в T, s -диаграмме

Сравнение рис. 13.1, *a* и рис. 13.4, *a* показывает, что газотурбинная часть ПГУ в трехконтурной ПГУ та же, что и в одноконтурной; отличаются только котел-утилизатор КУ и паровая турбина ПТ. В паровую турбину трехконтурной ПГУ подается пар первого контура — контура высокого давления, имеющий наибольшие значения давления и температуры (p_{6a}, T_{6a}), который расширяется в турбине вплоть до давления в конденсаторе (p_7). Этот пар совершает цикл $6a-7-7'-8-c'-9-b'-10-6a$. Пар второго контура — контура среднего давления (p_{6b}, T_{6b}) — поступает в среднюю часть турбины, где давление пара первого контура, уменьшаясь в адиабатном процессе, становится равным давлению пара второго контура. Пар второго контура совершает цикл $6b-7-7'-8-c'-9-b'-6b$. Пар третьего контура — контура низкого давления (p_{6c}, T_{6c}) — подводится к тому сечению турбины, где давление пара первого и второго контуров становится равным давлению пара третьего контура. Этот пар совершает цикл $6c-7-7'-8-c'-6c$.

В котел-утилизатор трехконтурной ПГУ насосом Н1 подается вода (состояние 8), массовый расход которой равен сумме массовых расходов всех трех контуров. После нагрева этой воды до кипения (состояние c'), часть воды испаряется, а пар перегревается, образуя пар третьего контура (состояние $6c$). Другая часть воды после повышения ее давления насосом Н2 доводится в котле-утилизаторе до кипения (состояние b'). Часть этой воды испаряется, а пар перегревается (состояние $6b$), образуя пар второго контура. Другая часть воды после насоса Н3 совершает в котле-утилизаторе процесс $10-6a$, в результате чего образуется перегретый пар первого контура (состояние $6a$).

Такое усложнение схемы позволяет уменьшить необратимость процесса передачи теплоты в котле-утилизаторе, снизить температуру уходящих газов и тем самым повысить КПД котла-утилизатора. Большинство создаваемых в настоящее время ПГУ с котлом-утилизатором — это двух- или трехконтурные ПГУ. В связи с появлением двух- и трехконтурных ПГУ ранее рассмотренную установку, схема которой показана на рис. 13.1, *a*, называют одноконтурной ПГУ.

Для повышения КПД газотурбинной части ПГУ $\eta_{ГТУ}$ используются рассмотренные в гл. 12 способы повышения КПД циклов газотурбинных установок — это повышение температуры газа перед газовой турбиной, а также введение многоступенчатого сжатия и расширения рабочего тела. Следует отметить, что регенерация, используемая в циклах ГТУ (см. рис. 12.8), в парогазовых установках не применяется в силу следующих обстоятельств. Прежде всего, использование уходящих газов газовой турбины в регенеративном подогревателе приводит к заметному уменьшению температуры газа на входе в котел-утилизатор, снижению начальных параметров пара паротурбинного цикла и его КПД. Кроме того, в отличие от цикла ГТУ, в паротурбинном цикле отвод теплоты Q_2 в окружающую среду осуществляется в изотермическом процессе при температуре близкой к температуре окружающей среды, т.е. почти как в идеальном цикле Карно. Поэтому теплоту уходящих газов газовой турбины эффективнее использовать в паротурбинном, а не в регенеративном газотурбинном цикле. Об этом

свидетельствуют и более высокие значения КПД парогазовых установок по сравнению с КПД ГТУ с регенерацией.

Для повышения КПД паротурбинной части ПГУ $\eta_{\text{ПГУ}}$ обычно рассматривается только промежуточный перегрев пара. Регенеративный подогрев питательной воды, обычно применяемый в паротурбинных установках, здесь не эффективен. Действительно, регенеративный подогрев воды повышает среднюю температуру подвода теплоты в паротурбинных циклах. Но так как в парогазовых установках с котлом-утилизатором подвод теплоты Q_1 осуществляется только в газотурбинном цикле, то регенерация не влияет на среднюю температуру подвода теплоты и поэтому не приводит к росту КПД ПГУ. Реализация всех вышеуказанных способов позволяет поднять КПД парогазовых установок с котлом-утилизатором до 60%.

Существует большое число других схем ПГУ, в которых в отличие от схемы на рис. 13.1, *a* подвод теплоты к паротурбинному циклу осуществляется комбинированно — как за счет сжигания топлива в котельной установке, так и за счет теплоты уходящих газов газовой турбины. С одной стороны, в таких установках можно использовать не только жидкое и газообразное, но и твердое топливо — уголь, а соотношение между мощностями паротурбинной и газотурбинными установками может меняться в широких пределах. С другой стороны, подвод теплоты Q_1 к паротурбинному циклу происходит при более низкой температуре, чем подвод теплоты в цикле ГТУ. Поэтому средняя температура подвода теплоты и КПД в таких комбинированных циклах меньше, чем в циклах ПГУ с котлом-утилизатором.

Особенностью другого типа ПГУ является применение впрыска некоторого количества воды на вход в камеру сгорания газотурбинной установки, в результате чего термодинамический цикл, состоящий из адиабатного сжатия воздуха, изобарного подвода теплоты, адиабатного расширения и изобарного отвода теплоты совершает не газ, а парогазовая смесь. Рассматривая процессы, совершаемые паром и газом отдельно, комбинированный цикл такой установки можно представить как комбинацию цикла ГТУ и цикла паротурбинной установки. Такие ПГУ обычно называют контактными ПГУ.

Таким образом, парогазовые установки с котлом-утилизатором имеют наибольшие значения КПД среди других тепловых двигателей и поэтому их применение является одним из наиболее перспективных направлений современной электроэнергетики.

13.1. Контрольные вопросы

1. Из каких элементов состоит одноконтурная парогазовая установка с котлом-утилизатором?
2. Как изобразить термодинамический цикл одноконтурной ПГУ в T,s -диаграмме?
3. Из каких процессов состоит цикл одноконтурной ПГУ и в каких агрегатах реализуются эти процессы?

4. Как осуществляется подвод и отвод теплоты в цикле ГТУ, функционирующем в составе ПГУ?
5. Как осуществляется подвод и отвод теплоты в цикле ПТУ, функционирующем в составе одноконтурной ПГУ?
6. В каких процессах осуществляется подвод и отвод теплоты в бинарном цикле одноконтурной ПГУ?
7. Что такое относительный расход пара в ПГУ?
8. Как изображаются процессы, совершаемые газом и паром в котле-утилизаторе одноконтурной ПГУ, в T, Q-диаграмме?
9. Как записать уравнение теплового баланса для котла-утилизатора одноконтурной ПГУ? Как записать уравнение теплового баланса для части котла-утилизатора?
10. С какой целью создаются двух- и трехконтурные ПГУ? Что изменяется в схеме ПГУ при переходе от одноконтурной схемы к двух- и трехконтурным схемам ПГУ, а что не изменяется?
11. Какие характеристики процессов изменяются при переходе от одноконтурных к двух- и трехконтурным ПГУ?
12. Какой уровень КПД достигнут на парогазовых электростанциях?

Глава 14. ЦИКЛЫ ДВИГАТЕЛЕЙ ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ

14.1. Индикаторная диаграмма двигателей внутреннего сгорания

Двигателем внутреннего сгорания (ДВС) называют двигатели, у которых сжигание топлива и подвод теплоты к газообразному рабочему телу осуществляется внутри двигателя. Таким образом, все процессы термодинамического цикла — сжатие, расширение, подвод теплоты — осуществляются в одном агрегате — в цилиндре под поршнем, в результате чего улучшаются весогабаритные характеристики двигателя. Это обстоятельство делает ДВС привлекательным для использования в транспортных установках на земле (автомобильный и железнодорожный транспорт, тракторы), в воздухе (самолеты и вертолеты) и на воде (корабли и подводные лодки).

Возвратно-поступательное движение поршня в ДВС преобразуется во вращательное движение приемника работы с помощью коленчатого вала или кривошипно-шатунного механизма. Все это определяет непрерывность движения поршня и плавность изменения объема и давления (V и p) газа в цилиндре под поршнем. Рассмотрим процессы, происходящие в четырехтактном ДВС, иллюстрируя их на индикаторной p, V -диаграмме (рис. 14.1), которая может быть получена экспериментально при испытании двигателя.

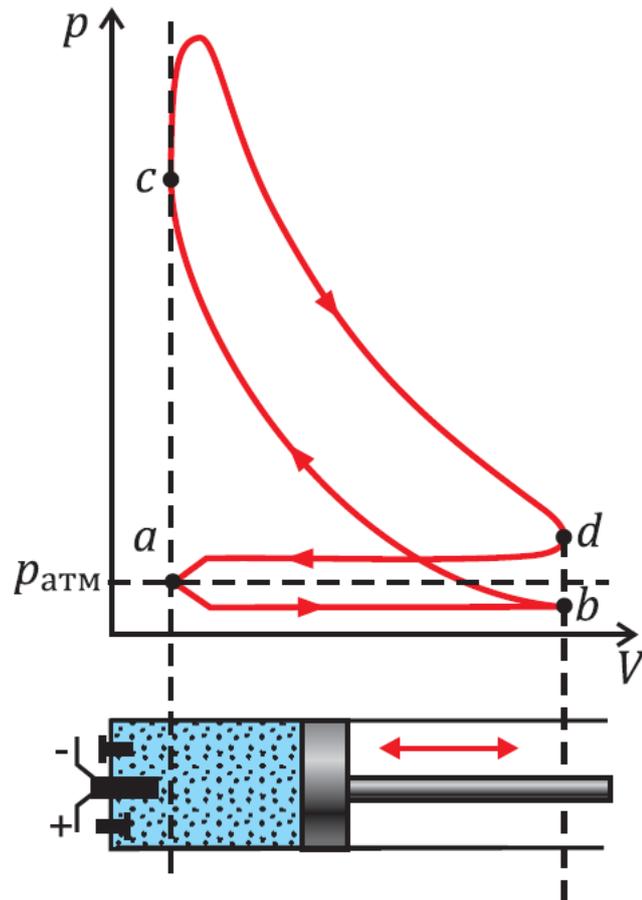


Рис. 14.1. Индикаторная диаграмма ДВС

Сначала в процессе всасывания $a-b$ (1-й такт) при давлении, которое немного меньше атмосферного, воздух или смесь воздуха с легко воспламеняющимся топливом через впускной клапан заполняют объем цилиндра. После этого впускной клапан закрывается и начинается 2-й такт — процесс сжатия ($b-c$), во время которого давление и температура газа в цилиндре растут. Затем следует сгорание топлива и расширение образовавшихся продуктов сгорания (3-й такт), после завершения которого в положении поршня d открывается выпускной клапан, давление в цилиндре падает практически до атмосферного и часть продуктов сгорания выбрасывается в атмосферу (4-й такт), где они охлаждаются до температуры окружающей среды.

Тот факт, что температура газа в цилиндре быстро меняется от минимальных до максимальных значений, приводит к тому, что металл, из которого сделан цилиндр ДВС, имеет температуру, близкую к средней температуре газа. Это позволяет существенно повысить максимальную температуру газа и тем самым увеличить КПД ДВС.

При переходе от индикаторной p, V -диаграммы (получаемой экспериментально, рис. 14.1) к термодинамической p, v -диаграмме объем газа в цилиндре под поршнем V заменяется удельным объемом

$$v = \frac{V}{m},$$

а процесс $d-a-b$ заменяется процессом изохорного охлаждения $d-b$. Таким образом, процессы на индикаторной диаграмме заменяются некоторой последовательностью известных термодинамических процессов. Полученные таким образом термодинамические циклы ДВС являются приближенными и идеализированными.

Применяемые в ДВС сравнительно невысокие давления и температуры, заметно превышающие критические, позволяют считать рабочее тело — воздух и продукты сгорания — идеальным газом, обладающим свойствами воздуха. Кроме того, принимается, что теплоемкости c_p , c_v и показатель адиабаты k воздуха и продуктов сгорания — постоянные величины, не зависящие от температуры, а процессы сжатия и расширения — это адиабатные обратимые процессы, в которых

$$s = \text{const.}$$

Все это заметно упрощает описание и расчет процессов в ДВС.

Как уже отмечалось ранее, все процессы термодинамического цикла ДВС совершаются одним и тем же количеством газа. Поэтому отношение объемов можно заменить на отношение удельных объемов, например

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{v_1}{v_2},$$

аналогично для отношения подведенной и отведенной в цикле теплоты (Q_1 и Q_2):

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{q_2}{q_1}.$$

Термодинамические циклы ДВС обычно различают по способу подвода теплоты:

- 1) цикл с подводом теплоты при постоянном объеме, называемый также циклом Отто, по фамилии немецкого конструктора, осуществившего этот цикл в 1876 году;
- 2) цикл с подводом теплоты при постоянном давлении, называемый также циклом Дизеля, по фамилии немецкого инженера, построившего в 1897 году двигатель, работающий по этому циклу;
- 3) цикл с комбинированным подводом теплоты (сначала при постоянном объеме, а затем при постоянном давлении), называемый также циклом Тринклера, по фамилии русского инженера, впервые предложившего этот цикл в 1904 году.

14.2. Цикл ДВС с подводом теплоты при постоянном объеме

Цикл ДВС с подводом теплоты при постоянном объеме (цикл Отто, рис. 14.2, *a*) состоит из двух изохор (2-3, 4-1) и двух адиабат (1-2, 3-4). В процессе 1-2 происходит процесс адиабатного сжатия смеси воздуха с легко

воспламеняющимся топливом (бензином). В цикле Отто степень сжатия смеси в процессе 1-2

$$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2},$$

должна быть ниже предельного значения $\varepsilon_{\text{пред}}$, которое определяется октановым числом используемого топлива. В состоянии 2, когда

$$\varepsilon < \varepsilon_{\text{пред}},$$

смесь воспламеняется от электрической искры и сгорает — в идеальном процессе — мгновенно при постоянном объеме (процесс 2-3). Выделившаяся при сжигании топлива теплота и есть теплота Q_1 , подведенная в цикле. При адиабатном расширении газов в процессе 3-4 совершается полезная работа, а в изохорном процессе 4-1 теплота Q_2 отводится в окружающую среду.

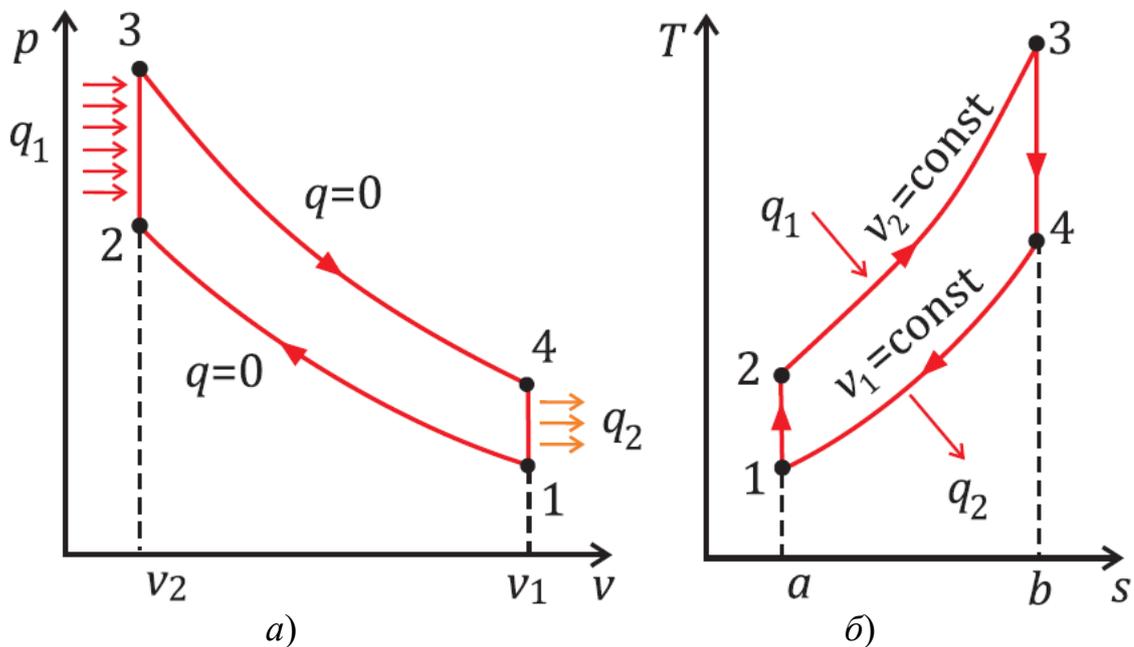


Рис. 14.2. Цикл ДВС с подводом теплоты при $v = \text{const}$ (цикл Отто) в p, v - (а) и T, s - (б) диаграммах

Термический КПД цикла запишем в наиболее общем виде (2.3), имея ввиду, что

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{q_2}{q_1},$$

удельная теплота изохорного процесса определяется по (3.2)

$$q = \Delta u,$$

а считая $c_v = \text{const}$, по (3.3) $q = c_v \Delta T$:

$$\eta_t = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{(u_4 - u_1)}{(u_3 - u_2)} = 1 - \frac{c_v(T_4 - T_1)}{c_v(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_1 \left(\frac{T_4}{T_1} - 1 \right)}{T_2 \left(\frac{T_3}{T_2} - 1 \right)}. \quad (a)$$

Используя соотношение (3.23) между температурой и объемом в адиабатном процессе для идеального газа, получаем

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{k-1} = \varepsilon^{k-1}, \quad (14.1)$$

откуда

$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2}, \quad (14.2)$$

Подставив (14.1) и (14.2) в (а), получаем

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k-1}}, \quad (14.3)$$

Как видно из формулы (14.3), КПД цикла ДВС с подводом теплоты при постоянном объеме тем больше, чем больше степень сжатия ε . Зависимость термического КПД такого цикла от степени сжатия приведена на рис. 14.3. Такую зависимость термического КПД от степени сжатия (и независимость от максимальной температуры цикла T_3) можно объяснить, представив на T, s -диаграмме (рис. 14.4, а) два цикла ДВС 1-2-3-4-1 и 1-2-3_a-4_a-1, у которых одинаковая степень сжатия

$$\varepsilon = \frac{v_1}{v_2},$$

но отличающиеся максимальные температуры

$$T_{3a} > T_3.$$

Как видно на рис. 12.4, а, средняя температура подвода теплоты T_{1cp} в цикле 1-2-3_a-4_a-1 больше, чем в цикле 1-2-3-4-1; но и средняя температура отвода теплоты T_{2cp} в цикле 1-2-3_a-4_a-1 больше, чем в цикле 1-2-3-4-1. Очевидно, имея в виду полученную формулу (14.3), отношение $\frac{T_{2cp}}{T_{1cp}}$ у двух циклов оказалось одинаковым, как и термический КПД (2.22)

$$\eta_t = 1 - \frac{T_{2cp}}{T_{1cp}},$$

т. е. термический КПД не зависит от максимальной температуры в цикле.

Для объяснения зависимости КПД цикла ДВС с подводом теплоты в процессе $v = \text{const}$ только от степени сжатия ε сравним средние температуры подвода и отвода теплоты для двух циклов, изображенных на рис. 14.4, б, — цикла 1-2-3-4-1 и 1-2_a-3_a-4_a-1, у которых одинаковые максимальные температуры в цикле

$$T_{3a} = T_3,$$

но разные степени сжатия

$$\varepsilon_a > \varepsilon.$$

Как видно на рис. 12.4, б, средняя температура подвода теплоты T_{1cp} в цикле 1-2а-3а-4а-1 больше, чем в цикле 1-2-3-4-1, а средняя температура отвода теплоты T_{2cp} в цикле 1-2а-3а-4а-1 меньше, чем в цикле 1-2-3-4-1. Таким образом, отношение $\frac{T_{2cp}}{T_{1cp}}$ при переходе от цикла 1-2-3-4-1 к циклу 1-2а-3а-4а-1 уменьшается и, как следствие этого, термический КПД цикла (2.22)

$$\eta_t = 1 - \frac{T_{2cp}}{T_{1cp}}$$

повышается. Т.е. увеличение степени сжатия повышает термический КПД цикла ДВС с подводом теплоты при $v = const$.

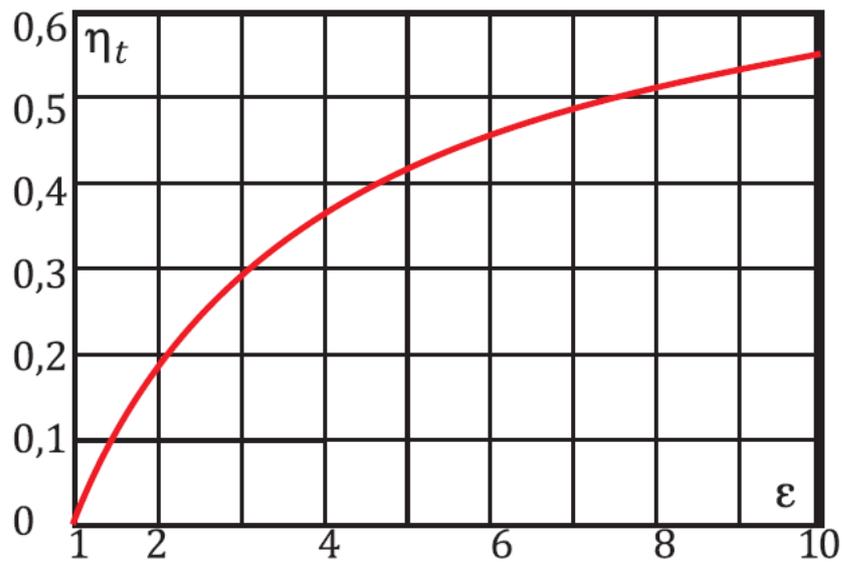


Рис. 14.3. Зависимость термического КПД η_t цикла ДВС с подводом теплоты при $v = const$ от степени сжатия ϵ

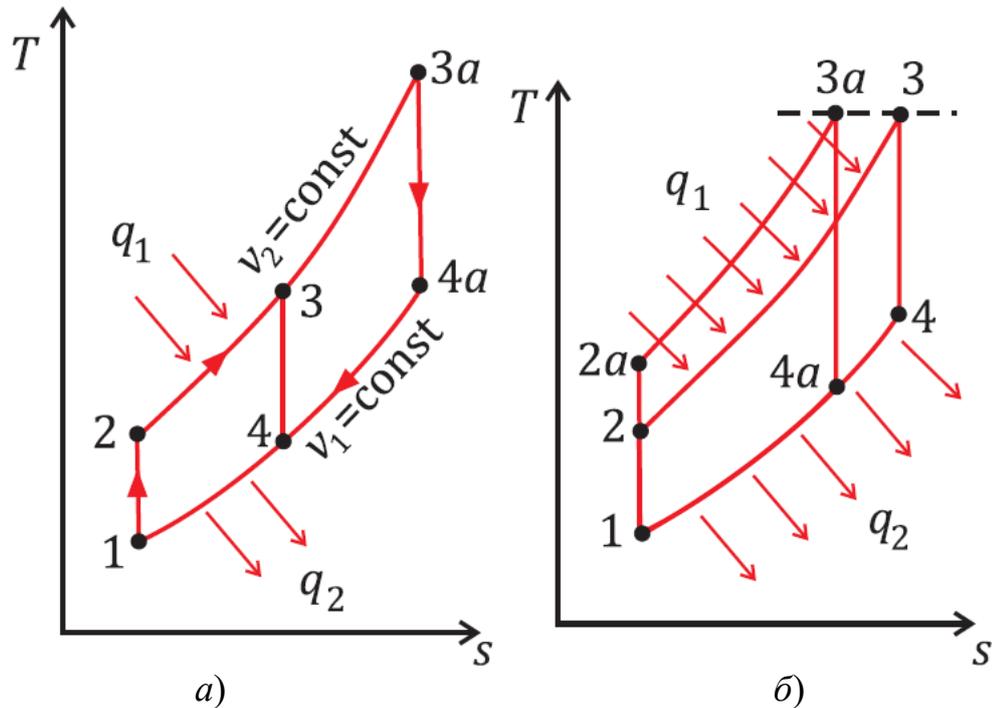


Рис. 14.4. Изменение циклов ДВС с подводом теплоты при $v = \text{const}$ в T, s -диаграмме при: (а) изменении температуры T_3 и степени сжатия $\epsilon = \text{const}$; и (б) при изменении степени сжатия ϵ при температуре $T_3 = \text{const}$

Пример 14.1

В цикле ДВС с подводом теплоты при $v = \text{const}$ при сжатии температура газа увеличилась с 312 К до 600 К. Чему равен термический КПД цикла ДВС с подводом теплоты при $v = \text{const}$?

Решение

Термический КПД цикла ДВС с подводом теплоты при $v = \text{const}$ определяется степенью сжатия ϵ :

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\epsilon^{k-1}}.$$

Но согласно (3.23) или (14.1)

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\epsilon^{k-1}} = 1 - \frac{T_1}{T_2}.$$

$$\eta_t = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{312}{600} = 0,48 = 48,0\%.$$

Ответ: 48,0%.

Пример 14.2

В ДВС с изохорным подводом теплоты для полного сгорания бензина массовый расход воздуха должен в 14,7 раз превосходить расход бензина. Определить удельную работу цикла ДВС, если степень сжатия $\epsilon = 8$, а теплота сгорания бензина 44 МДж/кг. Рабочее тело обладает свойствами воздуха, теплоемкость которого не зависит от температуры, $k = 1,35$.

Решение

Термический КПД цикла с изохорным подводом теплоты при

$$c_v = \text{const}$$

рассчитывается по (14.3):

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k-1}} = 1 - \frac{1}{8^{1,35-1}} = 0,517.$$

Количество подводимой к циклу теплоты:

$$q_1 = \frac{m_T}{m_B} \cdot Q_H^p = \frac{1}{14,7} \cdot 44 \cdot 10^3 = 2993,2 \text{ кДж/кг.}$$

Удельная работа цикла:

$$l_{ц} = q_1 \cdot \eta_t = 2993,2 \cdot 0,517 = 1547,5 \text{ кДж/кг.}$$

Ответ: $l_{ц} = 1547,5 \text{ кДж/кг.}$

Удельную работу цикла ДВС с подводом теплоты при $v = \text{const}$ запишем, используя 1-й закон термодинамики (2.1) и принимая постоянной изохорную теплоемкость газа $c_v = \text{const}$,

$$l_{ц} = q_1 - q_2 = (u_3 - u_2) - (u_4 - u_1) = c_v[(T_3 - T_2) - (T_4 - T_1)],$$

и после несложных преобразований с учетом (14.2) получаем

$$l_{ц} = c_v[T_2\left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right) - T_1\left(\frac{T_4}{T_1} - 1\right)] = c_v T_1\left[\left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right)\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)\right]. \quad (a)$$

Заменив в уравнении Майера

$$c_p - c_v = R$$

изобарную теплоемкость

$$c_p = k \cdot c_v,$$

получаем

$$c_v = \frac{R}{k-1}, \quad (14.4)$$

отношение температур $\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$ в адиабатном процессе 1-2 примем как в (14.1), а отношение $\left(\frac{T_3}{T_2}\right)$ в изохорном процессе идеального газа 2-3 — по (3.1)

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{p_3}{p_2} = \lambda, \quad (b)$$

где λ — степень повышения давления в изохорном процессе.

Подставив (14.1), (14.2) и (b) в (a), получаем

$$l_{ц} = \frac{R \cdot T_1}{k-1} \cdot (\varepsilon^{k-1} - 1) \cdot (\lambda - 1). \quad (14.5)$$

Из формулы (14.5) следует, что удельная работа цикла тем больше, чем больше степень сжатия в адиабатном процессе ε и чем больше степень повышения давления в изохорном процессе λ . Проследим выполнение этой закономерности, помня, что удельная работа обратимого цикла, как это следует из 1-го и 2-го законов термодинамики, эквивалентна площади циклов, изображенных в p, v - и T, s -диаграммах.

При увеличении степени повышения давления в изохорном процессе λ и неизменности степени сжатия ε процесс сжатия 1-2 и состояние 2 на T, s -диаграмме (рис. 14.4, *a*) не изменятся, а увеличение степени повышения давления λ в изохорном процессе 2-3, в соответствии с (14.2), приведет к росту температуры T_3 (на рис. 14.4, *a* от T_3 до T_{3a}). Соответственно, площадь цикла, эквивалентная работе цикла, как это видно на рис. 14.4, *a*, увеличивается от пл. 1-2-3-4-1 до пл. 1-2-3 a -4 a -1. При увеличении степени сжатия ε и неизменности степени повышения давления λ температура газа T_2 (рис. 14.4, *б*) увеличивается и пропорционально ей увеличивается и температура T_3 . В результате, площадь цикла и эквивалентная ей работа цикла увеличиваются.

Мощность ДВС можно определить, используя формулу для *эффективного КПД* теплосиловых установок

$$\eta_e^{\text{уст}} = \frac{N}{Q_1}, \quad (a)$$

в которую входят, кроме термического КПД термодинамического цикла η_t , коэффициенты, учитывающие отличие реальных процессов от идеальных термодинамических процессов и их необратимость, механические потери на трение и другие, объединенные внутренним относительным КПД установки $\eta_{oi}^{\text{уст}}$ так, что

$$\eta_e^{\text{уст}} = \eta_t \cdot \eta_{oi}^{\text{уст}}, \quad (b)$$

Представив подведенную теплоту Q_1 , как произведение расхода топлива B на теплоту сгорания топлива Q_H^p , получаем

$$Q_1 = B \cdot Q_H^p. \quad (c)$$

Выражение для мощности N ДВС получим из формулы (a), в которую подставим соотношения (b) и (c), выразив расход топлива B в кг/ч

$$N = \frac{B \cdot Q_H^p \cdot \eta_t \cdot \eta_{oi}^{\text{уст}}}{3600}, \quad (14.6)$$

а расход топлива можно найти из (14.6)

$$B = \frac{3600 \cdot N}{Q_H^p \cdot \eta_t \cdot \eta_{oi}^{\text{уст}}}, \quad (14.7)$$

где N , кВт; B , кг/ч; Q_H^p , кДж/кг, $\eta_{oi}^{уст} = 0,7 \div 0,8$.

Одновременно с увеличением степени сжатия в ДВС с внешним смесеобразованием возникает опасность детонации, которая может разрушить двигатель. Различные сорта бензина характеризуются октановым числом, которое характеризует детонационную стойкость топлив. Бензин с большим октановым числом может выдержать более высокую степень сжатия ϵ . Поэтому в автомобильных ДВС степень сжатия, как правило, не превышает $10 \div 11$, а КПД составляет $20 \div 25\%$.

В последние годы появились ДВС, работающие по циклу с подводом теплоты при постоянном объеме, в которых топливом является природный газ, метан, пропан, бутан и другие горючие газы, температура воспламенения которых выше, чем у бензина. Например, температура воспламенения природного газа составляет $600 \div 650^\circ\text{C}$. Такие двигатели называют газопоршневыми двигателями (ГПД). У газопоршневых двигателей степень сжатия, в зависимости от топлива, колеблется в пределах от 12 до 20. При использовании ГПД для привода электрогенератора, КПД такой мини-электростанции достигает $40 \div 45\%$, а в случае использования теплоты уходящих из ГПД газов и одновременной выработки электроэнергии и теплоты для тепловых потребителей коэффициент использования теплоты топлива такой мини-ТЭЦ достигает 85% .

14.3. Цикл ДВС с подводом теплоты при постоянном давлении

В цикле ДВС с подводом теплоты при постоянном давлении (цикл Дизеля, рис. 14.5), в отличие от ДВС с подводом теплоты при постоянном объеме, в адиабатном процессе 1-2 сжимается чистый воздух, что позволяет повысить степень сжатия ϵ . Температура воздуха в конце процесса сжатия должна превышать температуру воспламенения топлива

$$T_2 > T_{вт},$$

которое распыляется специальным компрессором и вводится в цилиндр, где самовоспламеняется от контакта со сжатым воздухом. Естественно, что часть работы, произведенной двигателем, расходуется на привод компрессора. Такие ДВС также называют *компрессорными дизелями*.

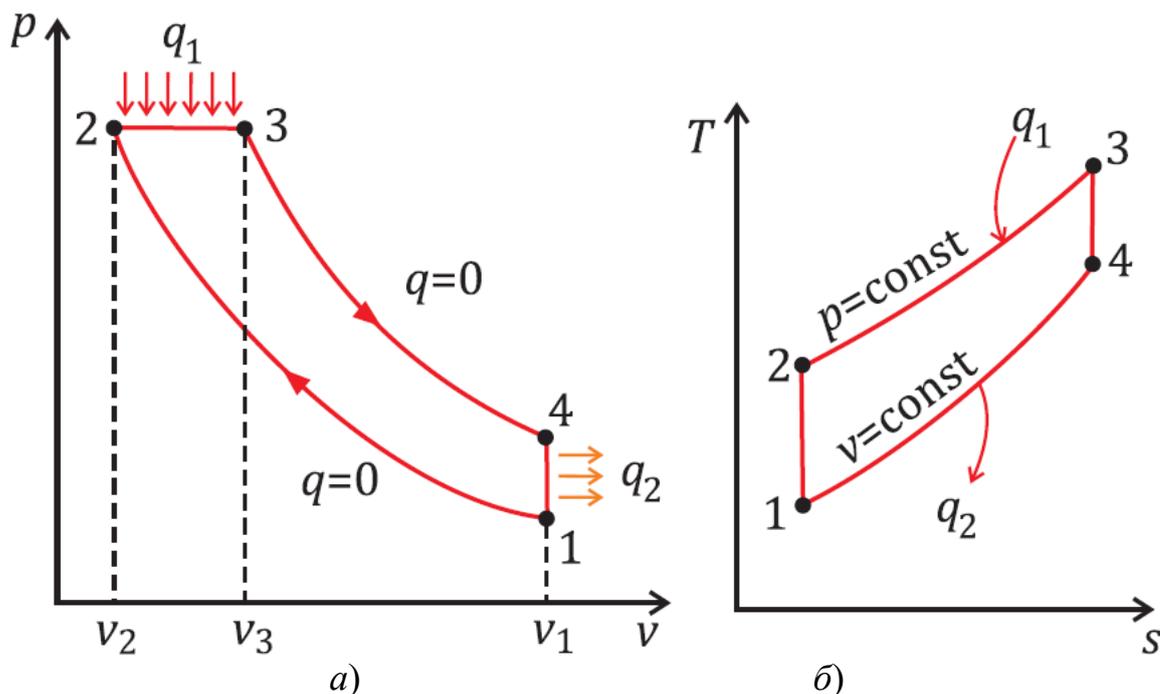


Рис. 14.5. Цикл ДВС с подводом теплоты при постоянном давлении (цикл Дизеля) в p, v - (*а*) и T, s - (*б*) диаграммах

В процессе сгорания топлива происходит подвод теплоты к сжатому воздуху и предварительное расширение газа при постоянном давлении (процесс 2-3). Адиабатный процесс 3-4 и изохорный процесс 4-1 в таком цикле аналогичны таким же процессам в цикле ДВС с подводом теплоты при постоянном объеме. Цикл ДВС с подводом теплоты при постоянном давлении представлен в p, v - и T, s -диаграммах на рис. 14.5, *а* и рис. 14.5, *б*.

Подведенная теплота q_1 в изобарном процессе

$$q_1 = \Delta h$$

(3.12), а отведенная теплота q_2 в изохорном процессе

$$q_2 = \Delta u$$

(3.2). Для идеального газа с постоянной теплоемкостью согласно (3.13) и (3.3)

$$q_1 = c_p \cdot \Delta T$$

и

$$q_2 = c_v \cdot \Delta T.$$

Термический КПД такого цикла 1-2-3-4-1 (рис. 14.5)

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{u_4 - u_1}{h_3 - h_2} = 1 - \frac{c_v(T_4 - T_1)}{c_p(T_3 - T_2)} = \frac{c_v T_1 \left(\frac{T_4}{T_1} - 1\right)}{c_p T_2 \left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right)}. \quad (a)$$

Выразим отношения температур в (a) через безразмерные характеристики:

– степень сжатия

$$\varepsilon = \frac{v_1}{v_2};$$

– степень предварительного расширения

$$\rho = \frac{v_3}{v_2};$$

– и показатель адиабатного процесса

$$k = \frac{c_p}{c_v}.$$

Отношение

$$\frac{T_2}{T_1} = \varepsilon^{k-1}$$

было найдено в (14.1),

– в изобарном процессе 2-3 (3.8)

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{v_3}{v_2} = \rho, \quad (14.8)$$

– в изохорном процессе 4-1 (3.1)

$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{p_4}{p_1}, \quad (b)$$

Для определения отношения давлений

$$\frac{p_4}{p_1}$$

запишем уравнения Пуассона для адиабатных процессов 4-3 и 1-2:

$$p_4 \cdot v_4^k = p_3 \cdot v_3^k,$$

$$p_1 \cdot v_1^k = p_2 \cdot v_2^k,$$

и разделим одно уравнение на другое, имея ввиду, что

$$v_4 = v_1,$$

а

$$p_3 = p_2.$$

В результате

$$\frac{p_4}{p_1} = \left(\frac{v_3}{v_2}\right)^k = \rho^k, \quad (c)$$

и, объединяя (b) и (c), получаем

$$\frac{T_4}{T_1} = \rho^k. \quad (14.9)$$

Подставляя (14.1), (14.8) и (14.9) в (a), получаем для КПД цикла ДВС с подводом теплоты при $p = \text{const}$

$$\eta_t = 1 - \frac{\rho^{k-1}}{k(\rho-1)} \frac{1}{\varepsilon^{k-1}}, \quad (14.10)$$

Как следует из (14.10), КПД цикла ДВС с подводом теплоты при постоянном давлении тем больше, чем больше степень сжатия ε и меньше степень предварительного расширения ρ (рис. 14.6).

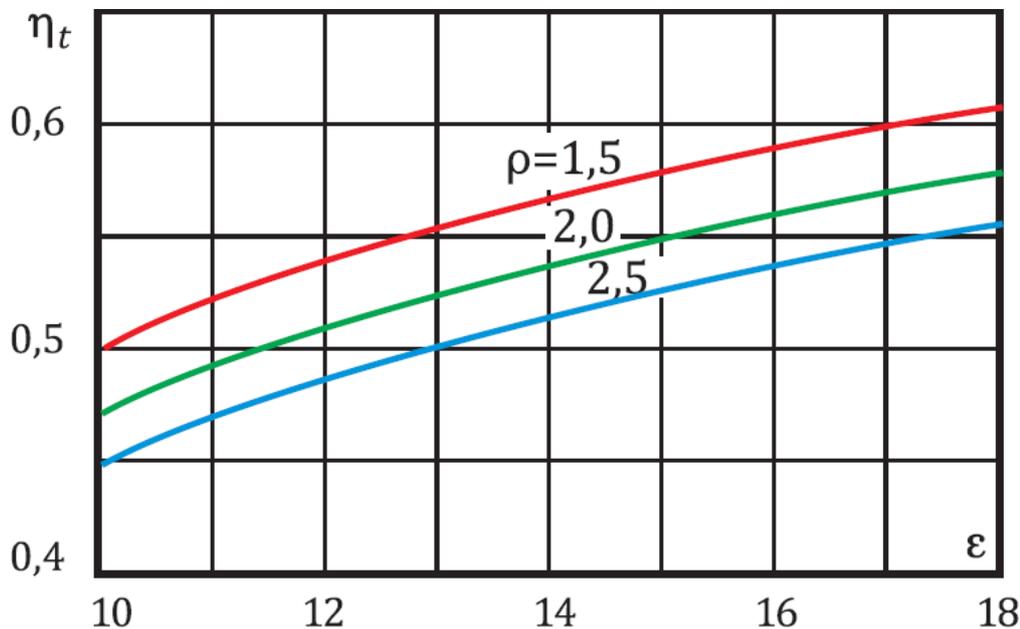


Рис. 14.6. Зависимость термического КПД η_t цикла ДВС с подводом теплоты при $p = \text{const}$ (цикла Дизеля) от степени сжатия ε и степени предварительного расширения ρ

Такую закономерность можно объяснить, используя формулу (2.22) для термического КПД произвольного обратимого цикла

$$\eta_t = \frac{T_{1\text{ср}} - T_{2\text{ср}}}{T_{1\text{ср}}}$$

и рассматриваемый цикл в T, s -диаграмме (рис. 14.5, б).

Увеличение степени сжатия воздуха ε в процессе 1-2 (рис. 14.5, б) при сохранении степени предварительного расширения ρ приводит к увеличению температуры T_2 и увеличению средней температуры подвода теплоты $T_{1\text{ср}}$ в изобарном процессе 2-3. Т.к. при этом средняя температура отвода теплоты $T_{2\text{ср}}$ в изохорном процессе 4-1 не изменяется, то термический КПД η_t , в соответствии с (2.22), увеличивается.

Увеличение степени предварительного расширения ρ в процессе 2-3 (при сохранении степени сжатия ε и, следовательно, положению в T, s -диаграмме на рис. 14.5, б процесса 1-2) приводит к перемещению точки 3 в изобарном процессе 2-3 в область более высоких температур. Но т.к. изохоры в T, s -диаграмме идут круче изобар, то разность средних температур подвода и отвода теплоты

$$T_{1cp} - T_{2cp}$$

в области более высоких температур уменьшается, а T_{1cp} увеличивается, что в соответствии с (2.22)

$$\eta_t = \frac{T_{1cp} - T_{2cp}}{T_{1cp}}$$

приводит к уменьшению термического КПД цикла Дизеля.

Удельную работу цикла ДВС с подводом теплоты при

$$p = \text{const}$$

запишем, так же, как и для цикла ДВС с подводом теплоты при

$$v = \text{const},$$

используя 1-й закон термодинамики (2.1) и принимая постоянными изохорную и изобарную теплоемкости газа: $c_v = \text{const}$ и $c_p = \text{const}$,

$$l_{ц} = q_1 - q_2 = (h_3 - h_2) - (u_4 - u_1) = c_p(T_3 - T_2) - c_v(T_4 - T_1).$$

Представив

$$c_p = k \cdot c_v,$$

а c_v по (14.4), после некоторых преобразований, получаем выражение

$$l_{ц} = \frac{R \cdot T_1}{k-1} \left[k \frac{T_2}{T_1} \left(\frac{T_3}{T_2} - 1 \right) - \left(\frac{T_4}{T_1} - 1 \right) \right],$$

в котором используем отношения температур в соответствии с (14.1), (14.8) и (14.9)

$$l_{ц} = \frac{R \cdot T_1}{k-1} [k \cdot \varepsilon^{k-1}(\rho - 1) - (\rho^k - 1)]. \quad (14.11)$$

Влияние степени сжатия ε и степени предварительного расширения ρ на удельную работу цикла ДВС с подводом теплоты при $p = \text{const}$ рассмотрим, используя для этого изображение цикла в T, s -диаграмме и помня, что площадь цикла в T, s -диаграмме эквивалентна работе цикла. При увеличении степени сжатия ε и неизменности степени предварительного расширения ρ точка 2 на рис. 14.5, б, а вместе с ней и процесс подвода теплоты 2-3 перемещаются вверх, в результате чего площадь цикла увеличится, следовательно, и удельная работа, совершенная ДВС, станет больше. Такой же результат следует из формулы (14.11) — при

$$\rho = \text{const}$$

и увеличении ε удельная работа $l_{ц}$ увеличивается.

При увеличении степени предварительного расширения ρ в процессе 2-3 (и постоянстве степени сжатия ε) процесс 1-2 не изменяет своего положения на T, s -диаграмме (рис. 14.5, б), а точка 3 перемещается по изобаре, а вслед за ней и точка 4 — по изохоре — обе в область более высоких температур. В результате площадь цикла увеличивается и, как следствие, удельная работа цикла станет больше. Следует отметить, что несмотря на увеличение работы цикла $l_{ц}$ при увеличении степени предварительного расширения ρ и $\varepsilon = \text{const}$, термический КПД рассматриваемого цикла при этом уменьшается, как это показано на рис. 14.6.

Мощность ДВС с подводом теплоты при

$$p = \text{const}$$

и расход топлива могут быть найдены по формулам (14.6) и (14.7).

Компрессорные дизели, в которых реализуется цикл с подводом теплоты при постоянном давлении, не нашли широкого применения из-за наличия дополнительного агрегата — компрессора высокого давления, обеспечивающего распыление и подачу в цилиндр жидкого топлива, и, к тому же, потребляющего до 10% мощности двигателя.

Пример 14.2

ДВС работает по циклу с подводом теплоты при $p = \text{const}$. Степень сжатия $\varepsilon = 20$. При сгорании топлива выделяется энергия в количестве 850 кДж/кг. Начальная температура рабочего тела $t_1 = 50^\circ\text{C}$. Определить температуры в характерных точках цикла, термический КПД и удельную работу цикла. Рабочее тело считать обладающим свойствами воздуха, теплоемкость которого не зависит от температуры $c_p = 1,15$ кДж/(кг·К).

Решение

1) Используя уравнение Майера, определим изохорную теплоемкость и показатель адиабаты рабочего тела:

$$c_v = c_p - R = 1,15 - 8,3145/29 = 0,863 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К});$$

$$k = \frac{c_p}{c_v} = \frac{1,15}{0,863} = 1,332.$$

2) Определим температуру рабочего тела в конце процесса адиабатного сжатия

$$T_2 = T_1 \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1} = T_1 \cdot \varepsilon^{k-1} = (50 + 273,15) \cdot 20^{1,332-1} = 873,67 \text{ К} = 600,5^\circ\text{C}.$$

3) Определим температуру рабочего тела в конце изобарного процесса подвода теплоты 2-3. Из уравнения

$$q_1 = c_p(T_3 - T_2)$$

получаем

$$T_3 = T_2 + \frac{q_1}{c_p} = 873,67 + \frac{850}{1,15} = 1633,38 \text{ К} = 1360,23^\circ\text{С}.$$

4) Определим T_4 . Из рис. 14.5, б следует $\Delta s_{2-3} = \Delta s_{1-4}$; в изобарном процессе

$$\Delta s_{2-3} = c_p \cdot \ln\left(\frac{T_3}{T_2}\right). \quad (a)$$

в изохорном процессе

$$\Delta s_{1-4} = c_v \cdot \ln\left(\frac{T_4}{T_1}\right). \quad (b)$$

Приравнивая правые части (a) и (b) и разделив их на c_v , получаем:

$$k \cdot \ln\left(\frac{T_3}{T_2}\right) = \ln\left(\frac{T_4}{T_1}\right) \text{ или } \frac{T_4}{T_1} = \left(\frac{T_3}{T_2}\right)^k.$$

Откуда

$$T_4 = T_1 \left(\frac{T_3}{T_2}\right)^k = (50 + 273,15) \cdot \left(\frac{1633,38}{873,67}\right)^{1,332} = 743,63 \text{ К} = 470,5^\circ\text{С}.$$

5) Отведенная теплота

$$q_2 = c_v(T_4 - T_1) = 0,863 \cdot (743,63 - 323,15) = 362,9 \text{ кДж/кг}.$$

6) Работа цикла

$$l_{\text{ц}} = q_1 - q_2 = 850 - 362,9 = 487,1 \text{ кДж/кг}.$$

7) КПД цикла

$$\eta_t = \frac{l_{\text{ц}}}{q_1} = \frac{487,1}{850} = 0,573 = 57,3\%$$

Ответы: $t_2 = 600,5^\circ\text{С}$, $t_3 = 1360,23^\circ\text{С}$, $t_4 = 470,5^\circ\text{С}$, $l_{\text{ц}} = 487,1 \text{ кДж/кг}$, $\eta_t = 57,3\%$.

14.4. Цикл ДВС с комбинированным подводом теплоты

В цикле ДВС с комбинированным подводом теплоты (цикл Тринклера, рис. 14.7) подвод теплоты осуществляется сначала в изохорном процессе 2-3, а затем в изобарном процессе 3-4. Остальные процессы — аналогичны процессам в цикле Дизеля на рис. 14.5. В отличие от компрессорных дизелей, в которых реализуется цикл Дизеля с подводом теплоты при постоянном давлении, в ДВС с комбинированным подводом теплоты компрессор отсутствует. Впрыск жидкого топлива в цилиндр и его частичное распыление происходит с помощью форсунок, а дальнейшее распыление топлива

осуществляется уже в цилиндре. Такие ДВС иногда называют бескомпрессорным дизелем.

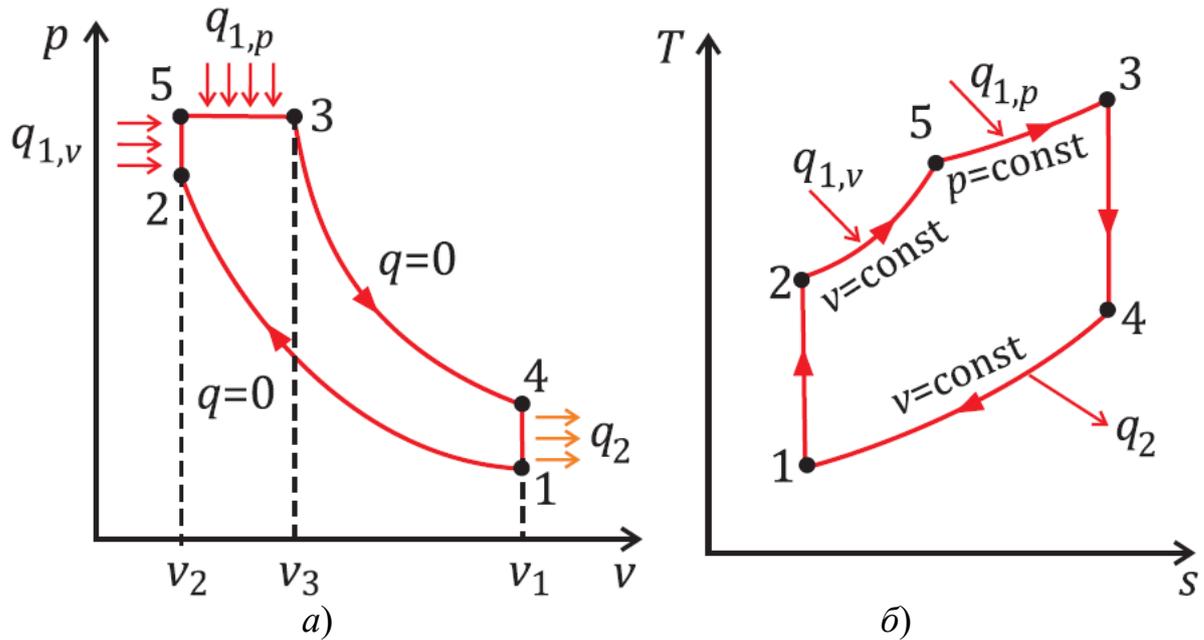


Рис. 14.7. Цикл ДВС с комбинированным подводом теплоты в p, v - (а) и T, s - (б) диаграммах

Термический КПД цикла ДВС с комбинированным подводом теплоты запишем, ориентируясь на рис. 14.7, в наиболее общем виде (2.3), имея ввиду, что

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{q_2}{q_1}.$$

Удельную теплоту изохорного и изобарного процессов определяем, считая теплоемкости газа c_v и c_p постоянными величинами, по (3.3) и (3.13), соответственно $q_{1v} = c_v \Delta T$ и $q_{1p} = c_p \Delta T$,

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_{1,v} + q_{1,p}} = 1 - \frac{c_v(T_4 - T_1)}{c_v(T_5 - T_2) + c_p(T_3 - T_5)} = 1 - \frac{\left(\frac{T_4}{T_1} - 1\right) \frac{T_1}{T_2}}{\left(\frac{T_5}{T_2} - 1\right) + \frac{T_5}{T_2} \cdot k \left(\frac{T_3}{T_5} - 1\right)}. \quad (a)$$

Кроме уже используемых безразмерных характеристик — степень сжатия

$$\varepsilon = \frac{v_1}{v_2}$$

и степень предварительного расширения

$$\rho = \frac{v_1}{v_2},$$

введем еще одну безразмерную характеристику — степень повышения давления в изохорном процессе

$$\lambda = \frac{p_5}{p_2},$$

с помощью которых выразим отношения температур в формуле (a).

Отношение

$$\frac{T_2}{T_1} = \varepsilon^{k-1}$$

(14.1) было получено ранее. В изобарном процессе 5-3

$$\frac{T_3}{T_5} = \frac{v_3}{v_5} = \rho, \quad (b)$$

в изохорном процессе 2-5

$$\frac{T_5}{T_2} = \frac{p_5}{p_2} = \lambda, \quad (c)$$

в изохорном процессе 4-1

$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{p_4}{p_1}, \quad (d)$$

Записав уравнение Пуассона для адиабатных процессов 4-3 и 1-2

$$p_4 \cdot v_4^k = p_3 \cdot v_3^k,$$

$$p_1 \cdot v_1^k = p_2 \cdot v_2^k$$

и разделив первое уравнение на второе, имея ввиду, что

$$v_4 = v_1,$$

а

$$p_3 = p_5,$$

получаем отношение

$$\frac{p_4}{p_1} = \frac{p_3}{p_2} \left(\frac{v_3}{v_2} \right)^k = \frac{p_5}{p_2} \left(\frac{v_3}{v_2} \right)^k = \lambda \cdot \rho^k,$$

которое подставляем в формулу (d). В итоге получаем

$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{p_4}{p_1} = \lambda \cdot \rho^k, \quad (e)$$

Подставляя (14.1), (b), (c) и (e) в (a), получаем выражение для термического КПД цикла ДВС с комбинированным подводом теплоты

$$\eta_t = 1 - \frac{\lambda \rho^{k-1}}{(\lambda-1) + k\lambda(\rho-1)} \cdot \frac{1}{\varepsilon^{k-1}}. \quad (14.12)$$

Цикл ДВС с подводом теплоты при

$$v = \text{const}$$

и цикл с подводом теплоты при

$$p = \text{const}$$

можно рассматривать, как частные случаи цикла с комбинированным подводом теплоты. Так, при

$$\rho = 1 (v_3 = v_5)$$

цикл с комбинированным подводом теплоты (рис. 14.7) превращается в цикл с подводом теплоты при

$$v = \text{const}$$

(рис. 14.2), а при

$$\lambda = 1 (p_2 = p_5)$$

— в цикл с подводом теплоты при

$$p = \text{const}$$

(рис. 14.5). Соответственно, формула для КПД цикла ДВС с комбинированным подводом теплоты (14.7) при

$$\rho = 1$$

превращается в КПД цикла с подводом теплоты при

$$v = \text{const}$$

(14.3), а при

$$\lambda = 1$$

— в КПД цикла с подводом теплоты при

$$p = \text{const}$$

(14.10).

14.5. Сравнение термодинамических циклов ДВС по величине термического КПД

Сравнение термодинамических циклов ДВС производят при одинаковых параметрах окружающего воздуха и предельных параметрах газа — T_{\max} и p_{\max} . Состояние окружающего воздуха — это состояние 1 (p_1, T_1), а состояние T_{\max} и p_{\max} — это состояние 3 на всех трех рассмотренных циклах (рис. 14.2, рис. 14.5 и рис. 14.12). Изобразим эти циклы в T, s -диаграмме так, чтобы совпали точки 1 и 3, как это изображено на рис. 14.8.

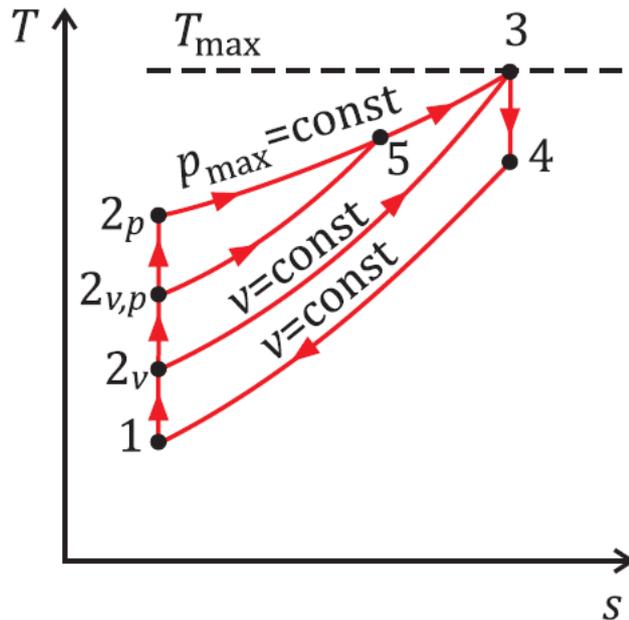


Рис. 14.8. Сравнение циклов ДВС

Здесь цикл с подводом теплоты при

$$v = \text{const}$$

1-2 v -3-4-1, цикл с подводом теплоты при

$$p = \text{const}$$

1-2 p -3-4-1 и цикл с подводом теплоты при

$$v = \text{const}$$

и

$$p = \text{const}$$

1-2 v,p -5-3-4-1. Чтобы сравнивать циклы по величине термического КПД, необходимо сравнивать средние температуры подвода $T_{1\text{cp}}$ и отвода $T_{2\text{cp}}$ теплоты, т.к., в соответствии с (2.22)

$$\eta_t = 1 - \frac{T_{2\text{cp}}}{T_{1\text{cp}}}.$$

Процесс отвода теплоты 4-1 у трех сравниваемых циклов, как это видно на рис. 14.8, совпадает; поэтому совпадают и средние температуры отвода теплоты:

$$T_{2\text{cp}}^v = T_{2\text{cp}}^{v,p} = T_{2\text{cp}}^p.$$

На рис. 14.8 также видно, что средние температуры подвода теплоты у трех циклов разные:

$$T_{1\text{cp}}^v < T_{1\text{cp}}^{v,p} < T_{1\text{cp}}^p.$$

Следовательно, наибольший КПД — у цикла ДВС с подводом теплоты при

$$p = \text{const} (\eta_t^p),$$

у цикла с подводом теплоты при

$$v = \text{const} (\eta_t^v)$$

— наименьший, а у цикла с комбинированным подводом теплоты при

$$v = \text{const} \text{ и } p = \text{const}$$

— промежуточный. В итоге получаем

$$\eta_t^v < \eta_t^{v,p} < \eta_t^p. \quad (14.13)$$

Обратимые циклы ДВС на рис. 14.8 позволяют сравнивать не только КПД, но и удельную работу циклов — она равна площади цикла. У цикла ДВС с подводом теплоты при

$$p = \text{const}$$

она наибольшая, а у цикла с подводом теплоты при

$$v = \text{const}$$

— наименьшая. Соотношения между удельными работами циклов такое же, что и для КПД:

$$l_{\text{ц}}^v < l_{\text{ц}}^{v,p} < l_{\text{ц}}^p.$$

Но нужно помнить, что реальные циклы заметно отличаются от идеализированных, которые здесь рассматривались. Прежде всего, не принималось во внимание трение, которое делает все процессы необратимыми: работа процесса 1-2, затраченная на сжатие, из-за трения увеличивается, изменяются и параметры газа после процесса сжатия (в состоянии 2). Работа процесса 3-4 — это произведенная двигателем работа (работа расширения), которая из-за трения уменьшается и, как следствие этого, изменяются и параметры газа в состоянии 4. Необратимым является и собственно процесс сжигания топлива и дальнейший процесс тепломассообмена — процесс выравнивания температуры и концентрации компонентов продуктов сгорания в объеме цилиндра.

Несмотря на большую условность рассматриваемых здесь термодинамических циклов ДВС из-за их несоответствия реальным процессам, полученные в этом разделе выводы о влиянии степени сжатия и других факторов на КПД и удельную работу циклов качественно подтверждаются на реальных ДВС.

14.6. Контрольные вопросы

1. Что такое индикаторная диаграмма и что такое термодинамическая диаграмма? Какие процессы происходят в ДВС и как они отображаются на индикаторной и на термодинамической диаграммах?
2. Что такое цикл ДВС с подводом теплоты при $v = \text{const}$ и из каких процессов он состоит? Какие физические процессы происходят при этом в ДВС и каким термодинамическим процессам они соответствуют?
3. От каких безразмерных величин зависит термический КПД цикла ДВС с подводом теплоты при $v = \text{const}$?
4. Что такое газопоршневые двигатели? Чем они отличаются от ДВС?
5. Что такое цикл ДВС с подводом теплоты при $p = \text{const}$ и из каких процессов он состоит? Какие физические процессы происходят при этом в ДВС и каким термодинамическим процессам они соответствуют?
6. Что такое цикл ДВС с комбинированным подводом теплоты и из каких процессов он состоит?
7. Какие безразмерные характеристики цикла ДВС с комбинированным подводом теплоты определяют его термический КПД?
8. При сравнении термодинамических циклов ДВС какие параметры принимаются одинаковыми?
9. При выбранных условиях сравнения термодинамических циклов ДВС какие циклы имеют наибольший КПД, а какие наименьший, и почему? Какие циклы имеют наибольшую удельную работу, а какие наименьшую, и почему?

Глава 15. ОБРАТНЫЕ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ЦИКЛЫ ХОЛОДИЛЬНЫХ И ТЕПЛОНАСОСНЫХ УСТАНОВОК

15.1. Холодильная установка. Основные понятия

Обратными термодинамическими циклами называются циклы, в которых теплота Q_1 отводится при более высоких температурах, а теплота Q_2 подводится при более низких. Такие циклы изображаются в p, v - и T, s -диаграммах (рис. 15.1) «вращающимися» против часовой стрелки, в отличие от циклов теплосиловых установок (циклов паротурбинных и газотурбинных установок, двигателей внутреннего сгорания и т.п.), называемых прямыми циклами. Для обратных циклов, так же, как и для прямых циклов, выполняется соотношение

$$L_{\text{ц}} = Q_1 - Q_2. \quad (15.1)$$

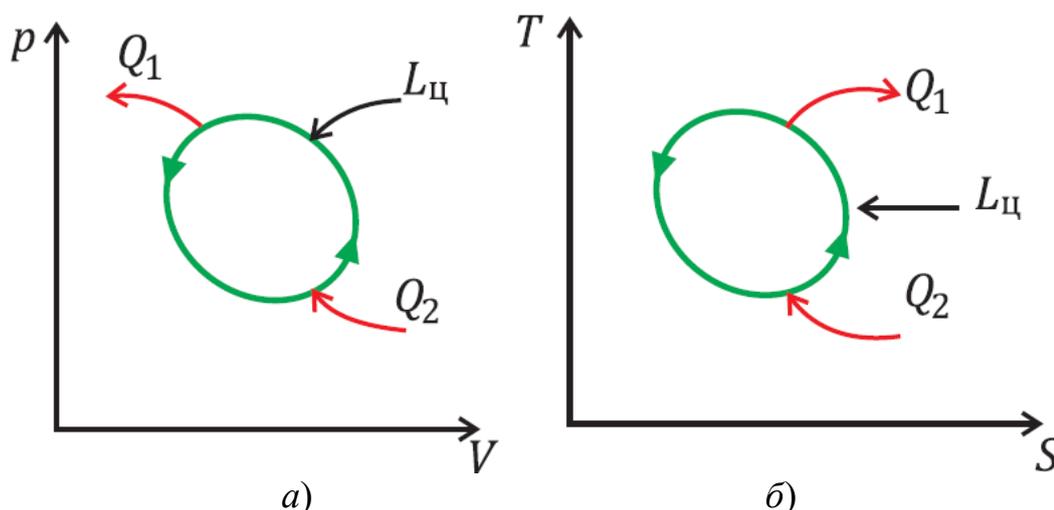


Рис. 15.1. Обратные термодинамические циклы в p, v - (а) и T, s - (б) диаграммах

В отличие от прямых циклов, работа $L_{\text{ц}}$ и удельная работа $l_{\text{ц}}$ обратных циклов — это подведенная к циклу (затраченная) работа. Соотношение для потоков энергии (15.1), отнесенное к единице времени, преобразуется к виду

$$N = Q_1 - Q_2, \quad (15.2)$$

в котором N — это мощность привода установки — потребляемая холодильной установкой мощность (кВт), Q_1, Q_2 — теплота, отведенная от цикла и подведенная к нему за единицу времени ($\text{кДж/с} \equiv \text{кВт}$).

Обратные термодинамические циклы применяются в холодильных установках и тепловых насосах, называемых также теплонасосными установками, предназначенными для теплоснабжения потребителей теплоты.

Холодильной установкой называют установку, охлаждающую содержимое холодильной камеры до температуры (T_x) ниже температуры окружающей среды (T_{oc}), т.е.

$$T_x < T_{oc}.$$

Принципиальная схема холодильной камеры, содержимое которой необходимо охладить до температуры T_x , чтобы скомпенсировать теплоприток Q'_x из окружающей среды, показана на рис. 15.2. Для охлаждения холодильной камеры необходимо отводить теплоту Q''_x к еще более холодному телу, в качестве которого на рис 15.2 показан поток вещества массовым расходом m , которое в холодильных установках называют *холодильным агентом* или сокращенно — *хладагентом*. Температура хладагента вследствие подвода к нему теплоты или повышается

$$t_b > t_a,$$

или остается неизменной

$$t_b = t_a,$$

если хладагентом является чистое вещество в двухфазном состоянии (обычно, в состоянии влажного пара). В состоянии равновесия

$$Q'_x = Q''_x = Q_x.$$

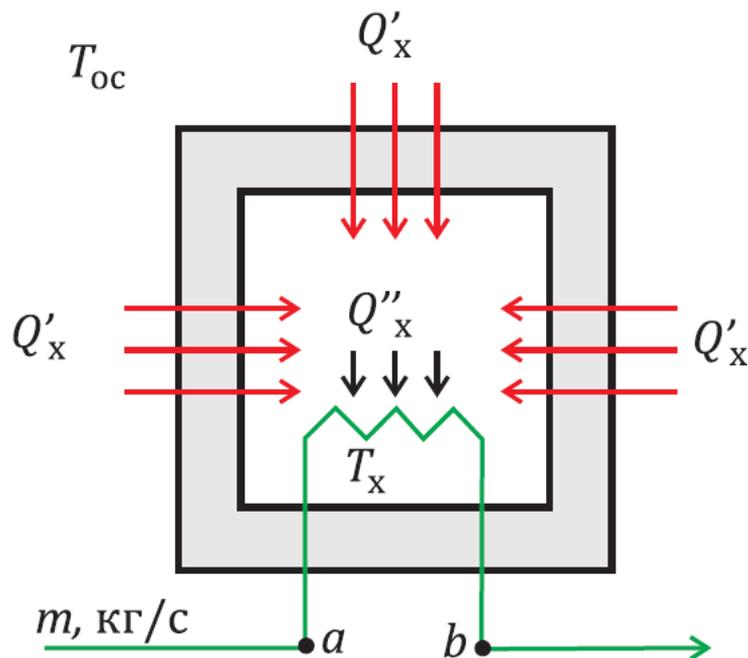


Рис. 15.2. Принципиальная схема холодильной камеры

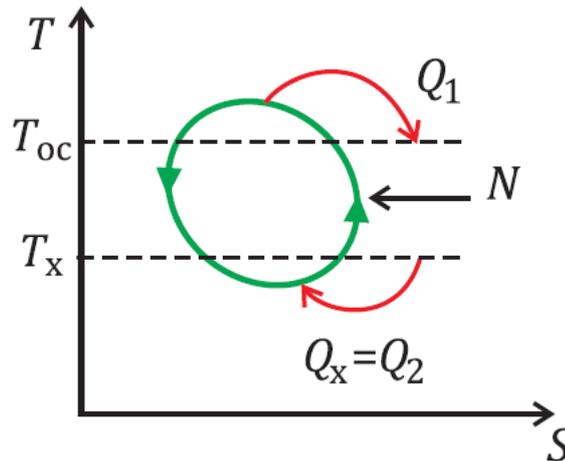


Рис. 15.3. Обратный термодинамический цикл холодильной установки

Количество теплоты Q_x , отводимой от содержимого холодильной камеры за единицу времени, называют *холодопроизводительностью* холодильной установки. В обратных циклах холодильных установок (рис.15.3) теплота Q_2 , отводимая от охлаждаемого объекта (холодильной камеры) и подводимая к хладагенту — это и есть *холодопроизводительность*

$$Q_x \equiv Q_2.$$

Охлаждаемый объект (содержимое холодильной камеры) — это нижний (холодный) источник теплоты, имеющий температуру T_x . Верхним источником теплоты служит окружающая среда с температурой T_{oc} , куда отводится от хладагента теплота Q_1 . В холодильной установке уравнения (15.1) и (15.2) принимают вид

$$N = Q_1 - Q_x. \quad (15.3)$$

Эффективность холодильной установки оценивается *холодильным коэффициентом*, который представляет собой отношение полезного эффекта — холодопроизводительности к затраченной работе (мощности),

$$\varepsilon = \frac{Q_x}{N} = \frac{Q_x}{Q_1 - Q_x}. \quad (15.4)$$

В простых схемах, когда массовый расход хладагента m через все элементы холодильной установки один и тот же, формулы (15.3) и (15.4), а также величины, входящие в них, имеют вид

$$Q_x = m \cdot q_x; \quad Q_1 = m \cdot q_1; \quad N = m \cdot l_{ц}; \quad l_{ц} = q_1 - q_x, \quad (15.5)$$

$$\varepsilon = \frac{q_x}{l_{ц}} = \frac{q_x}{q_1 - q_x}, \quad (15.6)$$

где q_x — удельная холодопроизводительность, q_1 — удельная теплота, отводимая от цикла в окружающую среду, $l_{ц}$ — удельная работа, подведенная к циклу.

Холодильный коэффициент ε может принимать любые положительные значения

$$\varepsilon > 0.$$

С помощью такого коэффициента в некоторых случаях можно сравнить холодильные установки, у которых одинаковая холодопроизводительность Q_x , но различные затраты мощности N , или одинаковые затраты мощности N , но разная холодопроизводительность Q_x , но невозможно с помощью ε оценить степень совершенства холодильной установки.

Степень термодинамического совершенства холодильной установки оценивается *эксергетическим КПД*

$$\eta_{ex} = \frac{E(Q_x)}{E(N)} = \frac{|\tau_x| \cdot Q_x}{N} = |\tau_x| \cdot \varepsilon, \quad (15.7)$$

где $E(N)$ — эксергия работы, затраченной за единицу времени (мощности), равная этой работе (мощности): $E(N) = N$; $E(Q_x)$ — эксергия теплоты (7.4); τ — эксергетическая температурная функция,

$$\tau_x = 1 - \frac{T_{oc}}{T_x}. \quad (15.8)$$

15.2. Обратный обратимый цикл Карно — цикл холодильной установки

Обратный обратимый цикл Карно — цикл холодильной установки, также как прямой обратимый цикл Карно, состоит из двух адиабат и двух изотерм, все процессы в цикле обратимые. Цикл Карно изображен в T, S -диаграмме на рис. 15.4. Условием обратимости цикла Карно является отсутствие внешней необратимости, т.е. допущение бесконечно малой разности температур при теплообмене между хладагентом и верхним источником теплоты

$$T_2 - T_{oc} = dT,$$

а также между нижним источником теплоты и хладагентом

$$T_x - T_1 = dT,$$

поэтому в расчетах принимается

$$T_2 = T_{oc}$$

и

$$T_1 = T_x.$$

Кроме того, предполагается отсутствие трения

$$Q_{\text{тр}} = 0,$$

и как следствие этого в адиабатных обратимых процессах

$$s_2 = s_1$$

и

$$s_4 = s_3.$$

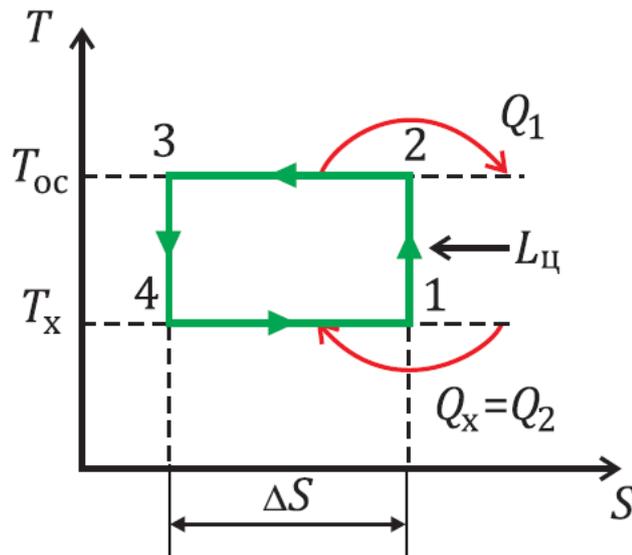


Рис. 15.4. Обратный обратимый цикл Карно — цикл холодильной установки

В этом цикле холодопроизводительность Q_x — это теплота изотермического процесса 4-1

$$Q_x = T_x \cdot \Delta S,$$

отводимая от содержимого холодильной камеры к хладагенту, равная в T, S -диаграмме (рис. 15.4) площади под процессом 4-1. Работа обратимого цикла равна его площади 1-2-3-4-1:

$$L_{\text{ц}} = N = (T_{\text{oc}} - T_x) \cdot \Delta S,$$

а холодильный коэффициент, в соответствии с (15.4),

$$\varepsilon_{\text{Карно}} = \frac{Q_x}{N} = \frac{T_x}{T_{\text{oc}} - T_x} \quad (15.9)$$

или, используя (15.8),

$$\varepsilon_{\text{Карно}} = \frac{1}{|\tau_x|}. \quad (15.10)$$

Объединяя (15.10) и выражение (15.7) для произвольного холодильного цикла, получаем другую формулу для эксергетического КПД произвольной холодильной установки

$$\eta_{ex} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{\text{Карно}}}, \quad (15.11)$$

из которой видно насколько холодильный коэффициент холодильной установки ε отличается от максимально возможного значения холодильного коэффициента идеального (обратимого) цикла Карно $\varepsilon^{\text{Карно}}$ при тех же температурах верхнего и нижнего источников теплоты — температуры окружающей среды T_{oc} и температуры в холодильной камере T_x .

Также, как термический КПД прямого цикла Карно, холодильный коэффициент обратного обратимого цикла Карно, во-первых, не зависит от свойств хладагента, совершающего цикл, и во-вторых, является наивысшим при заданных температурах верхнего и нижнего источников теплоты — температуры окружающей среды T_{oc} и температуры в холодильной камере T_x .

15.3. Сравнение эффектов внутреннего охлаждения

Охлаждение, не связанное с отводом теплоты, называют внутренним охлаждением. Отсутствие отвода теплоты означает, что такое охлаждение в термомеханической системе возможно только в процессах адиабатного расширения, которое в холодильных установках реализуется в *детандерах* и *дресселях*.

В *детандерах* происходит процесс адиабатного расширения хладагента с совершением работы. Процесс в детандере аналогичен процессу в паровых или газовых турбинах. В детандерах, как и в турбинах, при адиабатном расширении уменьшается температура хладагента и совершается полезная (техническая) работа, равная разности энтальпий

$$l_d = h_1 - h_2.$$

Если главное в турбине — совершение работы, то в детандере это — понижение температуры. Условное изображение детандера такое же, как и изображение турбины, показано на рис. 15.5, *а*, а дросселя — на рис. 15.5, *б*.

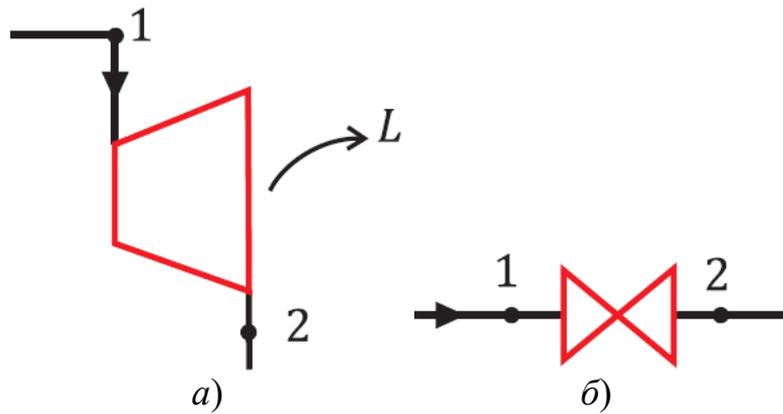


Рис. 15.5. Условное изображение детандера (а) и дросселя (б).

Процесс в дросселе (см. также §9.10), в отличие от детандера, происходит без совершения работы. Если идеальный (обратимый) адиабатный процесс в детандере — это процесс

$$s = \text{const},$$

в котором трения нет, то в дросселе холодильной установки происходит необратимый (из-за трения) процесс адиабатного дросселирования, основным уравнением которого является равенство энтальпий хладагента перед дросселем и после него

$$h_1 = h_2.$$

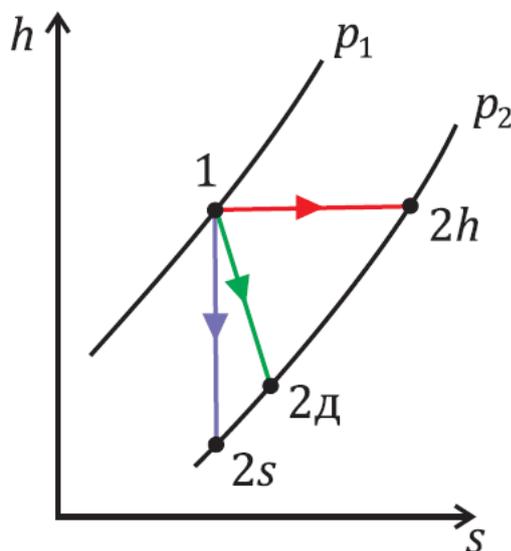


Рис. 15.6. Термодинамические процессы в детандере (обратимый процесс 1-2s, необратимый 1-2Д) и в дросселе (1-2h).

Наличие гидравлического сопротивления (трения) приводит к уменьшению давления (расширению) хладагента за дросселем и выделению теплоты трения, что делает процесс дросселирования всегда необратимым. Считая процесс дросселирования адиабатным

$$q = 0,$$

из аналитического выражения 2-го закона термодинамики для необратимых процессов (2.23) следует

$$ds > 0,$$

т.е. при адиабатном дросселировании энтропия всегда возрастает

$$s_2 > s_1.$$

Сравним возможности снижения температуры хладагента в обратимом адиабатном процессе в детандере

$$ds = 0$$

и необратимом процессе адиабатного дросселирования

$$dh = 0.$$

Изменение температуры в процессе адиабатного *дросселирования* определяется коэффициентом Джоуля-Томсона (9.62)

$$\alpha_h = \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_h,$$

который может принимать положительные, отрицательные и нулевые значения, в зависимости от состояния реального газа, как это показано на рис. 9.23. Соответственно, температура хладагента при этом будет уменьшаться, увеличиваться или оставаться неизменной. При дросселировании влажного пара температура хладагента всегда уменьшается, т.к. процесс дросселирования влажного пара в p, T -диаграмме совпадает с кривой насыщения, производная вдоль которой $\left(\frac{dT}{dp} \right)_{\text{нас}}$ всегда положительная, следовательно коэффициент Джоуля-Томсона (9.62)

$$\alpha_h = \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_h = \left(\frac{dT}{dp} \right)_{\text{нас}} > 0,$$

а

$$dT < 0.$$

При адиабатном дросселировании идеального газа его температура не изменяется, т.к. в соответствии с (9.60)

$$h_1 = h_2,$$

а энтальпия идеального газа зависит только от температуры.

Изменение температуры хладагента в *детандере* в процессе адиабатного обратимого расширения при

$$s = \text{const}$$

будем оценивать коэффициентом, аналогичным коэффициенту Джоуля-Томсона (9.62),

$$\alpha_s = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_s. \quad (15.12)$$

Для раскрытия производной (15.12) представим энтропию, как функцию давления и температуры

$$s = f(p, T),$$

и решим уравнение процесса в детандере $ds = 0$:

$$ds = \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T dp = 0. \quad (15.13)$$

В результате получаем

$$\alpha_s = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_s = -\frac{\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T}{\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p}. \quad (15.14)$$

Числитель выражения (15.14) представляет собой одно из соотношений Максвелла (4.17)

$$\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p,$$

а знаменатель выражения — уравнение (2.20)

$$\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p = \frac{c_p}{T}.$$

Подставляя (4.17) и (2.20) в (15.14), получаем

$$\alpha_s = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_s = \frac{T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p}{c_p}. \quad (15.15)$$

В формуле (15.15) практически всегда

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p > 0,$$

за исключением некоторых редко встречающихся областей, где наблюдается аномальное поведение плотности, как, например, у воды при атмосферном давлении в интервале от 0°C до 4°C.

Следовательно,

$$\alpha_s = \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_s > 0,$$

и

$$dT < 0,$$

т.е. в детандерах при адиабатном обратимом расширении

$$dp < 0$$

газ, пар или жидкость практически всегда охлаждаются. Процесс расширения реального газа в детандере показан на рис. 15.6 в h, s -диаграмме для области перегретого пара или для идеального газа. Для области влажного пара процесс дросселирования и процессы в детандере показаны на рис. 15.7. Начальное состояние хладагента (точка 1) на рис. 15.7 — это жидкость в состоянии насыщения (кипящая жидкость). Процессы 1-2 s и 1-2 $д$ — это, соответственно, обратимое

$$q_{тр} = 0$$

и необратимое

$$q_{тр} > 0$$

адиабатное расширение в детандере; процесс 1-2 h — это процесс адиабатного дросселирования.

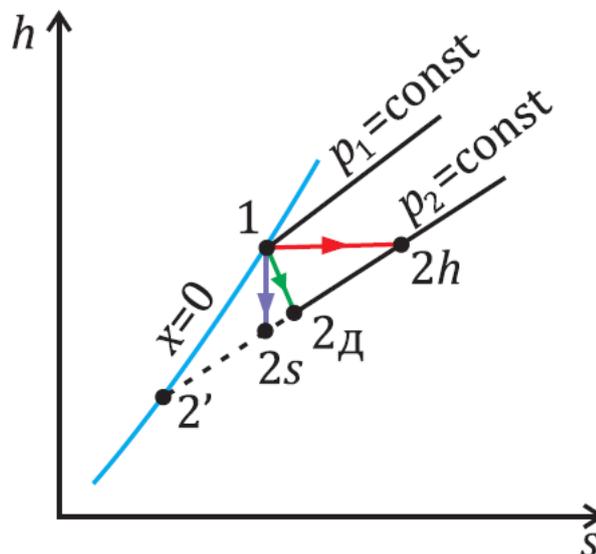


Рис. 15.7. Процессы расширения влажного пара в детандере: (1-2 s) — обратимый и (1-2 $д$) — необратимый процессы, (1-2 h) — необратимый процесс в дросселе

Сравнивая эффективность детандеров и дросселей в холодильных установках, следует отметить следующее.

1) При адиабатном обратимом расширении в детандере идеального и реального газа (газа, пара или жидкости) при любых параметрах состояния

температура уменьшается, что делает его привлекательным для использования в холодильных установках.

2) При адиабатном дросселировании изменение температуры не однозначно. При дросселировании идеального газа его температура не меняется, что делает невозможным использование дросселей в газовых (воздушных) холодильных установках.

3) При дросселировании реального газа уменьшение температуры возможно в области параметров под кривой инверсии (см. рис. 9.23) и в области двухфазных состояний, прежде всего в области влажного пара. За пределами этих областей температура при адиабатном дросселировании реального газа возрастает, что делает невозможным использование дросселей в таких холодильных установках.

4) В области однофазных состояний, где возможно использование и детандеров, и дросселей при одинаковом уменьшении давления детандеры по сравнению с дросселями обеспечивают более глубокое охлаждение, т.к., сравнивая (9.62) и (15.15), видно, что

$$\alpha_s > \alpha_h.$$

В области двухфазных состояний коэффициент Джоуля-Томсона α_h (9.62) для адиабатного дросселирования и аналогичный коэффициент α_s (15.15) для процесса в детандере одинаковы. Тем не менее, термодинамические критерии эффективности холодильных установок с детандером выше, чем установок с дросселями, т.к. процесс в дросселях осуществляется без совершения работы, а детандер производит работу.

5) Несмотря на очевидное преимущество детандеров перед дросселями по термодинамическим показателям, дроссели являются существенно более простыми и поэтому более дешевыми устройствами, чем детандеры. В результате, детандеры, как правило, используют в холодильных установках, когда невозможно использование дросселей — в воздушных холодильных установках и парокомпрессионных холодильных установках в области параметров за пределами кривой инверсии, в области на рис. 9.23, где

$$\alpha_h < 0.$$

15.4. Цикл простой воздушной холодильной установки

Принципиальная схема и цикл в T, s -диаграмме воздушной холодильной установки представлены на рис. 15.8, *a* и 15.8, *б*, где К — компрессор, Д — детандер, ТО1 и ТО2 — теплообменники. В компрессоре К хладагент (воздух) сжимается адиабатно в процессе 1-2д (рис. 15.8, *б*), если процесс необратимый (действительный), или в процессе 1-2, если процесс обратимый. После чего в теплообменнике ТО1 хладагент отдает теплоту Q_1 в окружающую среду в изобарном процессе 2д-3. Для обеспечения теплообмена с окружающей средой необходимо обеспечить минимально возможную разность температур

$$\Delta t_3 = T_3 - T_{oc}.$$

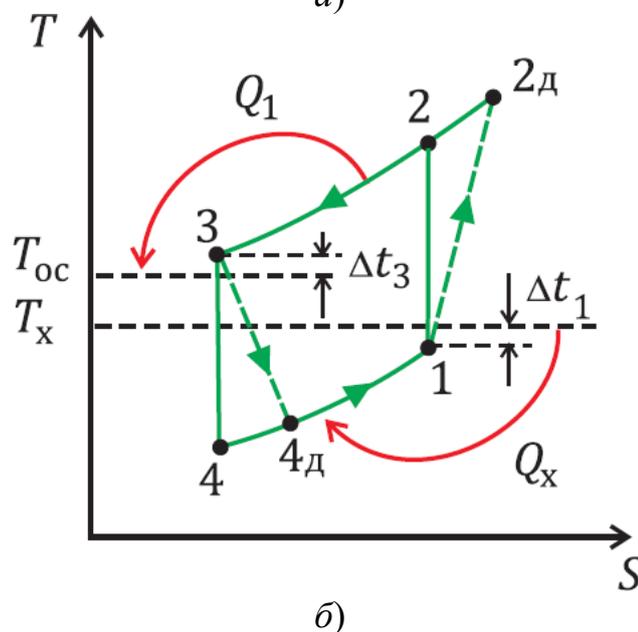
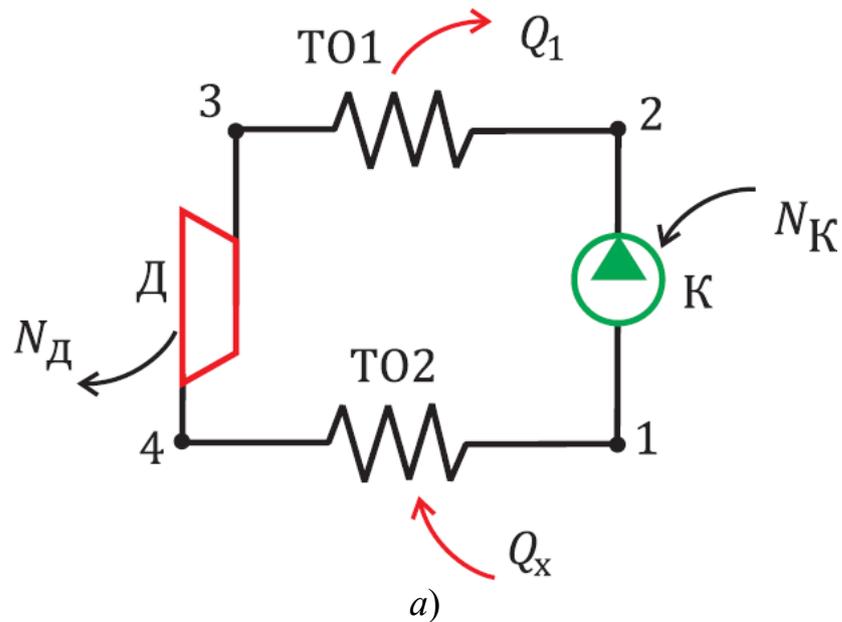


Рис. 15.8. Принципиальная схема (а) и термодинамический цикл (б) воздушной холодильной установки

В детандере Д воздух адиабатно расширяется в процессе 3-4д (или в процессе 3-4, если процесс обратимый), в результате чего его температура уменьшается до

$$T_{4д} < T_x.$$

В результате теплообмена теплота Q_x отводится от охлаждаемого объекта (от холодильной камеры) и нагревает хладагент (воздух) в изобарном процессе 4д-1. Для обеспечения теплообмена необходимо обеспечить минимально возможную разность температур

$$\Delta t_1 = T_x - T_1.$$

Необходимо отметить, что в воздушной холодильной установке в адиабатном процессе расширения (и охлаждения) не используется дроссель. Это объясняется тем фактом, что у идеального газа коэффициент Джоуля-Томсона, характеризующий изменение температуры при дросселировании, равен нулю. Как известно, состояние воздуха в воздушных холодильных установках близко к состоянию идеального газа, поэтому коэффициент Джоуля-Томсона у воздуха близок к нулю и его использование в воздушных холодильных установках бессмысленно.

Для определения действительных параметров $h_{2д}$ и $h_{4д}$ используют численные значения внутренних относительных (адиабатных) КПД компрессора и детандера:

$$\eta_{oi}^K = \frac{l_K}{l_K^D} = \frac{h_2 - h_1}{h_{2д} - h_{2'}} \rightarrow h_{2д} = h_1 + \frac{h_2 - h_1}{\eta_{oi}^K}; \quad (15.16)$$

$$\eta_{oi}^D = \frac{l_D^A}{l_D} = \frac{h_3 - h_{4д}}{h_3 - h_{4'}} \rightarrow h_{4д} = h_3 - (h_3 - h_4) \cdot \eta_{oi}^D. \quad (15.17)$$

Для воздушной холодильной установки **удельные характеристики** имеют вид:

- удельная холодопроизводительность

$$q_x^D = h_1 - h_{4д}, \quad (15.18)$$

- удельная теплота, отдаваемая в окружающую среду

$$q_1^D = h_{2д} - h_3, \quad (15.19)$$

- удельная работа, затраченная на привод компрессора

$$l_K^D = h_{2д} - h_1, \quad (15.20)$$

- удельная работа, произведенная детандером,

$$l_D^A = h_3 - h_{4д}, \quad (15.21)$$

- удельная работа цикла, подведенная к холодильной установке

$$l_{ц}^D = l_K^D - l_D^A \text{ или } l_{ц}^D = q_1^D - q_x^D. \quad (15.22)$$

Основные характеристики (15.5) элементов установки рассчитываются по известному массовому расходу хладагента m и действительным удельным характеристикам (15.18)-(15.22):

- действительная холодопроизводительность

$$Q_x = m \cdot q_x^D;$$

- действительная теплота, отводимая в окружающую среду,

$$Q_1 = m \cdot q_1^D;$$

– действительные мощности компрессора

$$N_K = m \cdot l_K^D;$$

– детандера

$$N_D = m \cdot l_D^D;$$

– и всей установки

$$N = m \cdot l_{\text{Ц}}^D$$

или

$$N = N_K - N_D.$$

Эффективность установки оценивается холодильным коэффициентом (15.4) или (15.6):

$$\varepsilon = \frac{Q_x}{N} = \frac{q_x^D}{l_{\text{Ц}}^D} = \frac{h_1 - h_{4\text{д}}}{(h_{2\text{д}} - h_1) - (h_3 - h_{4\text{д}})}. \quad (15.23)$$

а термодинамическое совершенство — по величине эксергетического КПД по формулам (15.7) или (15.11), с использованием (15.8) или (15.10)

$$\eta_{ex} = |\tau_x| \cdot \varepsilon$$

или

$$\eta_{ex} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{\text{Карно}}}.$$

(15.24)

Отличие холодильного коэффициента цикла воздушной холодильной установки ε от холодильного коэффициента цикла Карно объясняется необратимостью реальных (действительных) процессов по сравнению с идеальными (обратимыми) процессами цикла Карно. Одна из причин необратимости — это трение в адиабатных процессах в компрессоре К (рис. 15.8) и детандере Д, и как следствие этого, появление необратимых адиабатных процессов: 1-2д вместо обратимого 1-2 и 3-4д вместо обратимого 3-4. Другой причиной необратимости является теплообмен в двух теплообменниках ТО1 и ТО2 (рис. 15.8) при конечной разности температур (при ненулевом температурном напоре). В теплообменнике ТО1 при передаче теплоты Q_1 от хладагента в окружающую среду температурный напор меняется от минимального значения

$$T_3 - T_{\text{ос}}$$

до максимального

$$T_{2\text{д}} - T_{\text{ос}},$$

а в теплообменнике ТО2 при передаче теплоты Q_x от охлаждаемого объекта к хладагенту — от минимального значения

$$T_x - T_1$$

до максимального

$$T_x - T_{4д}.$$

Расчет воздушной холодильной установки производится в следующем порядке:

1. Определяются температуры и удельные энтальпии во всех характерных точках цикла. Удельные энтальпии воздуха находятся по таблицам [2, 3, 5] или с помощью калькулятора свойств газов [6].

2. Определяются удельные характеристики цикла (15.18)-(15.22).

3. Определяются основные характеристики элементов установки по формулам (15.5), если известен массовый расход хладагента. Если же массовый расход неизвестен, то сначала определяется массовый расход по известной основной характеристике. Например, если известна холодопроизводительность Q_x , то используя (15.5), определяется массовый расход хладагента — воздуха

$$m = \frac{Q_x}{q_x}.$$

4. Эффективность установки характеризуется холодильным коэффициентом (15.23) и эксергетическим КПД (15.24).

Влияние степени повышения давления в компрессоре

$$\beta = \frac{p_2}{p_1}$$

на характеристики цикла воздушной холодильной установки рассмотрим при постоянных температурах окружающей среды T_{oc} и в холодильной камере T_x .

Рассмотрим произвольный цикл воздушной холодильной установки 1-2-3-4-1 (рис. 15.9), необратимость в котором сведем к минимуму. С этой целью примем

$$T_3 = T_{oc},$$

$$T_1 = T_x.$$

Будем считать, что трение отсутствует и, как следствие этого, во-первых, в теплообменниках отсутствуют потери давления из-за гидравлического сопротивления, т.е.

$$p_3 = p_2,$$

$$p_1 = p_4,$$

а процессы подвода (1-4) и отвода (2-3) теплоты считаем изобарными

$$p = \text{const}.$$

Во-вторых, адиабатные процессы сжатия в компрессоре и расширения в детандере считаем обратимыми, т.е. изоэнтропными:

$$s_2 = s_1,$$

и

$$s_4 = s_3.$$

Пусть

$$\beta = \frac{p_2}{p_1}$$

уменьшается, тогда новое давление на выходе из компрессора p_{2a} также уменьшится. В результате получаем новый цикл 1-2a-3a-4a-1, у которого степень повышения давления

$$\beta_a = \frac{p_{2a}}{p_1}.$$

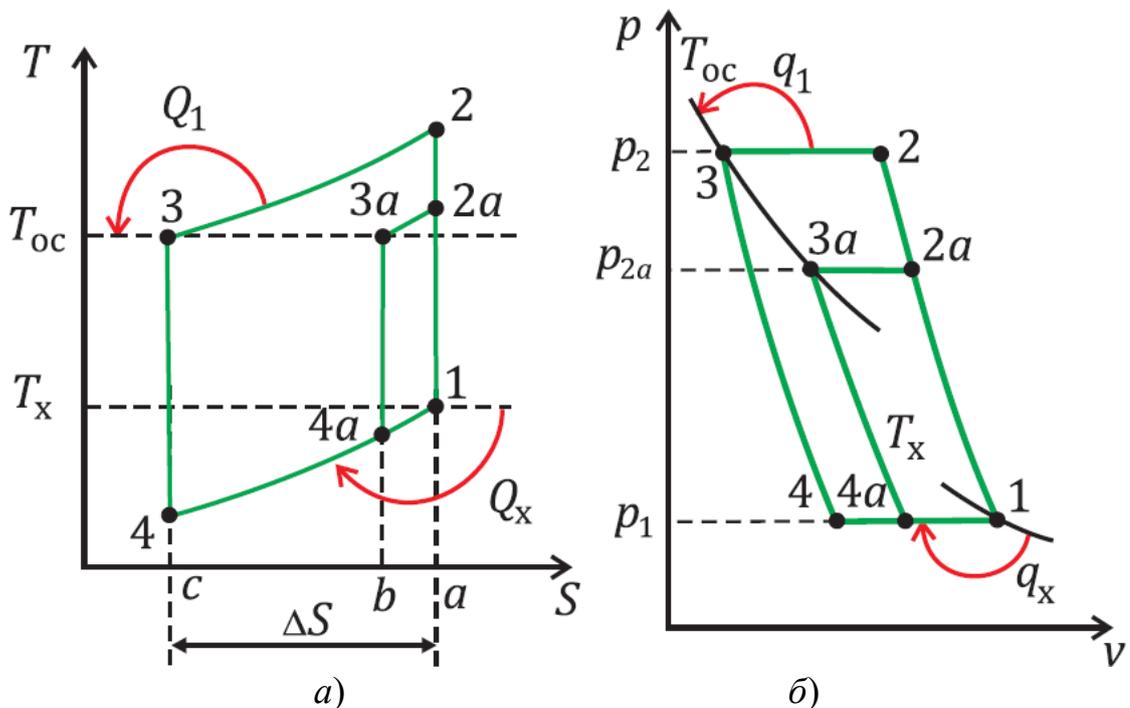


Рис. 15.9. Цикл воздушной холодильной установки в T, s - (a) и p, v -диаграммах (b)

В T, s -диаграмме площадь под кривой процесса равна теплоте процесса. В исходном цикле холодопроизводительность равна площади 1-4-с-а-1, а в новом цикле пл. 1-4a-b-a-1, т.е. площадь уменьшилась, следовательно, и холодопроизводительность стала меньше.

В выражении для холодильного коэффициента (15.4) представим подведенную и отведенную теплоту (Q_x и Q_1) в виде

$$Q = T_{cp} \cdot \Delta S,$$

где T_{cp} – это средние температуры подвода (или отвода) теплоты.

$$\varepsilon = \frac{T_{4-1,cp} \cdot \Delta S}{T_{2-3,cp} \cdot \Delta S - T_{4-1,cp} \cdot \Delta S} = \frac{1}{\frac{T_{2-3,cp}}{T_{4-1,cp}} - 1}, \quad (15.25)$$

Как видно из рис. 15.9а, средняя температура подвода теплоты Q_x к циклу в новом цикле увеличивается, а средняя температура отвода теплоты Q_1 от цикла в окружающую среду в новом цикле уменьшается. Следовательно, отношение

$$\frac{T_{2-3,cp}}{T_{4-1,cp}},$$

уменьшается и холодильный коэффициент нового цикла, в соответствии с (15.25), увеличивается.

Эксергетический КПД рассчитывается по формуле (15.24)

$$\eta_{ex} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{\text{Карно}}} = \varepsilon \cdot \frac{(T_{oc} - T_x)}{T_x}.$$

Т.к. по условию задачи температуры окружающей среды и холодильника постоянны

$$T_{oc} = \text{const}$$

и

$$T_x = \text{const},$$

а холодильный коэффициент ε в новом цикле увеличился, то и эксергетический КПД нового цикла также станет больше.

В обратимом цикле воздушной холодильной установки при фиксированных температурах T_{oc} и T_x степень повышения давления в компрессоре β в пределе может уменьшаться до величины, когда

$$T_{2a} = T_{oc},$$

а процесс расширения хладагента — воздуха в детандере закончится при

$$T_{4a} = T_1.$$

При этом цикл превратится в бесконечно узкий цикл Карно, в котором

– удельная холодопроизводительность

$$q_x \rightarrow 0;$$

– удельная теплота, отводимая от цикла в окружающую среду

$$q_1 \rightarrow 0;$$

- удельная работа, подведенная к циклу

$$l_{\text{ц}} \rightarrow 0;$$

- холодильный коэффициент достигает максимально возможного (при заданных $T_{\text{ос}}$ и $T_{\text{х}}$) значения

$$\varepsilon \rightarrow \varepsilon^{\text{Карно}};$$

- а эксергетический КПД, как у любого обратимого цикла Карно,

$$\eta_{\text{ex}} \rightarrow 1.$$

15.5. Цикл простой парокомпрессионной холодильной установки

Схема простой парокомпрессионной установки и T, s -диаграмма этого цикла представлены на рис. 15.10. Здесь: К — компрессор, Кн — конденсатор, Др — дроссель, И — испаритель, $T_{\text{х}}$ — температура в холодильной камере, $T_{\text{ос}}$ — температура окружающей среды.

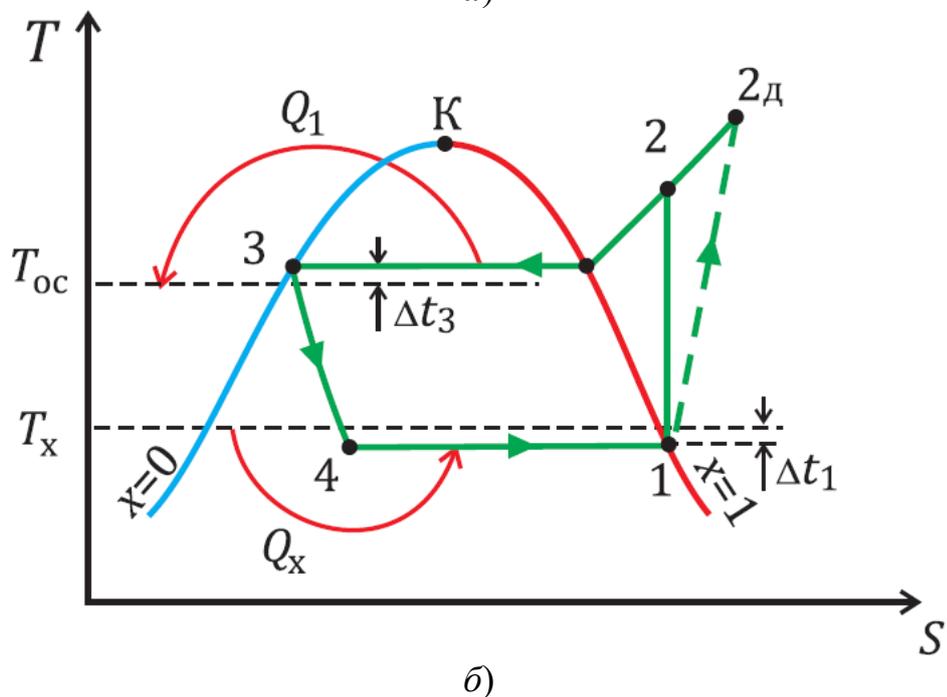
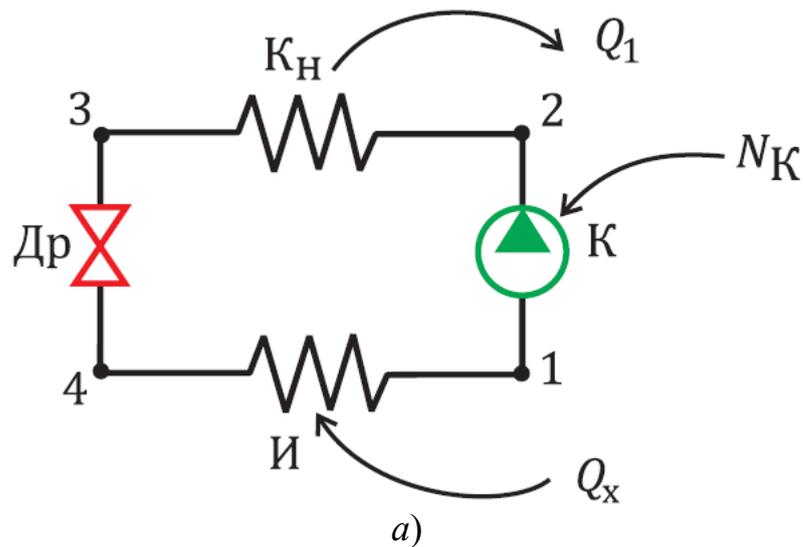


Рис. 15.10. Принципиальная схема (а) и цикл (б) простой парокомпрессионной холодильной установки

Хладагент, в состоянии сухого насыщенного пара, соответствующем точке 1, при температуре ниже, чем температура в испарителе (на Δt_1), поступает в компрессор К, где адиабатно сжимается до состояния 2 — состояния перегретого пара. С учетом необратимых потерь, действительное состояние хладагента соответствует точке 2д. Сжатие организуется таким образом, чтобы температура в состоянии 2 (в действительном цикле 2д) была выше температуры окружающей среды. При этом хладагент должен отвечать требованию, чтобы температура его конденсации при давлении p_2 была выше температуры окружающей среды

$$t_s(p_2) > t_{oc}.$$

Поэтому, проходя через конденсатор Кн, хладагент самопроизвольно отдает теплоту Q_1 в окружающую среду, при этом охлаждается до температуры конденсации $t_s(p_2)$ и полностью конденсируется до состояния, соответствующего точке 3 — состояния кипящей жидкости.

Температура хладагента в состоянии 3 выше температуры окружающей среды на величину минимального температурного напора Δt_3 . Поскольку давление p_2 хладагента в состоянии 3 выше его первоначального давления p_1 (состояние 1), то можно организовать адиабатное дросселирование хладагента (процесс 3-4), пропуская его через дроссель Др до давления p_1 . Как известно, при адиабатном дросселировании реального газа в области влажного пара всегда происходит понижение температуры газа вследствие эффекта Джоуля-Томсона. Процесс 3-4 организуется так, что температура хладагента в состоянии 4, равная температуре в состоянии 1, на Δt_1 ниже, чем температура в холодильной камере. То есть охлаждаемый объект оказывается «теплее», чем хладагент и теплота Q_x самопроизвольно переходит от холодильной камеры к хладагенту. Хладагент в испарителе И кипит (испаряется) и возвращается в исходное состояние — состояние 1.

Таким образом, цикл простой парокомпрессионной холодильной установки состоит из процессов: 1-2 (1-2д) — адиабатное сжатие хладагента; 2-3 (2д-3) — изобарное охлаждение; 3-4 — адиабатное дросселирование; 4-1 — изобарно-изотермический подвод теплоты Q_x к хладагенту. В результате проведения термодинамического цикла от охлаждаемого объекта отбирается теплота Q_x и его температура T_x поддерживается на уровне ниже температуры окружающей среды T_{oc} . Но при этом необходимо подводить энергию в форме работы для привода компрессора, в качестве которого может служить, например, электродвигатель.

Расчет параметров парокомпрессионной холодильной установки осуществляется в следующей последовательности. Предполагается, что известен минимальный температурный напор в теплообменных устройствах: в конденсаторе Δt_3 и в испарителе Δt_1 .

1-й этап: по известным значениям T_{oc} и T_x , используя величины Δt_3 и Δt_1 , определяются $T_1=T_4$ и T_3 ;

2-й этап: определяются энтальпии h_i хладагента во всех характерных точках цикла по таблицам [8];

3-й этап: рассчитываются удельные (рассчитанные для 1 кг) характеристики цикла:

– удельная холодопроизводительность

$$q_x = h_1 - h_4, \quad (15.26)$$

– удельная работа цикла, равная удельной работе компрессора по (15.20)

$$l_{ц}^D = l_{к}^D = h_{2д} - h_1 = \frac{h_2 - h_1}{\eta_{oi}^k}, \quad (15.27)$$

где η_{oi}^K — внутренний относительный КПД компрессора, а $h_{2д}$ определяется из (15.27) или по (15.16),

– удельная теплота, передаваемая в окружающую среду,

$$q_1^Д = h_{2д} - h_3.$$

4-й этап: по известному массовому расходу хладагента рассчитываются основные характеристики (15.5):

– холодопроизводительность

$$Q_x = m \cdot q_x;$$

– теплота, отведенная в окружающую среду,

$$Q_1 = m \cdot q_1;$$

– затрачиваемая мощность (мощность привода)

$$N = N_K = m \cdot l_K^Д.$$

Если массовый расход не известен, то для его определения используется одна из заданных характеристик Q_x , Q_1 или N . Например, если задана холодопроизводительность Q_x , то массовый расход хладагента через испаритель И определяется, используя удельную холодопроизводительность q_x ,

$$m = \frac{Q_x}{q_x},$$

а т.к. массовый расход хладагента через все элементы схемы на рис. 15.8, а один и тот же, то для определения основных характеристик можно использовать соотношения (15.5). Также и для расчета холодильного коэффициента установки, изображенной на рис. 15.8, а можно использовать и основные, и удельные характеристики

$$\varepsilon = \frac{Q_x}{N} = \frac{q_x}{l_K^Д}.$$

Эксергетический КПД цикла холодильной установки рассчитывают по (15.7)-(15.10):

$$\eta_{ex} = |\tau_x| \cdot \varepsilon$$

или

$$\eta_{ex} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{\text{Карно}}},$$

где эксергетический температурный коэффициент

$$\tau_x = 1 - \frac{T_{oc}}{T_x},$$

холодильный коэффициент обратного обратимого цикла Карно

$$\varepsilon_{\text{Карно}} = \frac{T_x}{T_{oc} - T_x}.$$

Парокомпрессионная холодильная установка имеет ряд преимуществ по сравнению с воздушной холодильной установкой.

1. Подвод теплоты к хладагенту от охлаждаемого объекта происходит при постоянной температуре, что позволяет обеспечить в испарителе И (рис. 15.8, *a*) постоянное значение минимального температурного напора Δt_1 (рис. 15.8, *б*) по всей поверхности теплообмена.

2. За счет использования теплоты парообразования удельная холодопроизводительность цикла парокомпрессионной холодильной установки значительно выше, чем у воздушной холодильной установки, и поэтому парокомпрессионные холодильные установки более компактны.

3. На рис. 15.8, *б* видно, что большая часть цикла парокомпрессионной холодильной установки в T, s -диаграмме расположена между двух изобар-изотерм в области влажного пара. Это «приближает» цикл парокомпрессионной холодильной установки к циклу Карно. И, как следствие, холодильный коэффициент и эксергетический КПД цикла парокомпрессионной холодильной установки, как правило, выше, чем у воздушной холодильной установки.

В качестве хладагентов в парокомпрессионных холодильных установках необходимо использовать такие вещества, область влажного пара которых перекрывала бы температурный интервал от T_x до T_{oc} и желательно, чтобы давление насыщения p_s при температуре T_x было бы не меньше атмосферного давления, чтобы избежать подсосов окружающего воздуха. Т.е. должно выполняться условие

$$T_{s(p=1\text{бар})} \leq T_x < T_{oc} < T_{кр}.$$

Максимальная температура хладагента (состояние 2д на рис. 15.8, *б*) не должна быть слишком большой из-за проблем со смазкой и возможным термическим разложением хладагента.

Т.к. хладагент в испарителе отводит теплоту от охлаждаемого объекта, то холодопроизводительность установки Q_x пропорциональна теплоте парообразования r при температуре T_x . Чем больше теплота парообразования r хладагента, тем больше холодопроизводительность установки Q_x . При выборе хладагента следует учитывать и эту его характеристику.

На выбор хладагентов накладываются ограничения и запрещения, принятые международными организациями, для некоторых веществ, разрушающих озоновый слой земли и приводящих к глобальному потеплению.

В настоящее время список химических соединений, используемых (и планируемых к использованию) в качестве хладагентов, превышает 100 наименований, и это не считая большого количества бинарных и тройных смесей, образованных этими хладагентами. Некоторые из этих соединений приведены в табл. 15.1.

Таблица 15.1. Свойства хладагентов

Название хладагента	Химическая формула	$t_{н.кип}, ^\circ\text{C}$	$r^{*}), \text{кДж/кг}$	$p_s(25^\circ\text{C}), \text{МПа}$	$t_{кр}, ^\circ\text{C}$	$p_{кр}, \text{МПа}$
этан (R170)	C_2H_6	-88,6	487	4,18	32,2	4,87
пропан (R290)	C_3H_8	-42,1	426	0,95	96,7	4,25
н-бутан (R600)	C_4H_{10}	-0,5	385	0,25	152,0	3,80
изо-бутан (R600a)	C_4H_{10}	-12,1	356	0,35	134,7	3,63
аммиак (R717)	NH_3	-33,4	1370	1,00	132,3	11,36
диоксид углерода (R744)	CO_2	-56,6 ^{**)}	346 ^{**)}	6,41	31,1	7,38
R12	CCl_2F_2	-30	167	0,65	112	4,13
R22	CHClF_2	-41	234	1,04	96	4,99
R23	CHF_3	-82	241	4,5	25,9	4,84
R134	$\text{C}_2\text{H}_2\text{F}_4$	-0,8	386	0,24	152	3,80
R134a	$\text{C}_2\text{H}_2\text{F}_4$	-26,5	217	0,67	101	4,06
R142b	$\text{C}_2\text{H}_3\text{ClF}_2$	-10	221	0,34	137	4,12

^{*)} теплота парообразования при $t_{н.кип}$,

^{**)} в тройной точке при $p_{тр} = 0,52 \text{ МПа}$ и $t_{тр} = -56,6^\circ\text{C}$.

Первые 6 хладагентов в табл. 15.1 — это природные хладагенты, остальные 6 хладагентов — искусственные, синтезированные, которые называют фреонами и обозначают их буквой R с цифрами, которые позволяют определить химическую формулу. Последняя цифра в обозначении фреона — это число атомов фтора. Если после буквы R следуют 2 цифры, то это — фреоны метанового ряда, т.е. в формуле метана (CH_4) атомы водорода (все или частично) заменены на атомы фтора и хлора. В табл. 15.1 — это R12, R22 и R23. В обозначении фреонов этанового ряда содержится 3 цифры, первая из которых 1, у фреонов пропанового ряда также 3 цифры, но первая цифра — 2. В табл. 15.1 фреоны R134a и R142b — это фреоны этанового ряда. Буква в конце названия фреона означает, что это изомер — соединение, имеющее такую же химическую формулу, но другую структуру. Например, фреоны R134 и R134a имеют одинаковую химическую формулу $\text{C}_2\text{H}_2\text{F}_4$, но разные структуры — R134 имеет симметричную структуру, а R134a — ассиметричную. Природные хладагенты также получили свои номера в международной классификации хладагентов (см. табл. 15.1).

Нормальная температура кипения $t_{н.кип}$ в табл. 15.1 — это температура насыщения при атмосферном давлении, которая в большинстве случаев соответствует минимальной температуре — температуре в испарителе, которая может быть получена использованием данного хладагента. Теплота парообразования r в табл. 1, величина обратная массовому расходу хладагента; более высокое значение теплоты парообразования (как, например, у аммиака) позволяет охлаждать большее количество объектов. Давление насыщения p_s при температуре 25°C — это максимальное давление хладагента в конденсаторе холодильной установки, если теплота Q_1 отводится в

окружающую среду. Критические параметры ($p_{кр}$, $t_{кр}$) в табл. 15.1 показывают предельные значения давления и температуры при конденсации хладагента.

Кроме рассмотренных здесь холодильных установок, работающих по простому циклу, существуют установки, работающие по сложному циклу — это многоступенчатые и каскадные холодильные установки, особенности расчета которых рассмотрены в [9].

15.6. Теплонасосные установки. Основные понятия

Теплонасосной установкой (ТНУ) называют машину, основой которой является обратный термодинамический цикл, отведенная теплота от которого передается тепловому потребителю (верхнему тепловому источнику), а к циклу подводятся работа извне и теплота из нижнего теплового источника, в качестве которого может быть и окружающая среда. Теплонасосную установку также называют *тепловым насосом*.

На рис. 15.11 представлен произвольный обратный термодинамический цикл теплонасосной установки, где T_T — температура теплоприемника (верхнего теплового источника), T_{HT} — температура нижнего теплового источника, Q_T — теплопроизводительность (тепловая мощность), передаваемая тепловому потребителю, Q_2 — теплота, подведенная к циклу от нижнего теплового источника, N — мощность (ежесекундная работа), подведенная к ТНУ.

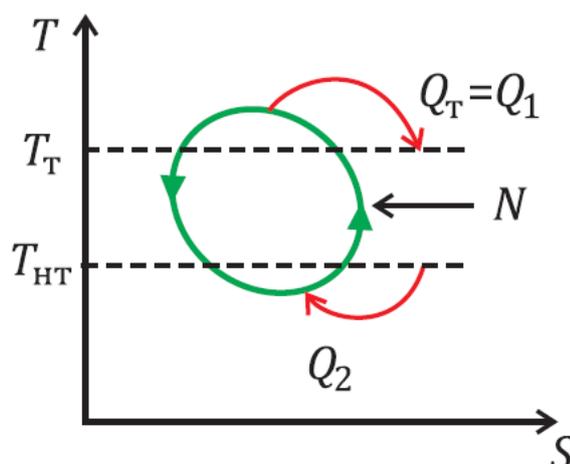


Рис. 15.11. Произвольный обратный термодинамический цикл теплонасосной установки

Тепловая мощность (теплопроизводительность) является одной из основных характеристик ТНУ. Записав первый закон термодинамики для термодинамического цикла, изображенного на рис. 15.11, получаем выражение для тепловой мощности

$$Q_T = N + Q_2. \quad (15.28)$$

Как следует из (15.28) всегда

$$Q_T > N.$$

Другими словами, полученный от ТНУ эффект (Q_T) **всегда (!) больше затраченной работы (N)**.

Эффективность теплонасосной установки оценивается *отопительным коэффициентом* $k_{от}$, также называемым *коэффициентом преобразования энергии* μ , который представляет собой отношение полезного эффекта — тепловой мощности (теплопроизводительности) к затраченной работе (мощности),

$$k_{от} \equiv \mu = \frac{Q_T}{N} = \frac{Q_T}{Q_T - Q_2}. \quad (15.29)$$

Отопительный коэффициент (коэффициент преобразования энергии) теплонасосной установки всегда (!) больше единицы, что видно из формул (15.28) и (15.29). **Т.е., затрачивая только 1 кДж работы, тепловому потребителю передается несколько килоджоулей теплоты! Это одно из главных достоинств теплонасосных установок.**

Если массовый расход рабочего тела m через все элементы установки один и тот же, то потоки теплоты (Q_T и Q_2), затраченная мощность N и выражение для отопительного коэффициента (15.29) могут быть выражены через соответствующие *удельные характеристики* q_T , q_2 и $l_{ц}$:

$$Q_T = m \cdot q_T; \quad Q_2 = m \cdot q_2; \quad N = m \cdot l_{ц}. \quad (15.30)$$

$$k_{от} \equiv \mu = \frac{q_T}{l_{ц}} = \frac{q_T}{q_T - q_2}. \quad (15.31)$$

Степень термодинамического совершенства теплонасосной установки оценивается *эксергетическим КПД*, в котором в качестве подведенной к ТНУ эксергии в общем случае принимаем сумму эксергии работы (мощности) $E(N)$ и эксергии теплоты нижнего теплового источника $E(Q_2)$, а в качестве произведенной установкой эксергии — эксергию теплоты, переданную тепловому потребителю $E(Q_T)$. Помня, что эксергия работы равна работе ($E(N) = N$), а эксергия теплоты определяется по (7.4) ($E(Q) = \tau Q$), запишем, в соответствии с (7.8),

$$\eta_{ex} = \frac{E(Q_T)}{E(N) + E(Q_2)} = \frac{|\tau_T| \cdot Q_T}{N + |\tau_{HT}| \cdot Q_2}, \quad (15.32)$$

где $\tau_T = 1 - T_{oc}/T_T$; $\tau_{HT} = 1 - T_{oc}/T_{HT}$ — эксергетические температурные функции для температур T_T и T_{HT} .

В случае, когда в качестве нижнего теплового источника используется окружающая среда

$$\begin{aligned} T_{oc} &= T_{HT}, \\ \tau_{HT} &= 0, \end{aligned}$$

и

$$E(Q_2) = 0,$$

выражение для эксергетического КПД (15.32) упрощается

$$\eta_{\text{ex}} = \frac{E(Q_T)}{E(N)} = \frac{|\tau_T| \cdot Q_T}{N} = |\tau_T| \cdot k_{\text{от}} = \frac{k_{\text{от}}}{k_{\text{от}}^{\text{Карно}}}, \quad (15.33)$$

Эксергетический КПД (15.33) в этом случае показывает, насколько отопительный коэффициент теплонасосной установки $k_{\text{от}}$ меньше максимально возможного его значения для обратного обратимого цикла Карно $k_{\text{от}}^{\text{Карно}}$, рассчитанного при тех же температурах верхнего и нижнего источников теплоты — T_T и $T_{\text{ос}}$.

15.7. Обратный обратимый цикл Карно — цикл теплонасосной установки

Обратный обратимый цикл Карно — цикл теплонасосной установки, также как прямой обратимый цикл Карно, состоит из двух адиабат и двух изотерм, все процессы в цикле обратимые. Цикл Карно изображен в T, S -диаграмме на рис. 15.12. Условием обратимости цикла Карно является отсутствие внешней необратимости, т.е. допущение бесконечно малой разности температур при теплообмене между веществом, совершающим цикл, и источниками теплоты

$$T_2 - T_T = dT,$$

$$T_{\text{нт}} - T_1 = dT,$$

а также отсутствие трения

$$Q_{\text{тр}} = 0.$$

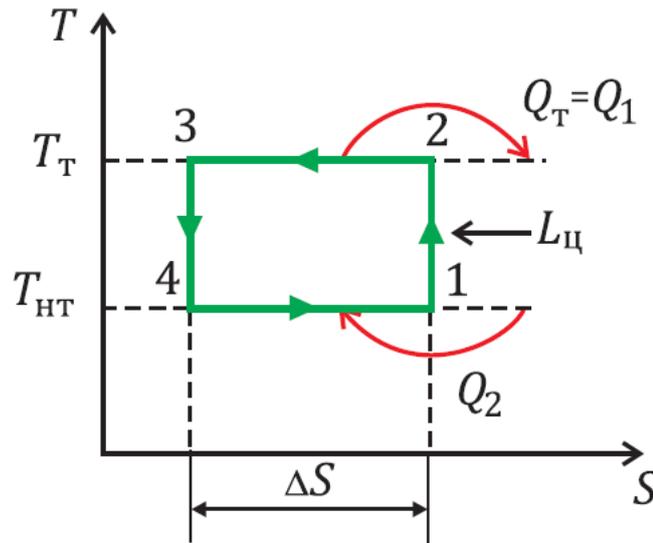


Рис. 15.12. Обратный обратимый цикл Карно — цикл теплонасосной установки

В этом цикле теплопроизводительность Q_T (тепловая мощность) — это теплота изотермического процесса 2-3, отводимая к потребителю теплоты, равная площади под процессом 2-3,

$$Q_T = T_T \cdot \Delta S, \quad (15.34)$$

работа обратимого цикла, равная его площади 1-2-3-4-1,

$$L_{ц} = (T_T - T_{HT}) \cdot \Delta S, \quad (15.36)$$

теплота Q_2 подведенная к ТНУ от нижнего источника теплоты

$$Q_2 = T_{HT} \cdot \Delta S, \quad (15.36)$$

а отопительный коэффициент цикла Карно, в соответствии с (15.29), используя (15.34) и (15.35),

$$k_{от}^{Карно} = \frac{Q_T}{L_{ц}} = \frac{T_T}{T_T - T_{HT}}. \quad (15.37)$$

В случае, когда нижним источником теплоты является окружающая среда, $T_{HT} = T_{oc}$,

$$k_{от}^{Карно} = \frac{Q_T}{L_{ц}} = \frac{T_T}{T_T - T_{oc}} = \frac{1}{\tau_T}, \quad (15.38)$$

где $\tau_T = 1 - \frac{T_{oc}}{T_T}$ — эксергетическая температурная функция температуры T_T .

Также как термический КПД прямого цикла Карно, отопительный коэффициент обратного цикла Карно, во-первых, не зависит от свойств вещества, совершающего цикл, и, во-вторых, является наивысшим среди

любых циклов теплонасосных установок, функционирующих при одних и тех же температурах верхнего T_T и нижнего T_{HT} источников теплоты.

Важным обстоятельством, следующим из формулы (15.38), является тот факт, что чем меньше разность температур

$$T_T - T_{oc}$$

в (15.38), тем отопительный коэффициент $k_{от}$ выше. Т.е. при фиксированной температуре окружающей среды, чем меньше температура теплоприемника, тем выгоднее использовать для теплоснабжения теплонасосные установки. И второй вывод, если использовать вместо окружающей среды бросовый источник низкопотенциальной теплоты, который самостоятельной ценности не имеет, и если его температура на $10 \div 20^\circ\text{C}$ выше температуры окружающей среды, то отопительный коэффициент $k_{от}$, согласно (15.37) может существенно увеличиться.

15.8. Термодинамический цикл простой парокompрессионной теплонасосной установки

Принципиальная схема и цикл парокompрессионной теплонасосной установки показаны в T, s -диаграмме на рис. 15.13. Рабочее тело в состоянии сухого насыщенного пара (состояние 1) поступает в компрессор К, где происходит его адиабатное сжатие в обратимом процессе 1-2 (в необратимом 1-2д).

В конденсаторе Кн рабочее тело при постоянном давлении отдает теплоту

$$Q_T \equiv Q_1$$

потребителю теплоты, при этом охлаждается и конденсируется в процессе 2д-3. Для обеспечения теплообмена в конденсаторе должен сохраняться минимальный температурный напор

$$\Delta t_3 = T_3 - T_T.$$

В дросселе Др происходит адиабатное дросселирование 3-4 влажного пара, в результате чего рабочее тело охлаждается до

$$T_4 < T_{HT};$$

энтальпия в этом процессе не изменяется:

$$h_4 = h_3.$$

В испарителе И теплота Q_2 подводится к циклу из окружающей среды, в результате чего рабочее тело испаряется в изобарно-изотермическом процессе 4-1 и далее в состоянии сухого насыщенного пара снова поступает в компрессор. Для обеспечения теплообмена в испарителе И должна сохраняться минимальная разность температур

$$\Delta t_1 = T_{HT} - T_1.$$

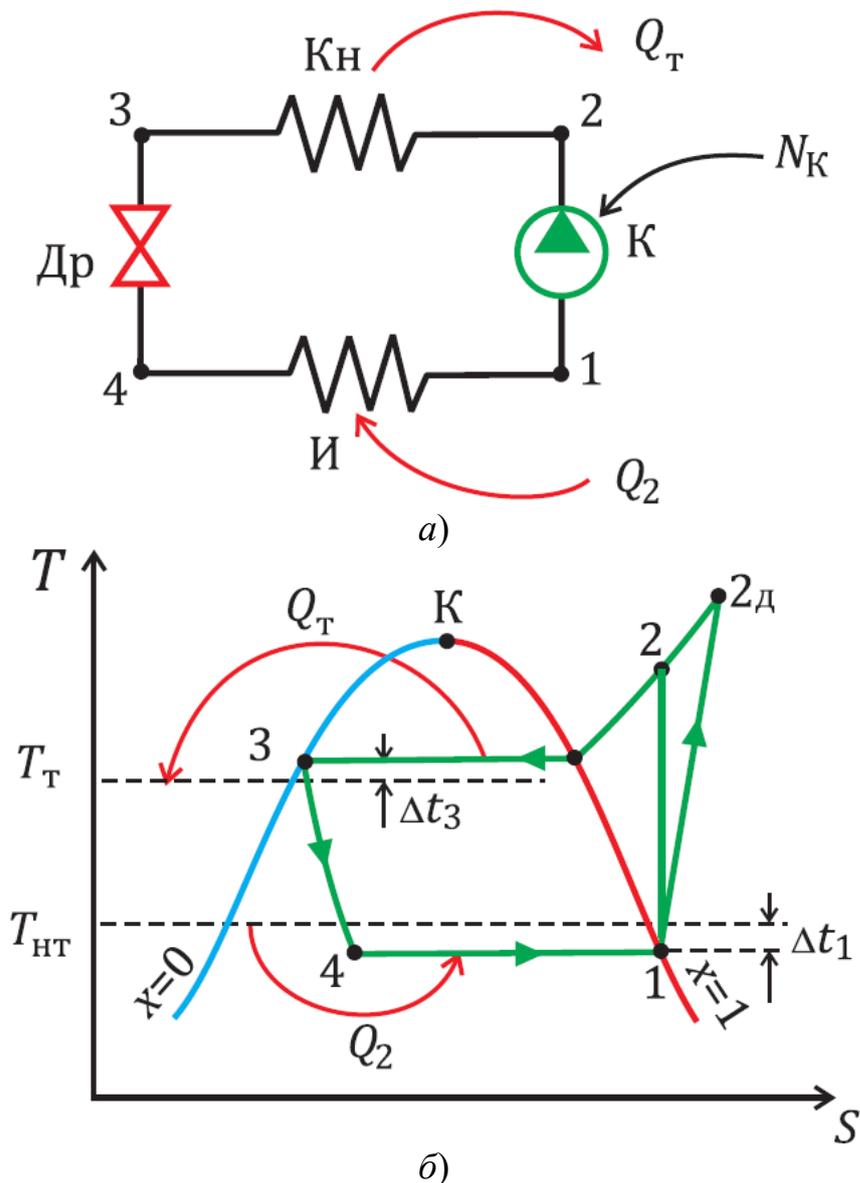


Рис. 15.13. Принципиальная схема (а) и цикл парокompрессионной теплонасосной установки (б) в T, s -диаграмме

Для парокompрессионной теплонасосной установки, изображенной на рис. 15.13, удельные характеристики имеют следующий вид:

- удельная теплопроизводительность

$$q_T = h_{2д} - h_3, \quad (15.39)$$

- удельная работа, затраченная на привод компрессора (и всей установки)

$$l_{ц}^Д = l_K^Д = h_{2д} - h_1 = \frac{h_2 - h_1}{\eta_{oi}^K} \rightarrow h_{2д} = h_1 + l_K^Д = h_1 + \frac{h_2 - h_1}{\eta_{oi}^K}, \quad (15.40)$$

- удельная теплота, подводимая к циклу из окружающей среды,

$$q_2 = h_1 - h_4, \quad (15.41)$$

Основные характеристики Q_T , Q_2 и N парокомпрессионного теплового насоса рассчитываются по формулам (15.30) по известному массовому расходу рабочего тела m и удельным характеристикам (15.39)-(15.41). Если массовый расход m не задан, он определяется по одной известной из основных характеристик. Например, если известна тепловая мощность теплонасосной установки Q_T , то массовый расход m рассчитывается, исходя из (15.30), как

$$m = \frac{Q_T}{q_T}.$$

Отопительный коэффициент теплонасосной установки определяется по основным характеристикам (Q_T , Q_2 , N), используя (15.2). Если массовый расход через все элементы установки одинаков, как это изображено на рис. 15.13, то отопительный коэффициент может быть рассчитан и по формуле (15.31), используя для этого удельные характеристики q_T , q_2 , $l_{ц}$ (15.39)-(15.41). Отопительный коэффициент обратного обратимого цикла Карно и эксергетический КПД реального цикла теплонасосной установки определяются по (15.37) и (15.32), если температура нижнего теплового источника теплоты отличается от температуры окружающей среды

$$T_{нт} \neq T_{ос};$$

если же нижним источником теплоты является окружающая среда

$$T_{нт} = T_{ос},$$

то можно воспользоваться более простыми соотношениями (15.38) и (15.33).

Расчет парокомпрессионного теплового насоса производится в следующем порядке:

1. Определяются температуры и удельные энтальпии во всех характерных точках цикла. Удельные энтальпии хладагентов находятся по таблицам [7].
2. Определяются удельные характеристики (15.39)-(15.41) действительного (необратимого) цикла.
3. Основные характеристики элементов установки определяются, используя (15.30).
4. Отопительный коэффициент рассчитывается по (15.29), но для простых схем, у которых массовый расход через все элементы установки одинаков, можно использовать (15.31); эксергетический КПД установки рассчитывается по (15.32), если $T_{нт} \neq T_{ос}$, и по (15.33), если $T_{нт} = T_{ос}$.

Пример 15.1

Определить максимально возможную холодопроизводительность холодильной установки, обеспечивающей в холодильной камере температуру -15°C при температуре окружающей среды 20°C . Мощность привода установки 3 кВт.

Решение

Максимально возможную холодопроизводительность холодильной установки обеспечивает цикл Карно, холодильный коэффициент которого (15.10) по условию задачи равен

$$\varepsilon^{\text{Карно}} = \frac{T_x}{T_{\text{oc}} - T_x} = \frac{258,15}{35} = 7,376.$$

Используя определение холодильного коэффициента (15.4)

$$\varepsilon = \frac{Q_x}{N},$$

получаем

$$Q_x = \varepsilon \cdot N = 7,376 \cdot 3 = 21,13 \text{ кДж/с.}$$

Ответ: 21,1 кДж/с.

Пример 15.2

Определить минимально возможный уровень потребляемой мощности холодильной установкой холодопроизводительностью 40 кДж/с, обеспечивающей в холодильной камере температуру -10°C при температуре окружающей среды 20°C .

Решение

Минимально возможную мощность привода холодильной установки при заданной холодопроизводительности обеспечивает цикл Карно, холодильный коэффициент которого равен:

$$\varepsilon^{\text{max}} = \frac{T_x}{T_{\text{oc}} - T_x} = \frac{273,15 + (-10)}{20 - (-10)} = 8,772.$$

Используя определение холодильного коэффициента, получаем

$$N_{\text{min}} = \frac{Q_x}{\varepsilon^{\text{max}}} = \frac{40}{8,772} = 4,56 \text{ кВт.}$$

Ответ: 4,56 кВт.

Пример 15.3

Для поддержания температуры воздуха в помещении на уровне 23°C (при температуре окружающей среды 0°C) установка должна обеспечить подвод к нему 13 кДж/с теплоты. Определите минимальное значение мощности, которую будет потреблять эта установка.

Решение

Минимально возможную мощность привода теплонасосной установки обеспечивает цикл Карно, отопительный коэффициент которого (15.38) по условию задачи равен

$$k_{\text{от}}^{\text{Карно}} = \frac{T_T}{T_T - T_{\text{oc}}} = \frac{273,15 + 23}{23 - 0} = 12,876.$$

Используя определение отопительного коэффициента (15.29)

$$k_{\text{от}} = \frac{Q_T}{N},$$

получаем

$$N = \frac{Q_T}{k_{от}} = \frac{13}{12,876} = 1,0 \text{ кВт.}$$

Ответ: 1,0 кВт.

Пример 15.4

Для поддержания температуры воды в баке на уровне 50°C (при температуре окружающей среды 20°C) служит установка мощностью 2 кВт. Требуется определить максимально возможное количество теплоты (в кДж/с), которое установка может передавать воде.

Решение

$$k_{от}^{max} = \frac{T_T}{T_T - T_{oc}} = \frac{50 + 273,15}{50 - 20} = 10,77;$$

$$Q_T = N \cdot k_{от}^{max} = 2 \cdot 10,77 = 21,5 \text{ кДж/с.}$$

Ответ: 21,5 кДж/с.

15.9. Контрольные вопросы

1. Что отличает обратные термодинамические циклы от прямых термодинамических циклов и что у них общее?
2. Что является верхним (горячим) и нижним (холодным) источниками теплоты в циклах холодильных и теплонасосных установок?
3. Какие величины (размерные и безразмерные) характеризуют холодильную установку, а какие теплонасосную установку? И что они означают?
4. Из каких агрегатов состоит воздушная холодильная установка? Какие термодинамические процессы происходят в этих агрегатах? Каково назначение каждого из этих агрегатов?
5. Из каких агрегатов состоит парокомпрессионная холодильная установка? Какие термодинамические процессы происходят в этих агрегатах? Каково назначение каждого из этих агрегатов?
6. Из каких агрегатов состоит теплонасосная установка? Какие термодинамические процессы происходят в этих агрегатах? Каково назначение каждого из этих агрегатов?
7. Сравните детандер и дроссель с точки зрения их применения в холодильной установке.
8. Какие значения могут принимать холодильный коэффициент и эксергетический КПД холодильной установки?
9. Какие значения могут принимать отопительный коэффициент и эксергетический КПД теплонасосной установки?
10. Как изменится холодильный коэффициент обратного цикла Карно — цикла холодильной установки при уменьшении температуры

нижнего источника теплоты и неизменности температуры окружающей среды? Обоснуйте ваш ответ.

11. Как изменится отопительный коэффициент обратного цикла Карно — цикла теплонасосной установки при уменьшении температуры верхнего источника теплоты и неизменности температуры нижнего теплового источника? Обоснуйте ваш ответ.

Глава 16. ЭЛЕМЕНТЫ ХИМИЧЕСКОЙ ТЕРМОДИНАМИКИ

16.1. Термохимия

В круг вопросов, изучаемых в технической термодинамике, входит и рассмотрение применения первого и второго законов термодинамики для анализа процессов, протекающих в системах, где существуют химические превращения. Такие системы, как, например, система горения топлива, играют важную роль в теплотехнике.

В химической термодинамике выделяют в отдельный раздел термохимию, представляющий собой, по существу, применение первого закона термодинамики к химическим превращениям. Здесь рассматриваются такие важные вопросы как определение тепловых эффектов реакций и их зависимость от условий, в которых реакции осуществляются.

Протекание химических процессов сопровождается выделением или поглощением теплоты. Запишем для этого процесса уравнение первого закона термодинамики

$$dQ = dU + p \cdot dV + dL^*, \quad (16.1)$$

$$dQ = dH - Vdp + dL^*, \quad (16.2)$$

где L^* — все другие виды работ, кроме работы расширения, например, работа электрического тока. В зависимости от знака теплового эффекта реакции делятся на *экзотермические* — с выделением теплоты Q_p и *эндотермические* — с поглощением теплоты Q_p (рис. 16.1).

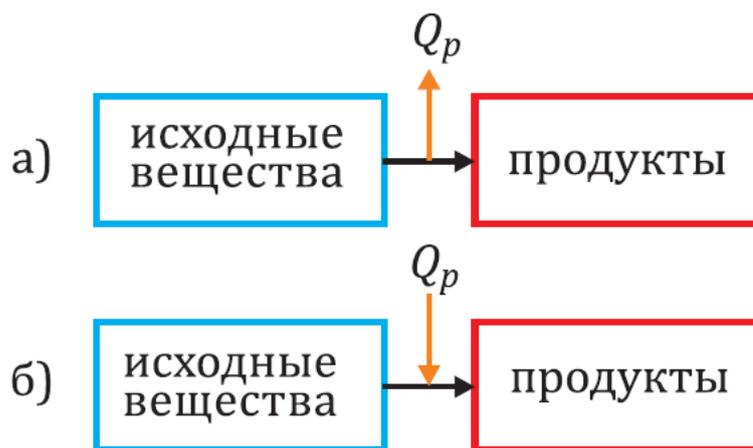


Рис. 16.1. Типы химических реакций

а) экзотермическая реакция $Q_p < 0$, б) эндотермическая реакция $Q_p > 0$

Тепловым эффектом реакции называется теплота, выделяемая (поглощаемая) в результате химического превращения исходных веществ в

продукты реакции в количествах, соответствующих уравнению реакции при условиях:

1) единственной работой является работа расширения против окружающей среды;

2) как исходные вещества, так и продукты реакции имеют одинаковую температуру.

Как видно из этого определения, оговорена лишь одинаковость конечной и начальной температур реакции. Другие параметры могут отличаться в зависимости от условий протекания реакции. В химической термодинамике рассматриваются два типа реакций: реакции, протекающие при постоянных V , T и при постоянных p , T . Соответственно рассматриваются и два тепловых эффекта: Q_p — для реакции p , T и Q_V — для реакции V , T . Для них из уравнений первого закона (16.1) и (16.2) при условии

$$dL^* = 0$$

следует:

– для реакции при $p = \text{const}$, $T = \text{const}$

$$Q_p = H_2 - H_1, \quad (16.3)$$

– для реакции при $V = \text{const}$, $T = \text{const}$

$$Q_V = U_2 - U_1, \quad (16.4)$$

где индекс 2 соответствует продуктам, а 1 — исходным веществам реакции.

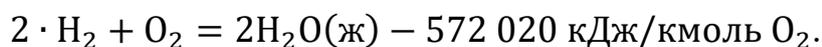
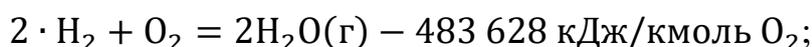
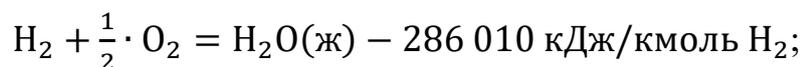
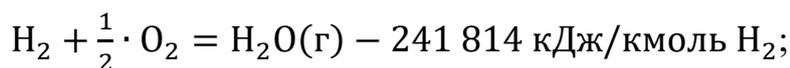
Значения тепловых эффектов приводятся в различных справочниках. Используя их, надо знать для какого вида записи уравнения реакции они представлены. В термохимии реакции записываются как

$$\vartheta_1 A_1 + \vartheta_2 A_2 = \vartheta'_1 A'_1 + \vartheta'_2 A'_2 + Q_p, \quad (16.5)$$

где ϑ_i — *стехиометрический коэффициент* исходного вещества, численно равный числу его молей, ϑ'_i — *стехиометрический коэффициент* продукта реакции.

Пример 16.1

Виды записи теплового эффекта для одной и той же реакции.



При использовании справочных величин следует следить за тем, как записана в справочнике реакция.

Тепловые эффекты реакции Q_v и Q_p однозначно определяются начальным и конечным состояниями системы. Это положение установлено законом Гесса Г.И. (1840 г.). *Тепловой эффект реакции, состоящей из нескольких промежуточных стадий, не зависит от этих стадий, а полностью определяется начальным и конечным состояниями системы.*

В то же время, имея в виду выражения для тепловых эффектов по (16.3) и (16.4), можно дать и еще одну формулировку этого закона. *Если система посредством ряда химических превращений совершает круговой процесс при неизменных p , T или V , T , то алгебраическая сумма тепловых эффектов реакций равна нулю.*

Следствия закона Гесса:

1) Тепловой эффект разложения какого-либо химического соединения до определенных продуктов равен и противоположен по знаку тепловому эффекту образования этого соединения из тех же продуктов

$$Q_{12} = -Q_{21}.$$

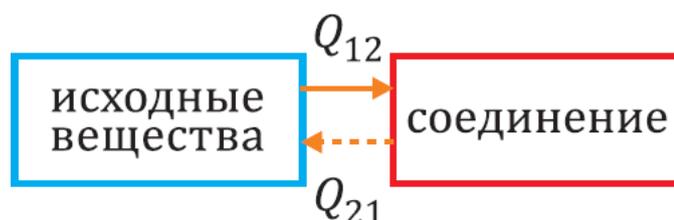


Рис. 16.2. Направления реакций

2) Разность между тепловыми эффектами превращений двух различных систем в одинаковые продукты реакции равна тепловому эффекту перехода одной системы в другую

$$Q_{12} = Q_{1k} - Q_{2k}.$$

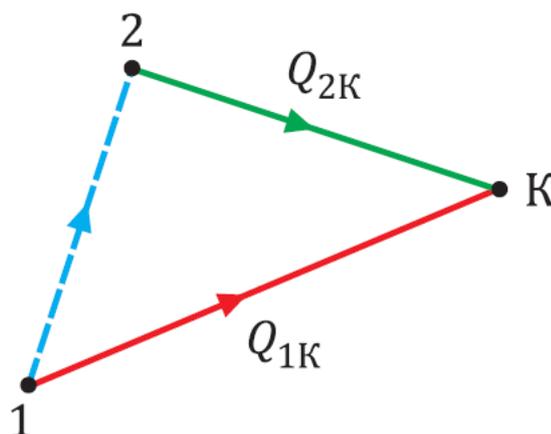


Рис. 16.3. Разные пути получения продуктов

На основании закона Гесса термохимические уравнения можно складывать или вычитать как алгебраические уравнения

$$Q_{12} + Q_{2k} - Q_{1k} = 0.$$

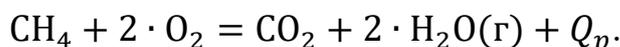
16.1.1. Расчет теплового эффекта реакции по данным таблиц

Знание закона Гесса позволяет определять тепловой эффект реакции, зная имеющиеся в справочниках данные о других реакциях. Так, например, в справочнике [1] приводятся значения тепловых эффектов или энтальпий образования веществ из элементов $\Delta_f H^0$ в стандартных условиях ($p = 0,101325$ МПа и $T = 298,15$ К, а также при $T = 0$ К). В этом случае тепловой эффект реакции может быть вычислен как разность тепловых эффектов образования продуктов реакции и тепловых эффектов образования исходных веществ

$$Q_p(T_0) = \Delta H_{\text{реакц}} = \sum_{i=1}^n \vartheta'_i \cdot [\Delta_f H^0(T_0)]_i' - \sum_{i=1}^n \vartheta_i \cdot [\Delta_f H^0(T_0)]_i. \quad (16.6)$$

Пример 16.2.

Определить тепловой эффект реакции сгорания метана при давлении $p = 0,1$ МПа и температуре $T = 298,15$ К. Реакция сгорания:



Решение

В справочнике [1] найдем:

$$(\Delta_f H^0)_{\text{CH}_4} = -74800 \text{ кДж/кмоль};$$

$$(\Delta_f H^0)_{\text{O}_2} = 0;$$

$$(\Delta_f H^0)_{\text{CO}_2} = -393500 \text{ кДж/кмоль};$$

$$(\Delta_f H^0)_{\text{H}_2\text{O}} = -241814 \text{ кДж/кмоль}.$$

Для расчёта теплового эффекта используем уравнение (16.6)

$$Q_p = [(\Delta_f H^0)_{\text{CO}_2} + 2 \cdot (\Delta_f H^0)_{\text{H}_2\text{O}}] - [(\Delta_f H^0)_{\text{CH}_4} + 2 \cdot (\Delta_f H^0)_{\text{O}_2}],$$

$$\begin{aligned} Q_p &= [-393500 + 2 \cdot (-241814)] - [-74800 + 2 \cdot 0] = \\ &= -802328 \text{ кДж/кмоль}. \end{aligned}$$

Ответ: $Q_p = -802,328$ МДж/кмоль.

16.1.2. Соотношение между тепловыми эффектами реакций

Тепловые эффекты реакции Q_p и Q_V в общем случае имеют различные значения, что обусловлено тем, что при реакции p, T производится работа расширения. Поскольку

$$H = U + pV,$$

то из (16.1) и (16.2) следует

$$Q_p - Q_V = p \cdot (V_{\text{прод}} - V_{\text{исх}}). \quad (16.7)$$

Для идеальных газов справедливо уравнение Клапейрона-Менделеева
(1.31)

$$\tilde{v} = \frac{\tilde{R} \cdot T}{p},$$

и эти объёмы могут быть представлены как

$$V_{\text{прод}} = \frac{1}{p} \cdot \sum_{i=1}^n \vartheta'_i \cdot \tilde{R} \cdot T_i,$$

$$V_{\text{исх}} = \frac{1}{p} \cdot \sum_{i=1}^n \vartheta_i \cdot \tilde{R} \cdot T.$$

(a)

Тогда, подставляя a) в (16.7), получаем

$$Q_p - Q_V = \sum_{i=1}^n \vartheta'_i \cdot \tilde{R} \cdot T_i - \sum_{i=1}^n \vartheta_i \cdot \tilde{R} \cdot T,$$

и

$$Q_p - Q_V = \Delta \vartheta \cdot \tilde{R} \cdot T, \quad (16.8)$$

где $\Delta \vartheta$ — изменение числа молей системы в результате реакции

$$\Delta \vartheta = \sum_{i=1}^n \vartheta'_i - \sum_{i=1}^n \vartheta_i, \quad (16.9)$$

Очевидно, что в реакции, проходящей с увеличением числа молей

$$\Delta \vartheta > 0 \text{ и } Q_p > Q_V,$$

при уменьшении числа молей

$$\Delta \vartheta < 0 \text{ и } Q_p < Q_V,$$

а если число молей не изменяется, то

$$\Delta \vartheta = 0 \text{ и } Q_p = Q_V.$$

16.1.3. Зависимость тепловых эффектов реакций от температуры

Для реакций, протекающих в газовой фазе, компоненты можно рассматривать как идеальный газ, внутренняя энергия и энтальпия которых являются функцией только температуры

$$U = f(T) \text{ и } H = f(T).$$

Поэтому можно получить:

а) для реакции, протекающей при p , $T = \text{const}$

$$Q_p = H_{\text{прод}} - H_{\text{исх}}$$

или

$$\frac{dQ_p}{dT} = \frac{dH_{\text{прод}}}{dT} - \frac{dH_{\text{исх}}}{dT} = C_{p,\text{прод}} - C_{p,\text{исх}};$$

уравнение Кирхгофа

$$\frac{dQ_p}{dT} = \sum_{i=1}^n \vartheta'_i \cdot \tilde{C}'_{p,i} - \sum_{i=1}^n \vartheta_i \cdot \tilde{C}_{p,i}. \quad (16.10)$$

б) для реакции, протекающей при $V, T = \text{const}$

$$Q_V = U_{\text{прод}} - U_{\text{исх}},$$

или

$$\frac{dQ_V}{dT} = \frac{dU_{\text{прод}}}{dT} - \frac{dU_{\text{исх}}}{dT} = C_{v,\text{прод}} - C_{v,\text{исх}},$$

или

$$\frac{dQ_V}{dT} = \sum_{i=1}^n \vartheta'_i \cdot \tilde{C}'_{v,i} - \sum_{i=1}^n \vartheta_i \cdot \tilde{C}_{v,i}. \quad (16.11)$$

Таким образом характер изменения теплового эффекта реакции в зависимости от температуры определяется соотношением между теплоёмкостями продуктов и исходных веществ реакции (рис. 16.4).

Энтальпию компонентов реакции можно определить как

– энтальпия продуктов реакции

$$H_{\text{прод}} = H_{\text{прод}}(T_0) + \sum_{i=1}^m \int_{T_0}^T \vartheta'_i \cdot \tilde{C}'_{p,i \text{ прод}} dT,$$

– энтальпия исходных веществ

$$H_{\text{исх}} = H_{\text{исх}}(T_0) + \sum_{i=1}^n \int_{T_0}^T \vartheta_i \cdot \tilde{C}_{p,i \text{ исх}} dT,$$

и, вычитая эти уравнения, получим тепловой эффект реакции при любой температуре

$$Q_p(T) = Q_p(T_0) + \sum_{i=1}^m \int_{T_0}^T \vartheta'_i \cdot \tilde{C}'_{p,i} dT - \sum_{i=1}^n \int_{T_0}^T \vartheta_i \cdot \tilde{C}_{p,i \text{ исх}} dT.$$

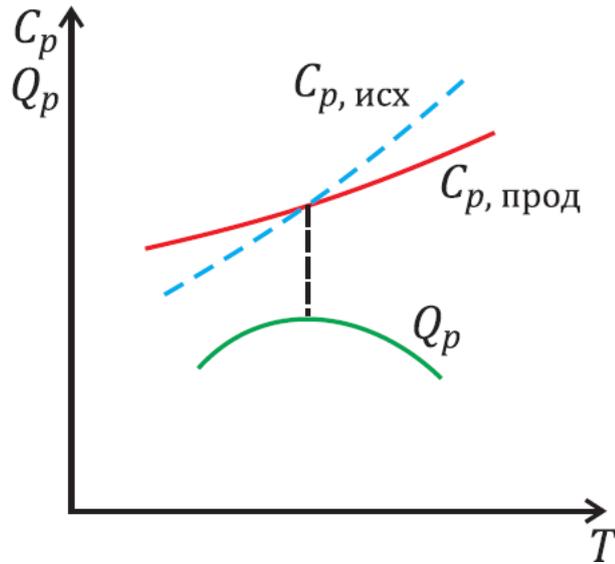


Рис. 16.4. Зависимость теплового эффекта реакции от температуры

Проведение расчётов по этой формуле довольно сложно, так как требует вычисления интегралов. Но есть возможность несколько упростить вычисления. В таблицах [1] приводятся величины

$$H^0(T) = H^0(T) - H^0(0).$$

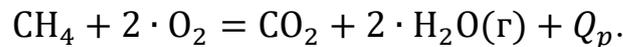
Используя их, тепловой эффект реакции при произвольной температуре можно представить как

$$Q_p(T) = Q_p(T_0) + \left[\sum_{i=1}^n \vartheta'_i [H^0(T) - H^0(T_0)]_{i,prod} - \sum_{i=1}^n \vartheta_i [H^0(T) - H^0(T_0)]_{i,исх} \right]. \quad (16.12)$$

Пример 16.3

Определить тепловой эффект реакции горения метана при $p = 0,1$ МПа и температуре $T = 1200$ К.

Реакция:



Решение

Примем за исходную температуру $T = 298,15$ К, поскольку тепловой эффект $Q_p(298,15) = -802328$ кДж/кмоль — уже определен в примере 16.2. Тогда

$$\begin{aligned}
Q_p(1200) = & Q_p(298,15) + \{1 \cdot \\
& \cdot [H^0(1200) - H^0(298,15)]_{\text{CO}_2} + \\
+ 2 \cdot & [H^0(1200) - H^0(298,15)]_{\text{H}_2\text{O}} - 1 \\
& \cdot [H^0(1200) - H^0(298,15)]_{\text{CH}_4} - \\
& - 2 \cdot [H^0(1200) - H^0(298,15)]_{\text{O}_2}\}.
\end{aligned}
\tag{A)$$

В справочнике [1] найдем (кДж/кмоль):

$$H^0(1200) - H^0(0)]_{\text{CO}_2} = 53840;$$

$$H^0(298,15) - H^0(0)]_{\text{CO}_2} = 9364;$$

$$H^0(1200) - H^0(0)]_{\text{H}_2\text{O}} = 44410;$$

$$H^0(298,15) - H^0(0)]_{\text{H}_2\text{O}} = 9905;$$

$$H^0(1200) - H^0(0)]_{\text{CH}_4} = 64305;$$

$$H^0(298,15) - H^0(0)]_{\text{CH}_4} = 10016;$$

$$H^0(1200) - H^0(0)]_{\text{O}_2} = 38446;$$

$$H^0(298,15) - H^0(0)]_{\text{O}_2} = 8680.$$

Подставляем эти численные значения в а):

$$\begin{aligned}
Q_p(1200) = & 802328 + [(53840 - 9364) + 2 \cdot (44410 - 9905) - \\
& - (64305 - 10016) - 2 \cdot 38446 - 8680)];
\end{aligned}$$

$$Q_p(1200) = -802328 - 0,335 = -802663 \text{ кДж/кмоль.}$$

Ответ: $Q_p(1200) = -802,663 \text{ МДж/кмоль.}$

16.1.4. Зависимость теплового эффекта реакции от давления

Согласно (16.3) тепловой эффект реакции

$$Q_p = \sum_{i=1}^m \vartheta'_i \cdot H'_i - \sum_{i=1}^n \vartheta_i \cdot H_i.$$

Следовательно, для определения зависимости теплового эффекта реакции от давления необходимо знать зависимость энтальпии каждой из составляющих системы от давления. Для идеального газа такая зависимость отсутствует и Q_p реакции, протекающей в идеальном газе (или в газе при небольшом давлении) не зависит от давления. При больших давлениях зависимость энтальпии составляющих от давления следует учитывать, используя одно из дифференциальных уравнений термодинамики.

16.2. Химическое равновесие

16.2.1. Условие химического равновесия

Реакция, уравнение которой записано в форме (16.5)

$$\vartheta_1 A_1 + \vartheta_2 A_2 = \vartheta'_1 A'_1 + \vartheta'_2 A'_2,$$

может проходить как слева направо, так и справа налево. Определение направления, в котором осуществляется тот или иной процесс, диктуется вторым законом термодинамики. В разделе 8.1 показано, что в зависимости от условий сопряжения системы с окружающей средой, самопроизвольные необратимые процессы протекают в различных направлениях. Так, например, в системе, в которой процесс осуществляется при постоянных давлении и температуре, он направлен в сторону уменьшения энергии Гиббса системы, если при постоянных объёме и температуре — в сторону уменьшения энергии Гельмгольца.

Рассмотрим гетерогенную систему, в которой вещества, составляющие систему, могут химически взаимодействовать. Если в такой системе процесс протекает при $p = \text{const}$ и $T = \text{const}$, то состояние равновесия достигается при условии (8.14)

$$G = G_{min}, dG = 0,$$

где G — энергия Гиббса.

Для реакции p , $T = \text{const}$ согласно (4.38) можно записать

$$dG = -s \cdot dT + V \cdot dp + \sum_i \varphi_i \cdot dM_i = 0,$$

$$\sum_i \varphi_i \cdot dM_i = 0. \quad (16.13)$$

где dM — изменение числа молей, φ — мольный химический потенциал:

$$\varphi = \left(\frac{\partial G_i}{\partial M_i} \right)_{T, p, M_j \neq i}.$$

Для реакции V , $T = \text{const}$ условием равновесного состояния является

$$F = F_{min}; dF = 0,$$

где F — энергия Гельмгольца.

В этом случае, согласно (4.38), запишем

$$dF = -s \cdot dT - p \cdot dV + \sum_i \varphi_i \cdot dM_i = 0,$$

и для равновесного состояния снова получим условие (16.13).

Изменение числа молей компонентов в реагирующей системе не может быть произвольным, так как существует уравнение реакции (16.5) и изменение происходит пропорционально стехиометрическим коэффициентам

$$dM_1 : dM_2 : dM'_1 : dM'_2 = \vartheta_1 : \vartheta_2 : \vartheta'_1 : \vartheta'_2.$$

Поэтому условие равновесия реагирующей системы (16.13) можно представить как

$$\sum_i \vartheta_i \cdot \varphi_i = 0, \quad (16.14)$$

— уравнение Гиббса-Дюгема и написать для этого состояния уравнение материального баланса

$$\sum_i \vartheta_i \cdot \mu_i = 0. \quad (16.15)$$

Химический потенциал

$$\varphi = \tilde{H} - T\tilde{S}$$

для идеального газа запишем как

$$\varphi = \tilde{H} - T \cdot \left(\tilde{S}^0 - \tilde{R} \cdot \ln \frac{p}{p_0} \right) = \varphi^0 + \tilde{R}T \ln \frac{p}{p_0}, \quad (16.16)$$

где p_0 — стандартное давление 0,1 МПа (1 бар). Если принять, что давление измеряется в единицах p_0 , то уравнение (16.16) можно представить как

$$\varphi = \varphi^0 + \tilde{R} \cdot T \cdot \ln p. \quad (16.16a)$$

Если же газ является компонентом смеси, то его химический потенциал

$$\varphi_i = \varphi_i^0 + \tilde{R} \cdot T \cdot \ln p_i, \quad (16.17)$$

где p_i — парциальное давление i -го компонента.

16.2.2. Константа равновесия

Подставим в уравнение Гиббса-Дюгема

$$\sum_i \vartheta_i \cdot \varphi_i = 0$$

полученное выражение для химического потенциала компонента

$$\sum_i \vartheta_i' (\varphi_i^0 + \tilde{R}T \cdot \ln p_i')_{\text{прод}} - \sum_i \vartheta_i (\varphi_i^0 + \tilde{R}T \cdot \ln p_i)_{\text{исх}} = 0.$$

Развернем

$$- \left(\sum_i \vartheta_i' \cdot \varphi_{i,\text{прод}}^0 - \sum_i \vartheta_i \cdot \varphi_{i,\text{исх}}^0 \right) = \tilde{R}T \left(\sum_i \vartheta_i' \cdot \ln p_i' - \sum_i \vartheta_i \cdot \ln p_i \right).$$

Далее

$$- \frac{\Delta G^0}{\tilde{R}T} = \ln \frac{\prod (p_i')^{\vartheta_i'}}{\prod (p_i)^{\vartheta_i}}.$$

Введем понятие *константы равновесия реакции*

$$\ln K = -\frac{\Delta G^0}{\tilde{R} \cdot T}. \quad (16.18)$$

Тогда получим

$$K = \frac{\prod (p_i')^{\vartheta_i'}}{\prod (p_i)^{\vartheta_i}}, \quad (16.19)$$

Назовем величину

$$K_p = \frac{\prod (p_i')^{\vartheta_i'}}{\prod (p_i)^{\vartheta_i}}$$

константой равновесия по давлению.

И отметим

$$K = K_p. \quad (16.20)$$

Возможны и другие выражения для константы равновесия.
При известной объемной концентрации реагентов

$$C_i = \frac{M_i}{V},$$

выразим давление как

$$p_i = \frac{M_i \cdot \tilde{R} \cdot T}{V} = C_i \cdot \tilde{R} \cdot T,$$

и подставим в (16.19).

Тогда

$$K = \frac{\prod (C_i' \tilde{R} T)^{\vartheta_i'}}{\prod (C_i \tilde{R} T)^{\vartheta_i}}$$

и, введя величину

$$K_C = \frac{\prod (C_i')^{\vartheta_i'}}{\prod (C_i)^{\vartheta_i}},$$

получим

$$K = K_C \cdot (\tilde{R} \cdot T)^{\Delta \vartheta}. \quad (16.21)$$

При известной молярной концентрации x_i

$$p_i = x_i \cdot p$$

и, подставив в (16.19), найдём

$$K = \frac{\prod(x_i \cdot p)^{\nu_i}}{\prod(x_i \cdot p)^{\nu_i}}$$

Введя величину

$$K_x = \frac{\prod(x_i)^{\nu_i}}{\prod(x_i)^{\nu_i}}, \quad (16.22)$$

получим

$$K = K_x \cdot p^{\Delta \nu}, \quad (16.23)$$

16.2.3. Зависимость константы равновесия от температуры

Для анализа зависимости константы равновесия обратимся к её определению.

Из равенства (16.18) следует

$$\frac{d \ln K}{dT} = -\frac{1}{\bar{R}} \cdot \frac{d}{dT} \left(\frac{\Delta G^0}{T} \right), \quad (16.24)$$

Учитывая, что

$$G^0 = H - T \cdot S^0,$$

$$\frac{d}{dT} \left(\frac{\Delta G^0}{T} \right) = \frac{1}{T} \left(\frac{d(\Delta G^0)}{dT} \right) - \frac{\Delta G^0}{T^2} = \frac{1}{T} \left[\Delta C_p - T \left(\frac{d(\Delta S^0)}{dT} \right) - \Delta S^0 \right] - \frac{\Delta G^0}{T^2},$$

$$\frac{d}{dT} \left(\frac{\Delta G^0}{T} \right) = -\frac{\Delta S^0}{T} - \frac{\Delta H}{T^2} + \frac{\Delta S^0}{T^2} \cdot T = -\frac{\Delta H}{T^2},$$

и

$$\frac{d \ln K}{dT} = \frac{\Delta H}{\bar{R} \cdot T^2},$$

окончательно получим уравнение Вант-Гоффа

$$\frac{d \ln K}{dT} = \frac{Q_p}{\bar{R} \cdot T^2}. \quad (16.25)$$

Отсюда следует, что в эндотермической реакция, где

$$Q_p > 0,$$

$$\frac{d \ln K}{dT} > 0,$$

и с повышением температуры константа равновесия увеличивается, а в экзотермической реакции, где

$$Q_p < 0,$$

и

$$\frac{d \ln K}{dT} < 0,$$

уменьшается.

16.2.4. Зависимость выхода продуктов реакции от параметров

Выход продуктов реакции характеризуется константой равновесия K_x . Рассмотрим влияние различных параметров на эту величину.

16.2.5. Влияние температуры на выход продуктов реакции

При постоянном давлении

$$\frac{dK}{dT} = \frac{dK_x}{dT},$$

т. е. знак изменения выхода продуктов одинаков со знаком изменения константы равновесия, определяемым по (16.24).

Эндотермическая реакция

$$Q_p > 0;$$

$$\frac{dK_x}{dT} > 0.$$

Экзотермическая реакция

$$Q_p < 0;$$

$$\frac{dK_x}{dT} < 0.$$

16.2.6. Влияние давления на выход продуктов реакции

Прологарифмируем (16.22)

$$\ln K = \ln K_x + \Delta \vartheta \cdot \ln p,$$

и продифференцируем

$$\left(\frac{\partial \ln K}{\partial p}\right)_T = \left(\frac{\partial \ln K_x}{\partial p}\right)_T + \frac{\Delta \vartheta}{p}.$$

Но

$$\left(\frac{\partial \ln K}{\partial p}\right)_T = 0,$$

и окончательно получим

$$\left(\frac{\partial \ln K_x}{\partial p}\right)_T = -\frac{\Delta \vartheta}{p}.$$

Таким образом изменение давления по-разному влияет на различные виды реакций: протекающие с уменьшением числа молей в ходе реакции или с увеличением

$$\Delta\vartheta < 0 \rightarrow \left(\frac{\partial \ln K_x}{\partial p}\right)_T > 0;$$

$$\Delta\vartheta = 0 \rightarrow \left(\frac{\partial \ln K_x}{\partial p}\right)_T = 0;$$

$$\Delta\vartheta > 0 \rightarrow \left(\frac{\partial \ln K_x}{\partial p}\right)_T < 0.$$

16.2.7. Влияние инертных газов на выход продуктов реакции

При отсутствии в системе инертных (не участвующих в реакции) газов мольная доля реагента составляет

$$x_i = \frac{M_i}{M_{\text{см}}}.$$

При присутствии таких газов

$$x_i'' = \frac{M_i}{M_{\text{см}} + M_{\text{инерт}}} = \frac{x_i}{y},$$

причем

$$y = \frac{M_{\text{см}} + M_{\text{инерт}}}{M_{\text{см}}} > 1.$$

Подставив в (16.23), получим

$$K_x'' = K_x \cdot \left(\frac{p}{y}\right)^{\Delta\vartheta}.$$

Поэтому добавление инертных газов (увеличение y) эквивалентно понижению давления

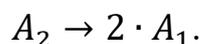
$$\Delta\vartheta < 0 \rightarrow \left(\frac{\partial K_x}{\partial y}\right)_T < 0;$$

$$\Delta\vartheta = 0 \rightarrow \left(\frac{\partial \ln K_x}{\partial p}\right)_T = 0;$$

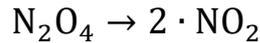
$$\Delta\vartheta > 0 \rightarrow \left(\frac{\partial \ln K_x}{\partial p}\right)_T > 0.$$

16.2.8. Термодинамические свойства диссоциирующего идеального газа

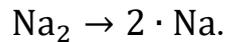
Во многих случаях применения газов в технических устройствах достигаются параметры, при которых может происходить диссоциация этого газа. Наличие такого явления в системе сильно влияет на свойства газа и его надо учитывать. Порядок расчёта термодинамических свойств в этом случае рассмотрим на примере диссоциации газа по реакции вида



Например



или



Состояние диссоциирующего газа характеризуется *степенью диссоциации*, представляющей собой отношение числа молей распавшихся молекул к исходному числу молей

$$\alpha = \frac{M_0 - M_2}{M_0}. \quad (16.26)$$

При этом число молей компонента A_2 составляет

$$(1 - \alpha) \cdot M_0,$$

число молей компонента A_1

$$2 \cdot \alpha \cdot M_0,$$

и общее число молей

$$(1 - \alpha) \cdot M_0 + 2 \cdot \alpha \cdot M_0 = (1 + \alpha) \cdot M_0.$$

Определив мольные доли

$$x_1 = \frac{2 \cdot \alpha}{1 + \alpha} \text{ и } x_2 = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha},$$

установим связь между степенью диссоциации и константой равновесия. По уравнению (16.23) при $\Delta \vartheta = 1$ получим

$$K = K_x \cdot p^{\Delta \vartheta} = \frac{x_1^2}{x_2} \cdot p = \frac{[2 \cdot \alpha / (1 + \alpha)]^2}{[(1 - \alpha) / (1 + \alpha)]} \cdot p = \frac{4 \cdot \alpha^2}{1 - \alpha^2} \cdot p.$$

Отсюда путём несложных преобразований найдем

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + 4p/K}}. \quad (16.27)$$

Подобным образом устанавливается связь степени диссоциации с константой равновесия и для других видов уравнения диссоциации.

Отметим, что из полученной формулы видна и связь степени диссоциации газа с его давлением. С ростом давления диссоциация уменьшается.

Удельный объём диссоциирующего газа определяется по уравнению Клапейрона-Менделеева после нахождения массы моля смеси

$$\mu_{\text{см}} = x_2 \cdot \mu_2 + x_1 \cdot \mu_1 = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \cdot \mu_2 + \frac{2 \cdot \alpha}{1 + \alpha} \cdot \mu_1 = \frac{1}{1 + \alpha} \cdot \mu_2.$$

$$v = \frac{\bar{R} \cdot T}{\mu_{\text{см}} \cdot p} = \frac{\bar{R} \cdot T}{\mu_2 \cdot p} \cdot (1 + \alpha).$$

Энтальпия моля диссоциирующего газа

$$\tilde{H}_{\text{см}} = x_2 \cdot \tilde{H}_2 + x_1 \cdot \tilde{H}_1 = \frac{1}{1+\alpha} \cdot [(1-\alpha) \cdot \tilde{H}_2 + 2 \cdot \alpha \cdot \tilde{H}_1].$$

Подставив сюда

$$Q_p = 2 \cdot \tilde{H}_1 = \tilde{H}_2,$$

для удельной энтальпии получим

$$h_{\text{см}} = h_1 - \frac{1-\alpha}{2 \cdot \mu_1}.$$

Удельную энтропию при стандартном давлении $p_0 = 1$ бар представим как

$$s^0 = \frac{1}{\mu_2} \cdot [(1-\alpha) \cdot \tilde{S}_2 + 2 \cdot \alpha \cdot \tilde{S}_1] + \Delta s_{\text{смеш}},$$

где увеличение энтропии при смешении равно

$$\Delta s_{\text{смеш}} = -\frac{\tilde{R}}{\mu_2} \cdot \left[(1-\alpha) \ln \frac{1-\alpha}{1+\alpha} + 2 \cdot \alpha \cdot \ln \frac{2 \cdot \alpha}{1+\alpha} \right].$$

Тогда энтропия (кДж/кг·К) при произвольном давлении p составит

$$s = \frac{1}{\mu_2} \cdot \left\{ (1-\alpha) \cdot \tilde{S}_2 + 2 \cdot \alpha \cdot \tilde{S}_0 - \tilde{R} \cdot \left[(1-\alpha) \cdot \ln \frac{1-\alpha}{1+\alpha} + 2 \cdot \alpha \cdot \ln \frac{2 \cdot \alpha}{1+\alpha} \right] - \tilde{R} \cdot (1+\alpha) \cdot \ln \frac{p}{p_0} \right\}.$$

Полученные соотношения позволяют учитывать влияние диссоциации на термодинамические свойства газа.

16.3. Контрольные вопросы

1. Сформулируйте закон Гесса.
2. Объясните любое из следствий закона Гесса.
3. Поясните какая связь между теплотой реакции при постоянных давлении и температуре и теплотой реакции при постоянных объёме и температуре.
4. При известной теплоте реакции $Q_{p,t}$ для температуры 298,15 К как рассчитать значение этой теплоты при произвольной температуре с использованием данных справочника.
5. Напишите условие равновесия реакции при постоянных давлении и температуре.
6. Напишите условие равновесия реакции при постоянных объёме и температуре.
7. Напишите выражение константы равновесия реакции по давлению.
8. Как влияет давление на выход продуктов реакции, идущей с уменьшением числа молей?
9. Как влияет температура на выход продуктов эндотермической реакции?

Список литературы

1. Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Изд. 3-е. Под ред. В.П. Глушко. Том I. «Наука» 1978. — 495 с.
2. Ривкин С.Л. Термодинамические свойства газов. 4-е изд. –М.: Энергоатомиздат, 1987. — 288 с.
3. Александров А.А., Орлов К.А., Очков В.Ф. Теплофизические свойства рабочих веществ теплоэнергетики: справочник. 2-е изд. –М.: Издательский дом МЭИ, 2017. — 226 с.
4. Сборник задач по технической термодинамике / Т.Н. Андрианова, Б.В. Дзампов, В.Н. Зубарев, С. А. Ремизов, Н.Я. Филатов, 5-е изд. –М.: Издательский дом МЭИ, 2006. — 356 с.
5. Александров А.А., Орлов К.А. Таблицы термодинамических свойств газов. –М.: Изд. МЭИ, 2016. — 96 с.
6. Программа WaterSteamPro для расчета свойств воды, водяного пара, газов и смесей газов / Авторы: К.А. Орлов, А.А. Александров, В.Ф. Очков, А.В. Очков. www.wsp.ru
7. Карно С. Размышления о движущей силе огня и о машинах, способных развивать эту силу / Пер. с фр. Бурсиана В.Р., Круткова Ю.А. – Париж, 1824.
8. Охотин В.С., Александров А.А. Таблицы термодинамических свойств хладагентов. 2-е изд. –М.: Издательство МЭИ, 2015. — 44с.
9. Джураева Е.В., Охотин В.С., Утенков В.Ф. Расчетные задания для самостоятельных занятий по термодинамике и технической термодинамике. –М.: Издательство МЭИ, 2015. — 76 с.